



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

รหัสวิชา MED1403	ชื่อวิชา แคลคูลัส 2 สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 - 12:00 วันพุธที่ 4 พฤษภาคม 2559	คะแนนเต็ม 100 คะแนน 30%
---------------------	----------------------------------	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญชศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

$$\text{กำหนดให้ } \int \tan x \, dx = \ln |\sec x| + C \quad \int \cot x \, dx = \ln |\sin x| + C \quad \int \sec x \, dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$$

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 กำหนดให้ $f(x, y) = xy^2 + x^2y$ จงหา $f_x(1, 1) + f_y(1, 1)$ _____

1.2 กำหนดให้ $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$ เมื่อ $x \neq y$ จงหา $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$ _____

1.3 ให้ $f(x, y) = xe^{xy}$ จงหา $f_{xx}(0, y)$ _____

1.4 จงหาค่าของ $\int_0^1 \int_0^1 xy \, dx \, dy$ _____

1.5 ถ้า $y = Ax^2 + 1$ เป็นผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' = 2x$ จงหาค่าของ A _____

จงจับคู่สมการในระบบเชิงขั้วในแต่ละข้อต่อไปน้กับกราฟที่กำหนดให้

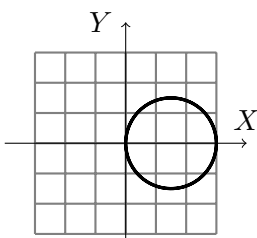
1.6 $r = 3 \sin 3\theta$ _____

1.7 $r = 3 \cos \theta$ _____

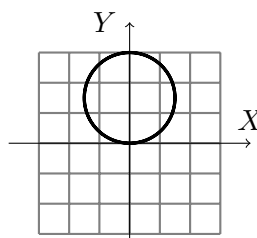
1.8 $r = 2 + 2 \cos \theta$ _____

1.9 $r = 1 - 2 \sin \theta$ _____

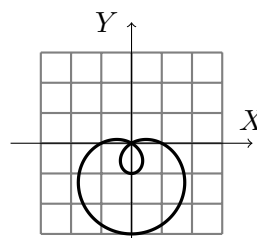
1.10 $r = 3 \cos 4\theta$ _____



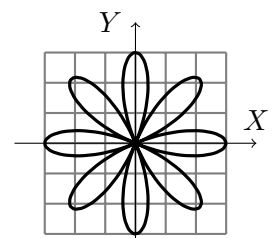
(ก)



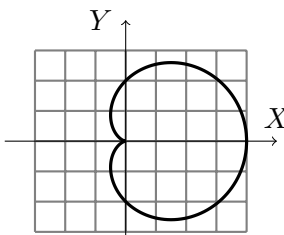
(ข)



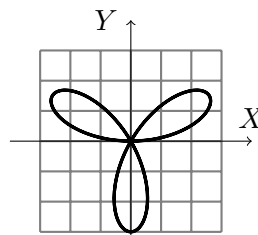
(ค)



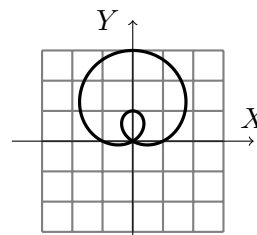
(ง)



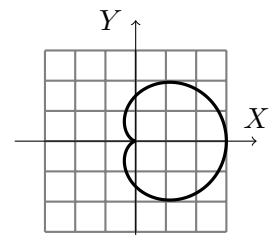
(จ)



(ฉ)



(ช)



(ฌ)

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนนรวม 10 คะแนน)

2.1 กำหนดให้ $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ จงหา $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

2.2 กำหนดให้ $f(x, y) = \ln\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$ จงหา $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ขณะที่ $(x, y) = (1, 0)$

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนน รวม 8 คะแนน)

3.1 กำหนดให้

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x-y} & \text{เมื่อ } x \neq y \\ 0 & \text{เมื่อ } x = y \end{cases}$$

จงหา $f_x(0, 0)$ และ $f_y(0, 0)$

3.2 กำหนดให้ $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + xy - y^2 - 3y$ จงหาค่าของ x และ y ที่ทำให้ $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ และ $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$

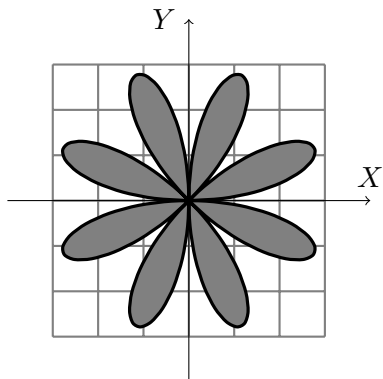
4. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนนรวม 10 คะแนน)

4.1 กำหนดให้ $f(x, y) = xy + ye^x$ และ $x = r \cos \theta$ และ $y = r \sin \theta$ จงหา $\frac{\partial f}{\partial r}$ และ $\frac{\partial f}{\partial \theta}$

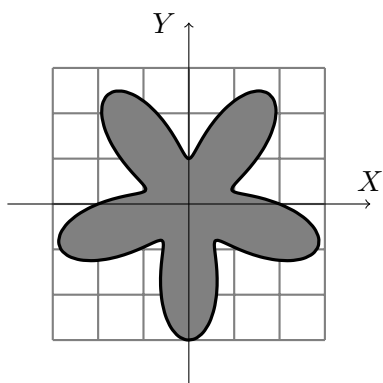
4.2 กำหนดให้ $z = f(u, v)$ และ $u = x + y$ และ $v = x - y$ จงหา $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนนรวม 10 คะแนน)

5.1 จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ $r = 3 \sin 4\theta$ บนช่วง $[0, 2\pi]$



5.2 จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟ $r = 2 - \sin 5\theta$ บนช่วง $[0, 2\pi]$



6. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนน รวม 10 คะแนน)

6.1 จงหาค่าอินทิกรัล $\int_1^2 \int_1^2 \left(\frac{x+y}{x} \right) dx dy$

6.2 จงหาค่าอินทิกรัล $\int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \theta \cos(r\theta) d\theta dr$

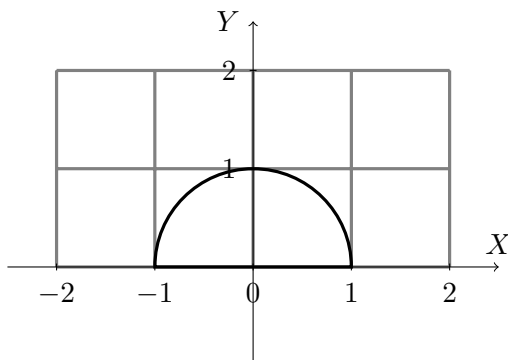
7. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 6 คะแนน รวม 12 คะแนน)

7.1 จงหาค่าอินทิกรัล $\int_0^1 \int_{x^2}^1 (x+y)^2 dy dx$

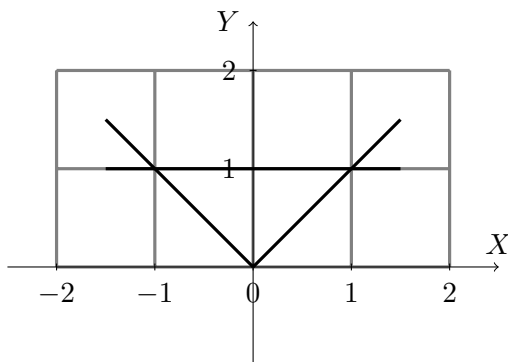
7.2 จงหาค่าอินทิกรัล $\int_0^2 \int_y^2 e^{x^2} dx dy$

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (คะแนนรวม 13 คะแนน)

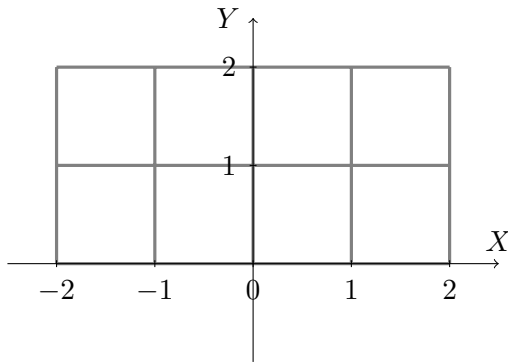
8.1 จงเปลี่ยนอินทิกรัลสองชั้น $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} xe^{x^2+y^2} dydx$ ให้อยู่ในระบบเชิงขั้ว (3 คะแนน)



8.2 จงเปลี่ยนอินทิกรัลสองชั้น $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \int_0^{\csc \theta} r \cos^2 \theta drd\theta$ ให้อยู่ในระบบพิกัดฉาก (3 คะแนน)



8.3 จงหาค่าของอินทิกรัล $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_x^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dydx$ (7 คะแนน)



9. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนนรวม 12 คะแนน)

9.1 จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $\left(\frac{x+1}{y}\right)dx - \left(\frac{x}{y+1}\right)dy = 0$

9.2 จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $(xy^2 + x^3)dx + (x^2y + y^3)dy = 0$

9.3 จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์ $(2x \sin y + \cos x)dx + (x^2 \cos y + 2y)dy = 0$ เมื่อ $y(0) = 1$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนนรวม 12 คะแนน)

10.1 จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $(x^2 - y^2 + 1) dx - xy dy = 0$

10.2 จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$

10.3 จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์ $x \frac{dy}{dx} + y = x^2 y^2 e^x$ เมื่อ $y(1) = \frac{1}{e+1}$