มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

ชื่อวิชา	ความน่าจะเป็นและสถิติ
รหัสวิชา	MAC1304
วันเวลาสอบ	วันอังคารที่ 5 เมษายน 2565 เวลา 9:00 - 13:00
สถานที่สอบ	ห้องเรียนออนไลน์ (โปรแกรม Zoom)
ผู้สอน	ผู้ช่วยศาสตรจารย์ ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย
คะแนน	105 คะแนน คิดเป็น 30%

- **ข้อ** 1-15 แบบเติมคำตอบ/ตัวเลือก ข้อละ 1 คะแนน (รวม 15 คะแนน)
- **ข้อ** 16-24 แบบแสดงวิธีทำ ข้อละ 10 คะแนน (รวม 90 คะแนน)

ข้อ 1

1. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิฟของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 30 วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิฟ
2. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิฟของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 30 วินาที จงหาค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิฟ
3. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิฟของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 36 วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิฟ
4. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิฟของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 36 วินาที จงหาค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิฟ

ข้อ 2

1. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-20}{5}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X > 25)$ มีค่าเท่าใด
2. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-20}{5}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X < 23)$ มีค่าเท่าใด
3. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-15}{4}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X \geq 18)$ มีค่าเท่าใด
4. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-15}{4}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X \leq 9)$ มีค่าเท่าใด

ข้อ 3

1. ให้ $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
    a. $P(X > a) = 1 - P(X < a)$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$
    b. $P(|X| < a) = 1 - 2P(X > a)$ เมื่อ $a > 0$
    c. ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบเกาส์
    d. X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้น
    e. ความน่าจะเป็นที่ X มากกว่า μ มีค่ามากกว่า 0.5
2. ให้ $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
    a. $P(X < a) = 1 - P(X > a)$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$
    b. $P(|X| > a) = 1 - P(-a < X < a)$ เมื่อ $a > 0$
    c. ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบเกาส์
    d. X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้น
    e. ความน่าจะเป็นที่ X น้อยกว่า μ มีค่ามากกว่า 0.5

ข้อ 4

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง
    a. ค่าของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มมีค่าแตกต่างกันได้
    b. ตัวแปรสุ่มไคสแควร์เกิดจากตัวแปรสุ่มทีกำลังสอง
    c. กราฟของการแจกแจงทีสมมาตรกับแกน Y
    d. การแจกแจงทีเป็นการแจกแจงปกติชนิดหนึ่ง
    e. การสลับลำดับขององศาเสรีทั้ง 2 ตัวของการแจกแจงเอฟ เขียนกราฟการแจกแจงเอฟได้แบบเดียวกัน

ข้อ 5

1. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.94,(\nu_1,\nu_2)} = 0.37$ จงหาค่าของ $f_{0.06,(\nu_2,\nu_1)}$
2. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.06,(\nu_1,\nu_2)} = 2.65$ จงหาค่าของ $f_{0.94,(\nu_2,\nu_1)}$
3. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.75,(\nu_1,\nu_2)} = 0.65$ จงหาค่าของ $f_{0.25,(\nu_2,\nu_1)}$
4. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.25,(\nu_1,\nu_2)} = 1.53$ จงหาค่าของ $f_{0.75,(\nu_2,\nu_1)}$

ข้อ 6

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

   a. ในการทดลองโยนเหรียญจนกว่าจะได้หัว มีประชากรที่ทราบจำนวนแน่นอน

   b. แกงค์ชาบูนัดกันไปเที่ยวทะเลหลังสอบเสร็จแต่ตัดสินใจไม่ได้ว่าจะไปที่ไหนจึงเขียนสถานที่ของละคนที่อยากไปลงในกระดาษแล้วทำการเสี่ยงทายโดยการเขย่าให้กระดาษตกออกมา 1 แผ่น นี้คือการสุ่มตัวอย่างแบบธรรมดา

   c. พารามิเตอร์คือค่าที่คำนวณได้จากประชากร

   d. สถิติคือค่าที่คำนวณได้จากตัวอย่าง

   e. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่างอาจเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

ข้อ 7

1. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 4 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $2a+1, 2b+1, 2c+1$ มีค่าเท่าใด

2. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 4 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $3a+1, 3b+1, 3c+1$ มีค่าเท่าใด

3. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 9 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $2a+1, 2b+1, 2c+1$ มีค่าเท่าใด

4. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 9 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $3a+1, 3b+1, 3c+1$ มีค่าเท่าใด

ข้อ 8

1. โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง ผลิตหลอดไฟซึ่งอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างของหลอดไฟ n หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างมากกว่าค่าเฉลี่ยประชากร

2. โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง ผลิตหลอดไฟซึ่งอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างของหลอดไฟ n หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างน้อยกว่าค่าเฉลี่ยประชากร

ข้อ 9

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง เกี่ยวกับตัวเลข 30

   a. ถ้าขนาดตัวอย่างอย่างน้อย 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   b. ถ้าขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงที

   c. ถ้าขนาดตัวอย่างจากการสุ่มจากประชากร 2 กลุ่ม ที่อิสระต่อกัน มากกว่า 30 การแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   d. การแจกค่าเฉลี่ยที่ทราบความแปรปรวนของประชากร เราจะไม่สนใจขนาดของตัวอย่างว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 30

   e. การหาความน่าจะเป็นเกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวอย่างโดยใช้ไคสแควร์ ขนาดของตัวอย่างต้องเกินกว่า 30

ข้อ 10

1. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 30 และ 35 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 12$ และ $\sigma_2^2 = 18$ จงหาค่าของ $P(S_1 > 2S_2)$
2. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 30 และ 35 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 12$ และ $\sigma_2^2 = 18$ จงหาค่าของ $P(2S_1 < S_2)$
3. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 33 และ 37 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 20$ และ $\sigma_2^2 = 25$ จงหาค่าของ $P(S_1 > 2S_2)$
4. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 33 และ 37 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 20$ และ $\sigma_2^2 = 30$ จงหาค่าของ $P(2S_1 < S_2)$

ข้อ 11

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง
   a. สมมติฐานสถิติ คือข้อความที่เกี่ยวกับตัวอย่างหรือประชากร
   b. ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติเรามักจะคาดหวังที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก
   c. การปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นจริง เรียกว่าความผิดพลาดประเภทที่ 2
   d. ความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2 เรียกว่าอำนาจการทดสอบ
   e. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบไม่เกี่ยวข้องกับสมมติฐานหลัก

ข้อ 12

1. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7978 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
2. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7435 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
3. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7788 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
4. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.8877 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2

ข้อ 13

1. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -1.12$ จงหาค่า P-value
2. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งสุ่มนัวอย่างขนาด 15 มี $T_{\text{คำนวณ}} = -1.12$ จงหาค่า P-value
3. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ จงหาค่า P-value
4. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งสุ่มนัวอย่างขนาด 15 มี $T_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ จงหาค่า P-value

ข้อ 14

1. ในการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (two-tails test) ที่มี H_0 เป็นสมมติฐานหลัก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

    a. ยอมรับ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05

    b. ยอมรับ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

    c. ปฏิเสธ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05

    d. ปฏิเสธ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

    e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะสรุปผลการทดสอบ

ข้อ 15

1. ทรงพลต้องการจะทราบว่ามีคนชอบรัฐบาลเกิน 50% หรือไม่ จึงใช้การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลสรุปไม่เป็นไปตามที่คาดคือมีคนชอบไม่ถึงเกิน 50% ข้อใดคือค่า P-value ที่เป็นไปได้ของทรงพล

    a. P-value เท่ากับ 0.0512

    b. P-value เท่ากับ 0.0279

    c. P-value เท่ากับ 0.0265

    d. P-value เท่ากับ 0.0193

    e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่

2. ทรงพลต้องการจะทราบว่ามีคนชอบรัฐบาลเกิน 50% หรือไม่ จึงใช้การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลสรุปเป็นไปตามที่คาดคือมีคนชอบเกิน 50% ข้อใดคือค่า P-value ที่เป็นไปได้ของทรงพล

    a. P-value เท่ากับ 0.0512

    b. P-value เท่ากับ 0.0503

    c. P-value เท่ากับ 0.0490

    d. P-value เท่ากับ 0.5030

    e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่

ข้อ 16

1. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2019 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

1.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2019

1.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2019

1.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2019 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

2. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2018 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

2.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2018

2.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2018

2.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2018 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

3. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2017 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

3.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2017

3.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2017

3.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2017 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

ข้อ 17

รายงานจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ ระหว่างปี 2557-2558 นั้นระบุว่า ค่าเฉลี่ยความสูงของผู้หญิงไทยจะอยู่ที่ 158 เซนติเมตร ส่วนผู้ชายค่าเฉลี่ยความสูงจะอยู่ที่ 171 เซนติเมตร ถ้าทำการสุ่มตัวอย่างมา 5 กลุ่ม โดยอย่างอิสระต่อกัน ปรากฏผลดังตาราง

กลุ่มตัวอย่างที่	1	2	3	4	5
ขนาดตัวอย่างผู้ชาย	50	65	20	16	15
ส่วนสูงเฉลี่ยผู้ชาย (ซม.)	$\bar{X}_{11}$	$\bar{X}_{12}$	$\bar{X}_{13}$	172	173
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของส่วนสูงผู้ชาย (ซม.)	10	9	11	S_{14}	S_{15}
ขนาดตัวอย่างผู้หญิง	60	55	25	20	18
ส่วนสูงเฉลี่ยผู้หญิง (ซม.)	$\bar{X}_{21}$	$\bar{X}_{22}$	$\bar{X}_{23}$	160	156
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของส่วนสูงผู้หญิง (ซม.)	12	11	10	S_{24}	S_{25}

สมมติว่าส่วนสูงของผู้ชายและผู้หญิงมีการแจกแจงปกติ

1. สมมติความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน
   - 1.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร
   - 1.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 5มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 5
2. สมมติความแปรปรวนของประชากรส่วนสูงผู้ชายเป็น 2 เท่าของส่วนสูงผู้หญิง
   - 2.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร
   - 2.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 5 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 4
3. สมมติความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน
   - 3.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร
   - 3.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 4 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 4
4. สมมติความแปรปรวนของประชากรส่วนสูงผู้หญิงเป็น 2 เท่าของส่วนสูงผู้ชาย
   - 4.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร
   - 4.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 4 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 5

ข้อ 18

ข้อมูลจากฐานเศรษฐกิจ(ออนไลน์) 13 มีนาคม 2565 กล่าวว่าโควิดระลอกที่สี่ของไทย ที่เริ่มมาตั้งแต่มกราคม 2565 มีไวรัสโอมิครอนเป็นสายพันธุ์หลัก ซึ่งแตกต่างจากไวรัสเดลตาที่เป็นสายพันธุ์หลักในโควิดระลอกที่สาม โดยพบว่าสถิติตัวเลขต่างๆในประเทศไทย สอดคล้องกับความจริงดังกล่าวคือ อัตราการเสียชีวิตจากไวรัสโอมิครอนเท่ากับ 0.21% และไวรัสเดลตา 0.98% จึงกล่าวได้ว่า อัตราการเสียชีวิตจากไวรัสโอมิครอนเทียบกับไวรัสเดลตาน้อยกว่า 4.66 เท่า นักสถิติทำการสุ่มผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจำนวน 1000 ราย และได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจำนวน 800 ราย

1. 1.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย

   1.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1%

2. 2.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย

   2.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1%

3. 3.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย

   3.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1.5%

4. 4.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย

   4.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1.5%

ข้อ 19

ในการสุ่มตัวอย่างนักศึกษา 6 คน คณะครุศาสตร์ เพื่อสอบถามระดับคะแนน (GPA) ในแต่ละชั้นปีที่เรียนผ่านมา ปรากฏดังนี้

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1	ชั้นปีที่ 2	ชั้นปีที่ 3
1	2.51	2.72	3.13
2	3.50	3.45	3.65
3	2.21	2.50	2.98
4	3.00	2.76	3.15
5	3.10	3.50	3.55
6	2.32	2.50	2.78

สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

1. 1.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 กับ 3

   1.2 (5 **คะแนน**) ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง แล้วช่วงความเชื่อมันใหม่ที่ได้กว้างขึ้นหรือแคบลง เพราะเหตุใด

2. 2.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 กับ 2

   2.2 (5 **คะแนน**) ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง แล้วช่วงความเชื่อมันใหม่ที่ได้กว้างขึ้นหรือแคบลง เพราะเหตุใด

3. 3.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 97% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 กับ 3

   3.2 (5 **คะแนน**) ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง แล้วช่วงความเชื่อมันใหม่ที่ได้กว้างขึ้นหรือแคบลง เพราะเหตุใด

ข้อ 20

จากการสำรวจตัวอย่างขนาด 1100 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 เกี่ยวกับการศึกษาต่อ แสดงงข้อมูลดังต่อไปนี้

ชนิดสถานศึกษา	โรงเรียนรัฐ	โรงเรียนเอกชน	โรงเรียนนานาชาติ	รวม
มหาวิทยาลัยรัฐ	500	70	50	620
มหาวิทยาลัยเอกชน	250	100	40	390
อื่น ๆ	50	30	10	90
รวม	800	200	100	1100

1. 1.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนรัฐที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

   1.2 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐที่มาจากโรงเรียนเอกชนและโรงเรียนรัฐ

2. 2.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนเอกชนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

   2.2 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยเอกชนที่มาจากโรงเรียนเอกชนและโรงเรียนรัฐ

3. 3.1 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 98% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนนานาชาติที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

   3.2 (5 **คะแนน**) จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 98% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐที่มาจากโรงเรียนเอกชนและโรงเรียนนานาชาติ

ข้อ 21

1. กีรติได้ข้อมูลจากสำนักงานทดสอบแห่งชาติ (สทศ.) ซึ่งรายงานค่าสถิติพื้นฐานการสอบ GAT/PAT ประจำปีการศึกษา 2564 ดังต่อไปนี้

วิชา	คะแนนเต็ม	จำนวนผู้เข้าสอบ	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด
PAT1	300	140,350	-	33.96	12	300
PAT2	300	108,443	93.42	-	0	270

แต่พบข้อมูลที่สำคัญหายไป จึงออกสำรวจผู้เข้าสอบซึ่งได้ข้อมูลดังนี้

คะแนน PAT1 : 39 40 60 65 70 74 75 90 100 105 150 210
คะแนน PAT2 : 50 56 63 75 77 80 92 90 95 100 105 160 240

สมมติว่าคะแนนทั้งสองวิชามีการแจกแจงปกติ

1.1 **(5 คะแนน)** ถ้ากีรติพอจำได้คะแนนเฉลี่ย PAT1 มากกว่า 70 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1.2 **(5 คะแนน)** ถ้ากีรติพอจำได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนวิชา PAT2 น้อยกว่า 30 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. กีรติได้ข้อมูลจากสำนักงานทดสอบแห่งชาติ (สทศ.) ซึ่งรายงานค่าสถิติพื้นฐานการสอบ GAT/PAT ประจำปีการศึกษา 2564 ดังต่อไปนี้

วิชา	คะแนนเต็ม	จำนวนผู้เข้าสอบ	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด
PAT1	300	140,350	-	-	12	300
PAT2	300	108,443	-	-	0	270

แต่พบข้อมูลที่สำคัญหายไป จึงออกสำรวจผู้เข้าสอบซึ่งได้ข้อมูลดังนี้

คะแนน PAT1 : 39 40 60 65 70 74 75 90 100 105 150 210
คะแนน PAT2 : 50 56 63 75 77 80 92 90 95 100 105 160 240

สมมติว่าคะแนนทั้งสองวิชามีการแจกแจงปกติ
ถ้ากีรติพอจำได้คะแนนเฉลี่ย PAT1 น้อยกว่า PAT2 อยู่ 20 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.04 ถ้าเขาทราบแน่ ๆ ว่าความแปรปรวนทั้งสองวิชาไม่เท่ากัน

ข้อ 22

1. เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้แบบห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom) ซึ่งหมายถึงการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีรูปแบบคล้ายกับการสอนออนไลน์ นักเรียนเรียนรู้บทเรียนจากวิดีโอการสอนและศึกษาคิด วิเคราะห์ ด้วยตนเองจากที่บ้าน ก่อนมาทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ ในห้องเรียน ถ้าอยากทราบห้องเรียนกลับด้านทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

การจัดการเรียนรู้	ระดับความพึงพอใจ			รวม
	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	
ห้องเรียนปกติ	20	20	10	50
ห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom)	30	10	10	50
รวม	50	30	20	100

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

2. เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้แบบห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom) ซึ่งหมายถึงการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีรูปแบบคล้ายกับการสอนออนไลน์ นักเรียนเรียนรู้บทเรียนจากวิดีโอการสอนและศึกษาคิด วิเคราะห์ ด้วยตนเองจากที่บ้าน ก่อนมาทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ ในห้องเรียน ถ้าอยากทราบห้องเรียนกลับด้านทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

การจัดการเรียนรู้	ระดับความพึงพอใจ			รวม
	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	
ห้องเรียนปกติ	20	20	10	50
ห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom)	40	5	5	50
รวม	60	25	15	100

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

ข้อ 23

1. ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) เกี่ยวกับการเงินการคลังของประเทศ เรื่องการจัดเก็บรายได้ของรัฐบาลและหนี้สาธารณะของปีงบประมาณ 2555-2564 ปรากฏดังต่อไปนี้

ปีงบประมาณ	2555	2556	2557	2558	2559	2560	2561	2562	2563	2564
รายได้รวม (ล้านล้านบาท)	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
หนี้สาธารณะ (ล้านล้านบาท)	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

ที่มา : สำนักงบประมาณ สำนักนายกรัฐมนตรี และสำนักงานบริหารหนี้สาธารณะ กระทรวงการคลัง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2570 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณกี่ล้านล้านบาท

1.2 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2569 หนี้สาธารณะประมาณกี่ล้านล้านบาท

1.3 **(6 คะแนน)** จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta > 0.07$ หรือไม่ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับรายได้รวมของรัฐบาล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) เกี่ยวกับการเงินการคลังของประเทศ เรื่องการจัดเก็บรายได้ของรัฐบาลและหนี้สาธารณะของปีงบประมาณ 2555-2564 ปรากฏดังต่อไปนี้

ปีงบประมาณ	2555	2556	2557	2558	2559	2560	2561	2562	2563	2564
รายได้รวม (ล้านล้านบาท)	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
หนี้สาธารณะ (ล้านล้านบาท)	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

ที่มา : สำนักงบประมาณ สำนักนายกรัฐมนตรี และสำนักงานบริหารหนี้สาธารณะ กระทรวงการคลัง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2569 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณกี่ล้านล้านบาท

2.2 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2570 หนี้สาธารณะประมาณกี่ล้านล้านบาท

2.3 **(6 คะแนน)** จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ หรือไม่ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับหนี้สาธารณะที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อ 24

1. จากภาวะสงครารัสเซีย-ยูเครน ส่งผลให้ราคาน้ำมันดิบในตลาดโลกปรับตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ตลาดการซื้อขายล่วงหน้าน้ำมันดิบอย่าง Brent ก็ปรับตัวขึ้นเช่นกัน ราคาสูงสุดในแต่ละเดือน 5 เดือนย้อนหลังดังรายงานต่อไปนี้

Month	Nov. 2021	Dec. 2021	Jan 2022	Feb 2022	Mar. 2022
Price (Dollar per Barrel)	83.42	78.63	92.35	103.08	133.18

Source : U.S. Energy Information Administration

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 (5 **คะแนน**) จงสร้างตาราง ANOVA

1.2 (2 **คะแนน**) หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

1.3 (3 **คะแนน**) จงทดสอบว่าเดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. จากภาวะสงครารัสเซีย-ยูเครน ส่งผลให้ราคาน้ำมันดิบในตลาดโลกปรับตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ตลาดการซื้อขายล่วงหน้าน้ำมันดิบอย่าง Brent ก็ปรับตัวขึ้นเช่นกัน ราคาสูงสุดในแต่ละเดือน 5 เดือนย้อนหลังดังรายงานต่อไปนี้

Month	Nov. 2021	Dec. 2021	Jan 2022	Feb 2022	Mar. 2022
Price (Dollar per Barrel)	83.42	78.63	92.35	103.08	133.18

Source : U.S. Energy Information Administration

จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 **คะแนน**) จงสร้างตาราง ANOVA

2.2 (2 **คะแนน**) หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

2.3 (3 **คะแนน**) จงทดสอบว่าเดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

เฉลยข้อสอบกลางภาค

ข้อ 1

1. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิพของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 30 วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิพ

   วิธีทำ ความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิพ เท่ากับ

$$\frac{(30-0)^2}{12} = 75$$

2. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิพของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 30 วินาที จงหาค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิพ

   วิธีทำ ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิพ เท่ากับ

$$\frac{30+0}{2} = 15$$

3. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิพของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 36 วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิพ

   วิธีทำ ความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิพ เท่ากับ

$$\frac{(36-0)^2}{12} = 108$$

4. ถ้าเวลาที่ใช้รอลิพของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง 36 วินาที จงหาค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิพ

   วิธีทำ ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้รอลิพ เท่ากับ

$$\frac{36+0}{2} = 18$$

ข้อ 2

1. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-20}{5}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X > 25)$ มีค่าเท่าใด

   วิธีทำ จะเห็นว่า $X \sim \mathrm{N}(\mu = 20, \sigma^2 = 5^2)$ ดังนั้น

$$P(X > 25) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{25-20}{5}\right) = P(Z > 1) = 0.1586$$

2. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-20}{5}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X < 23)$ มีค่าเท่าใด

   วิธีทำ จะเห็นว่า $X \sim \mathrm{N}(\mu = 20, \sigma^2 = 5^2)$ ดังนั้น

$$P(X < 23) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{23-20}{5}\right) = P(Z < 0.6) = 0.7257$$

3. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-15}{4}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X \geq 18)$ มีค่าเท่าใด

   วิธีทำ จะเห็นว่า $X \sim \mathrm{N}(\mu = 15, \sigma^2 = 4^2)$ ดังนั้น

$$P(X \geq 18) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{18-15}{4}\right) = P(Z \geq 0.75) = 0.2266$$

4. ถ้า f ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X และ $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-15}{4}\right)^2}$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $P(X \leq 9)$ มีค่าเท่าใด

   วิธีทำ จะเห็นว่า $X \sim \mathrm{N}(\mu = 15, \sigma^2 = 4^2)$ ดังนั้น

$$P(X \leq 9) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{9-15}{4}\right) = P(Z \leq -1.5) = 0.0668$$

ข้อ 3

1. ให้ $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
   a. $P(X > a) = 1 - P(X < a)$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$
   b. $P(|X| < a) = 1 - 2P(X > a)$ เมื่อ $a > 0$
   c. ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบเกาส์
   d. X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้น
   e. ความน่าจะเป็นที่ X มากกว่า μ มีค่ามากกว่า 0.5 ANS

2. ให้ $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
   a. $P(X < a) = 1 - P(X > a)$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$
   b. $P(|X| > a) = 1 - P(-a < X < a)$ เมื่อ $a > 0$
   c. ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบเกาส์
   d. X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ส่วนมากจะมีค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยของตัวแปรเหล่านั้น
   e. ความน่าจะเป็นที่ X น้อยกว่า μ มีค่ามากกว่า 0.5 ANS

ข้อ 4

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง
   a. ค่าของฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มมีค่าแตกต่างกันได้
   b. ตัวแปรสุ่มไคสแควร์เกิดจากตัวแปรสุ่มทีกำลังสอง
   c. กราฟของการแจกแจงทีสมมาตรกับแกน Y ANS
   d. การแจกแจงทีเป็นการแจกแจงปกติชนิดหนึ่ง
   e. การสลับลำดับขององศาเสรีทั้ง 2 ตัวของการแจกแจงเอฟ เขียนกราฟการแจกแจงเอฟได้แบบเดียวกัน

ข้อ 5

1. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.94,(\nu_1,\nu_2)} = 0.37$ จงหาค่าของ $f_{0.06,(\nu_2,\nu_1)}$
   วิธีทำ จะได้ว่า
$$f_{0.06,(\nu_2,\nu_1)} = \frac{1}{f_{0.94,(\nu_1,\nu_2)}} = \frac{1}{0.37} = 2.70$$

2. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.06,(\nu_1,\nu_2)} = 2.65$ จงหาค่าของ $f_{0.94,(\nu_2,\nu_1)}$
   วิธีทำ จะได้ว่า
$$f_{0.94,(\nu_2,\nu_1)} = \frac{1}{f_{0.06,(\nu_1,\nu_2)}} = \frac{1}{2.65} = 0.38$$

3. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.75,(\nu_1,\nu_2)} = 0.65$ จงหาค่าของ $f_{0.25,(\nu_2,\nu_1)}$
   วิธีทำ จะได้ว่า
$$f_{0.25,(\nu_2,\nu_1)} = \frac{1}{f_{0.75,(\nu_1,\nu_2)}} = \frac{1}{0.65} = 1.54$$

4. ในการแจกแจง $F(\nu_1, \nu_2)$ กำหนดให้ $f_{0.25,(\nu_1,\nu_2)} = 1.53$ จงหาค่าของ $f_{0.75,(\nu_2,\nu_1)}$
   วิธีทำ จะได้ว่า
$$f_{0.75,(\nu_2,\nu_1)} = \frac{1}{f_{0.25,(\nu_1,\nu_2)}} = \frac{1}{1.53} = 0.65$$

ข้อ 6

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
    a. ในการทดลองโยนเหรียญจนกว่าจะได้หัว มีประชากรที่ทราบจำนวนแน่นอน ANS
    b. แกงค์ชาบูนัดกันไปเที่ยวทะเลหลังสอบเสร็จแต่ตัดสินใจไม่ได้ว่าจะไปที่ไหนจึงเขียนสถานที่ของละคนที่อยากไปลงในกระดาษแล้วทำการเสี่ยงทายโดยการเขย่าให้กระดาษตกออกมา 1 แผ่น นี้คือการสุ่มตัวอย่างแบบธรรมดา
    c. พารามิเตอร์คือค่าที่คำนวณได้จากประชากร
    d. สถิติคือค่าที่คำนวณได้จากตัวอย่าง
    e. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่างอาจเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

ข้อ 7

1. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 4 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $2a+1, 2b+1, 2c+1$ มีค่าเท่าใด

    วิธีทำ จากสมบัติเชิงเส้นของความแปรปรวน (ประชากรและตัวอย่าง) จะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่างเท่ากับ

    $$2^2 \cdot (4) = 16$$

2. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 4 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $3a+1, 3b+1, 3c+1$ มีค่าเท่าใด

    วิธีทำ จากสมบัติเชิงเส้นของความแปรปรวน (ประชากรและตัวอย่าง) จะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่างเท่ากับ

    $$3^2 \cdot (4) = 36$$

3. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 9 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $2a+1, 2b+1, 2c+1$ มีค่าเท่าใด

    วิธีทำ จากสมบัติเชิงเส้นของความแปรปรวน (ประชากรและตัวอย่าง) จะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่างเท่ากับ

    $$2^2 \cdot (9) = 36$$

4. สุ่มตัวอย่างขนาด 3 ประกอบด้วย a, b, c โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 9 แล้วความแปรปรวนของตัวอย่าง $3a+1, 3b+1, 3c+1$ มีค่าเท่าใด

    วิธีทำ จากสมบัติเชิงเส้นของความแปรปรวน (ประชากรและตัวอย่าง) จะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่างเท่ากับ

    $$3^2 \cdot (9) = 81$$

ข้อ 8

1. โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง ผลิตหลอดไฟซึ่งอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างของหลอดไฟ n หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างมากกว่าค่าเฉลี่ยประชากร
   วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\bar{X} > \mu) = P(\bar{X} - \mu > 0) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = P(Z > 0) = 0.5$$

2. โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง ผลิตหลอดไฟซึ่งอายุการใช้งานมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างของหลอดไฟ n หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างน้อยกว่าค่าเฉลี่ยประชากร
   วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\bar{X} < \mu) = P(\bar{X} - \mu < 0) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = P(Z < 0) = 0.5$$

ข้อ 9

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง เกี่ยวกับตัวเลข 30
   a. ถ้าขนาดตัวอย่างอย่างน้อย 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ
   b. ถ้าขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงที
   c. ถ้าขนาดตัวอย่างจากการสุ่มจากประชากร 2 กลุ่ม ที่อิสระต่อกัน มากกว่า 30 การแจกแจงผลต่างของค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ
   d. การแจกค่าเฉลี่ยที่ทราบความแปรปรวนของประชากร เราจะไม่สนใจขนาดของตัวอย่างว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 30
   e. การหาความน่าจะเป็นเกี่ยวกับความแปรปรวนของตัวอย่างโดยใช้ไคสแควร์ ขนาดของตัวอย่างต้องเกินกว่า 30 ANS

ข้อ 10

1. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 30 และ 35 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 12$ และ $\sigma_2^2 = 18$ จงหาค่าของ $P(S_1 > 2S_2)$

   วิธีทำ สุ่มตัวอย่างขนาด $n_1 = 30, n_2 = 35$ จากประชากรปกติ และ $\sigma_1^2 = 12, \sigma_2^2 = 17$ เมื่อ $\nu_1 = 30 - 1 = 29$ และ $\nu_2 = 35 - 1 = 34$ จะได้ว่า

$$P(S_1 > 2S_2) = P(S_1^2 > 4S_2^2) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 4\right) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} > 4 \cdot \frac{18}{12}\right)$$
$$= P(F > 6) = 0.00001 = 0.0000 \quad \text{(อ่านค่าจาก Application)}$$

2. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 30 และ 35 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 12$ และ $\sigma_2^2 = 18$ จงหาค่าของ $P(2S_1 < S_2)$

   วิธีทำ สุ่มตัวอย่างขนาด $n_1 = 30, n_2 = 35$ จากประชากรปกติ และ $\sigma_1^2 = 12, \sigma_2^2 = 18$ เมื่อ $\nu_1 = 30 - 1 = 29$ และ $\nu_2 = 35 - 1 = 34$ จะได้ว่า

$$P(2S_1 < S_2) = P(4S_1^2 < S_2^2) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{4}\right) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{1}{4} \cdot \frac{18}{12}\right)$$
$$= P(F < 0.375) = 0.0043 \quad \text{(อ่านค่าจาก Application)}$$

3. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 33 และ 37 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 20$ และ $\sigma_2^2 = 25$ จงหาค่าของ $P(S_1 > 2S_2)$

   วิธีทำ สุ่มตัวอย่างขนาด $n_1 = 33, n_2 = 37$ จากประชากรปกติ และ $\sigma_1^2 = 20, \sigma_2^2 = 25$ เมื่อ $\nu_1 = 33 - 1 = 32$ และ $\nu_2 = 37 - 1 = 36$ จะได้ว่า

$$P(S_1 > 2S_2) = P(S_1^2 > 4S_2^2) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 2\right) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} > 4 \cdot \frac{25}{20}\right)$$
$$= P(F > 5) = 0.000003 = 0.0000 \quad \text{(อ่านค่าจาก Application)}$$

4. ให้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่างสุ่มขนาด 33 และ 37 โดยสุ่มอย่างอิสระต่อกันจากประชากรปกติ ที่มีความแปรปรวนเป็น $\sigma_1^2 = 20$ และ $\sigma_2^2 = 30$ จงหาค่าของ $P(2S_1 < S_2)$

   วิธีทำ สุ่มตัวอย่างขนาด $n_1 = 33, n_2 = 37$ จากประชากรปกติ และ $\sigma_1^2 = 20, \sigma_2^2 = 30$ เมื่อ $\nu_1 = 33 - 1 = 32$ และ $\nu_2 = 37 - 1 = 36$ จะได้ว่า

$$P(2S_1 < S_2) = P(4S_1^2 < S_2^2) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{4}\right) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} < \frac{1}{4} \cdot \frac{30}{20}\right)$$
$$= P(F < 0.375) = 0.0030 \quad \text{(อ่านค่าจาก Application)}$$

ข้อ 11

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

    a. สมมติฐานสถิติ คือข้อความที่เกี่ยวกับตัวอย่างหรือประชากร

    b. ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติเรามักจะคาดหวังที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ANS

    c. การปฏิเสธ H_0 ทั้ง ๆ ที่ H_0 เป็นจริง เรียกว่าความผิดพลาดประเภทที่ 2

    d. ความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2 เรียกว่าอำนาจการทดสอบ

    e. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบไม่เกี่ยวข้องกับสมมติฐานหลัก

ข้อ 12

1. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7978 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2}) = 1 - \text{อำนาจการทดสอบ } = 1 - 0.7978 = 0.2022$$

2. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7435 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2}) = 1 - \text{อำนาจการทดสอบ } = 1 - 0.7435 = 0.2565$$

3. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.7788 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2}) = 1 - \text{อำนาจการทดสอบ } = 1 - 0.7788 = 0.2212$$

4. ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ H_0 มีอำนาจการทดสอบ 0.8877 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2
วิธีทำ จะได้ว่า

$$P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2}) = 1 - \text{อำนาจการทดสอบ } = 1 - 0.8877 = 0.1123$$

ข้อ 13

1. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -1.12$ จงหาค่า P-value
   วิธีทำ จะได้ว่า
   $$\text{P-vlue } = P(Z > |Z_{\text{คำนวณ}}|) = P(Z > 1.12) = 0.1313$$
2. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งสุ่มตัวอย่างขนาด 15 มี $T_{\text{คำนวณ}} = -1.12$ จงหาค่า P-value
   วิธีทำ องศาเสรีคือ $\nu = 15 - 1 = 14$ จะได้ว่า
   $$\text{P-vlue } = P(T > |T_{\text{คำนวณ}}|) = P(T > 1.12) = 0.1213$$
3. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ จงหาค่า P-value
   วิธีทำ จะได้ว่า
   $$\text{P-vlue } = P(Z > |Z_{\text{คำนวณ}}|) = P(Z > 2.11) = 0.0174$$
4. ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งสุ่มตัวอย่างขนาด 15 มี $T_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ จงหาค่า P-value
   วิธีทำ องศาเสรีคือ $\nu = 15 - 1 = 14$ จะได้ว่า
   $$\text{P-vlue } = P(T > |T_{\text{คำนวณ}}|) = P(T > 2.11) = 0.0267$$

ข้อ 14

1. ในการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (two-tails test) ที่มี H_0 เป็นสมมติฐานหลัก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.11$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง
   a. ยอมรับ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05
   b. ยอมรับ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025
   c. ปฏิเสธ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05
   d. ปฏิเสธ H_0 เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025 ANS
   e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะสรุปผลการทดสอบ

วิธีทำ จะได้ว่า

$$\text{P-vlue } = P(Z > |Z_{\text{คำนวณ}}|) = P(Z > 2.11) = 0.0174 < 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้น ปฏิเสธ H_0

ข้อ 15

1. ทรงพลต้องการจะทราบว่ามีคนชอบรัฐบาลเกิน 50% หรือไม่ จึงใช้การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลสรุปไม่เป็นไปตามที่คาดคือมีคนชอบไม่ถึงเกิน 50% ข้อใดคือค่า P-value ที่เป็นไปได้ของทรงพล

    a. P-value เท่ากับ 0.0512 ANS

    b. P-value เท่ากับ 0.0279

    c. P-value เท่ากับ 0.0265

    d. P-value เท่ากับ 0.0193

    e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่

    วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

    $$\begin{array}{lcl} H_0 & : & p = 0.5 \\ H_1 & : & p > 0.5 \end{array}$$

    ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ เป็นการทดสอบทางเดียว ที่ยอมรับ H_0 แสดงว่า

    $$\text{P-value} = 0.0512 > 0.05 = \alpha$$

2. ทรงพลต้องการจะทราบว่ามีคนชอบรัฐบาลเกิน 50% หรือไม่ จึงใช้การทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลสรุปเป็นไปตามที่คาดคือมีคนชอบเกิน 50% ข้อใดคือค่า P-value ที่เป็นไปได้ของทรงพล

    a. P-value เท่ากับ 0.0512

    b. P-value เท่ากับ 0.0503

    c. P-value เท่ากับ 0.0490 ANS

    d. P-value เท่ากับ 0.5030

    e. ข้อมูลไม่เพียงพอที่

วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & p = 0.5 \\ H_1 & : & p > 0.5 \end{array}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ เป็นการทดสอบทางเดียว ที่ปฏิเสธ H_0 แสดงว่า

$$\text{P-value} = 0.0490 < 0.05 = \alpha$$

ข้อ 16

1. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2019 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

1.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2019

วิธีทำ จากข้อมูลในปี 2019 จะได้ว่า $\mu = 770$ และ

$$0.15 = P(X > 780) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{780-770}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{10}{\sigma}\right)$$

เนื่องจาก $P(Z > 1.04) = 0.15$ (อ่านค่าจากแอพปิเคชั่น) จะได้ว่า

$$\frac{10}{\sigma} = 1.04 \qquad \Rightarrow \qquad \sigma = \frac{10}{1.04} = 9.61$$

ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2019 เท่ากับ $\sigma^2 = 92.35$

1.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2019

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 670 จะได้ว่า

$$P(X > 670+90) = P(X > 760) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{760-770}{9.61}\right) = P\left(Z > -1.04\right) = 0.8508$$

ดังนั้นนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2019 มีอยู่ 85.08%

1.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2019 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 670 และคะแนนสูงสุดเท่ากับ 800 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(670+50 < X < 800-50) &= P(720 < X < 750) \\ &= P\left(\frac{720-770}{9.61} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{750-770}{9.61}\right) \\ &= P\left(-5.20 < Z - 0.21\right) \\ &= P(Z < -0.21) - P(Z < -5.20) = 0.4168 - 0 \qquad = 0.4168 \end{aligned}$$

ดังนั้นมีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน ประมาณ $1000 \cdot 0.4168 \approx 416$ คน

2. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2018 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

2.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2018

วิธีทำ จากข้อมูลในปี 2018 จะได้ว่า $\mu = 762$ และ

$$0.15 = P(X > 780) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{780-762}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{18}{\sigma}\right)$$

เนื่องจาก $P(Z > 1.04) = 0.15$ (อ่านค่าจากแอพปิเคชั่น) จะได้ว่า

$$\frac{18}{\sigma} = 1.04 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{18}{1.04} = 17.31$$

ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2018 เท่ากับ $\sigma^2 = 299.55$

2.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2018

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 660 จะได้ว่า

$$P(X > 660+90) = P(X > 750) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{750-762}{17.31}\right) = P\left(Z > -0.69\right) = 0.7549$$

ดังนั้นนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2018 มีอยู่ 75.49%

2.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2018 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 660 และคะแนนสูงสุดเท่ากับ 800 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(660+50 < X < 800-50) &= P(710 < X < 750) \\ &= P\left(\frac{710-762}{17.31} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{750-762}{17.31}\right) \\ &= P\left(-3.00 < Z - 0.69\right) \\ &= P(Z < -0.69) - P(Z < -3.00) = 0.2451 - 0.0013 \quad = 0.2438 \end{aligned}$$

ดังนั้นมีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน ประมาณ $1000 \cdot 0.2438 \approx 243$ คน

3. **(10 คะแนน)** ในการเข้าศึกษาต่อหลักสูตรนานาชาติทั้งในประเทศและต่างประเทศ มักใช้ผลสอบ SAT Math ประกอบการพิจารณาเพื่อเข้าศึกษา ซึ่งในปี 2017-2019 (ในประเทศไทย) รายงานคะแนนดังต่อไปนี้

ปี	2017	2018	2019
คะแนนสูงสุด	800	800	800
คะแนนต่ำสุด	660	660	670
คะแนนเฉลี่ย	752	762	770

สมมติว่าคะแนนในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติ ในปี 2017 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 780 คะแนนอยู่ 15%

3.1 **(4 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2017

วิธีทำ จากข้อมูลในปี 2017 จะได้ว่า $\mu = 752$ และ

$$0.15 = P(X > 780) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{780-752}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{28}{\sigma}\right)$$

เนื่องจาก $P(Z > 1.04) = 0.15$ (อ่านค่าจากแอพปิเคชั่น) จะได้ว่า

$$\frac{28}{\sigma} = 1.04 \quad\Rightarrow\quad \sigma = \frac{10}{1.04} = 26.92$$

ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนสอบในปี 2017 เท่ากับ $\sigma^2 = 724.85$

3.2 **(3 คะแนน)** อยากทราบว่ามีนักเรียนอยู่กี่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2017

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 660 จะได้ว่า

$$P(X > 660+90) = P(X > 750) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{750-752}{26.92}\right) = P\left(Z > -0.07\right) = 0.5279$$

ดังนั้นนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 90 คะแนนขึ้นไป ในปี 2017 มีอยู่ 52.79%

3.3 **(3 คะแนน)** ในปี 2017 ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 1000 คน มีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน

วิธีทำ เนื่องจากคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 660 และคะแนนสูงสุดเท่ากับ 800 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(660+50 < X < 800-50) &= P(710 < X < 750) \\ &= P\left(\frac{710-752}{26.92} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{750-752}{26.92}\right) \\ &= P\left(-1.56 < Z - 0.07\right) \\ &= P(Z < -0.07) - P(Z < -1.56) = 0.4721 - 0.0594 \quad = 0.4127 \end{aligned}$$

ดังนั้นมีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนมากกว่าคะแนนต่ำสุด 50 คะแนน แต่น้อยกว่าคะแนนสูงสุด 50 คะแนน ประมาณ $1000 \cdot 0.4127 \approx 412$ คน

ข้อ 17

รายงานจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ ระหว่างปี 2557-2558 นั้นระบุว่า ค่าเฉลี่ยความสูงของผู้หญิงไทยจะอยู่ที่ 158 เซนติเมตร ส่วนผู้ชายค่าเฉลี่ยความสูงจะอยู่ที่ 171 เซนติเมตร ถ้าทำการสุ่มตัวอย่างมา 5 กลุ่ม โดยอย่างอิสระต่อกัน ปรากฏผลดังตาราง

กลุ่มตัวอย่างที่	1	2	3	4	5
ขนาดตัวอย่างผู้ชาย	50	65	20	16	15
ส่วนสูงเฉลี่ยผู้ชาย (ซม.)	$\bar{X}_{11}$	$\bar{X}_{12}$	$\bar{X}_{13}$	172	173
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของส่วนสูงผู้ชาย (ซม.)	10	9	11	S_{14}	S_{15}
ขนาดตัวอย่างผู้หญิง	60	55	25	20	18
ส่วนสูงเฉลี่ยผู้หญิง (ซม.)	$\bar{X}_{21}$	$\bar{X}_{22}$	$\bar{X}_{23}$	160	156
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของส่วนสูงผู้หญิง (ซม.)	12	11	10	S_{24}	S_{25}

สมมติว่าส่วนสูงของผู้ชายและผู้หญิงมีการแจกแจงปกติ

1. สมมติความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

1.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร

วิธีทำ ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่าความแปรปรวน แต่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n_{11} = 50$, $n_{22} = 55$, $S_{11} = 10$, $S_{22} = 11$ และ $\mu_{11} = 171$, $\mu_{22} = 158$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงปกติที่ประมาณค่า σ ด้วย S จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(\bar{X}_{11} - \bar{X}_{22} \geq 10) &= P\left(\frac{\bar{X}_{11} - \bar{X}_{22} - (\mu_{11} - \mu_{22})}{\sqrt{\frac{S_{11}^2}{n_{11}} + \frac{S_{22}^2}{n_{22}}}} \geq \frac{10 - (171 - 158)}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{11^2}{55}}}\right) \\
&= P(Z \geq -0.98) \\
&= 0.8364
\end{aligned}
$$

(อ่านค่าจาก App)

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตรเท่ากับ 0.8364 $\#$

1.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายมากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิง ในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 5

วิธีทำ ผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 5 โดยที่ $n_{15} = 15$ ผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 5 โดยที่ $n_{25} = 18$
ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\sigma_{15}^2 = \sigma_{25}^2$

$$\nu_1 = 15 - 1 = 14 \text{ และ } \nu_2 = 18 - 1 = 17$$

จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(S_{15}^2 > 2S_{25}^2) &= P\left(\frac{S_{15}^2}{S_{25}^2} > 2\right) \\
&= P\left(\frac{S_{15}^2}{S_{25}^2} \cdot \frac{\sigma_{25}^2}{\sigma_{15}^2} > 2 \cdot \frac{\sigma_{25}^2}{\sigma_{15}^2}\right) \\
&= P(F > 2) \\
&= 0.0878
\end{aligned}
$$

อ่านค่าจาก Application

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายมากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิง ในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 5 เท่ากับ 0.0878 $\#$

2. สมมติความแปรปรวนของประชากรส่วนสูงผู้ชายเป็น 2 เท่าของส่วนสูงผู้หญิง

2.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร

วิธีทำ ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่าความแปรปรวน แต่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n_{12} = 65$, $n_{21} = 60$, $S_{12} = 9$, $S_{21} = 12$ และ $\mu_{12} = 171$, $\mu_{21} = 158$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงปกติที่ประมาณค่า σ ด้วย S จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_{12} - \bar{X}_{21} \geq 10) &= P\left(\frac{\bar{X}_{12} - \bar{X}_{21} - (\mu_{12} - \mu_{21})}{\sqrt{\frac{S_{12}^2}{n_{12}} + \frac{S_{21}^2}{n_{21}}}} \geq \frac{10 - (171 - 158)}{\sqrt{\frac{9^2}{65} + \frac{12^2}{60}}} \right) \\ &= P(Z \geq -1.57) \\ &= 0.9418 \qquad \text{(อ่านค่าจาก App)} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 2 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตรเท่ากับ 0.9418 $\#$

2.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 5 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ ผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 5 โดยที่ $n_{15} = 15$ ผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 4 โดยที่ $n_{24} = 20$
ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\sigma_{15}^2 = 2\sigma_{24}^2$

$$\nu_1 = 15 - 1 = 14 \text{ และ } \nu_2 = 20 - 1 = 19$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_{15}^2 > 2S_{24}^2) &= P\left(\frac{S_{15}^2}{S_{24}^2} > 2 \right) \\ &= P\left(\frac{S_{15}^2}{S_{24}^2} \cdot \frac{\sigma_{24}^2}{\sigma_{15}^2} > 2 \cdot \frac{\sigma_{24}^2}{\sigma_{15}^2} \right) = P\left(F > 2 \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= P(F > 1) \\ &= 0.4899 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 5 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 4 เท่ากับ 0.4899 $\#$

3. สมมติความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

3.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร

วิธีทำ ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า σ_{13}^2 (ชายกลุ่ม3) และ σ_{23}^2 (หญิงกลุ่ม3) และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_{13} = 20$, $n_{23} = 25$, $S_{13} = 11$, $S_{23} = 10$ และ $\mu_{13} = 171$, $\mu_{23} = 158$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงที เนื่องจาก $\sigma_{13}^2 = \sigma_{23}^2$ จะได้ว่า

$$S_p^2 = \frac{(20-1)11^2 + (25-1)10^2}{20+25-2} = 109.28$$

และองศาเสรีคือ $\nu = 20 + 25 - 2 = 43$ ฉะนั้น

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23} \geq 10) &= P\left(\frac{\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23} - (\mu_{13} - \mu_{23})}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_{13}} + \frac{1}{n_{23}}\right)}} \geq \frac{10 - (171 - 158)}{\sqrt{109.28\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{25}\right)}}\right) \\ &= P(T \geq -0.96) = 0.8288 \end{aligned}$$

(อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น)

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร เท่ากับ 0.8288 $\#$

3.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายมากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิง ในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 4

วิธีทำ ผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 4 โดยที่ $n_{14} = 14$ ผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 4 โดยที่ $n_{24} = 20$
ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\sigma_{14}^2 = \sigma_{24}^2$

$$\nu_1 = 16 - 1 = 15 \text{ และ } \nu_2 = 20 - 1 = 19$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_{14}^2 > 2S_{24}^2) &= P\left(\frac{S_{14}^2}{S_{24}^2} > 2\right) \\ &= P\left(\frac{S_{14}^2}{S_{24}^2} \cdot \frac{\sigma_{24}^2}{\sigma_{14}^2} > 2 \cdot \frac{\sigma_{24}^2}{\sigma_{14}^2}\right) \\ &= P(F > 2) \\ &= 0.0774 \end{aligned}$$

อ่านค่าจาก Application

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายมากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิง ในกลุ่มตัวอย่างอย่างที่ 4 เท่ากับ 0.0774 $\#$

4. สมมติความแปรปรวนของประชากรส่วนสูงผู้หญิงเป็น 2 เท่าของส่วนสูงผู้ชาย

4.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร สมมติความแปรปรวนของประชากรทั้งสองต่างกัน

วิธีทำ ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า σ_{13}^2 (ชายกลุ่ม3) และ σ_{24}^2 (หญิงกลุ่ม3) และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_{13} = 20, n_{23} = 25, S_{13} = 11, S_{23} = 10$ และ $\mu_{13} = 171, \mu_{23} = 158$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงที เนื่องจาก $\sigma_{13}^2 \neq \sigma_{23}^2$ มีองศาเสรีคือ

$$\nu = \frac{\left(\frac{11^2}{20} + \frac{10^2}{25}\right)^2}{\left(\frac{11^2}{20}\right)^2 \cdot \frac{1}{20-1} + \left(\frac{10^2}{25}\right)^2 \cdot \frac{1}{25-1}} = 38.95 \approx 39$$

จะได้ว่า

$$P(\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23} \geq 10) = P\left(\frac{\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23} - (\mu_{13} - \mu_{23})}{\sqrt{\frac{S_{13}^2}{n_{13}} + \frac{S_{23}^2}{n_{23}}}} \geq \frac{10 - (171 - 158)}{\sqrt{\frac{10^2}{20} + \frac{11^2}{25}}}\right)$$

$$= P(T \geq -0.96) = 0.8285$$ (อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น)

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ส่วนสูงเฉลี่ยของผู้ชายของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 มากส่วนสูงเฉลี่ยของผู้หญิงของกลุ่มตัวอย่างที่ 3 ไม่น้อยกว่า 10 เซนติมเตร เท่ากับ 0.8285 $\#$

4.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 4 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 5

วิธีทำ ผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 4 โดยที่ $n_{14} = 16$ ผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 5 โดยที่ $n_{25} = 18$
ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\sigma_{25}^2 = 2\sigma_{14}^2$

$$\nu_1 = 16 - 1 = 15 \text{ และ } \nu_2 = 18 - 1 = 17$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_{14}^2 > 2S_{25}^2) &= P\left(\frac{S_{14}^2}{S_{25}^2} > 2\right) \\ &= P\left(\frac{S_{14}^2}{S_{25}^2} \cdot \frac{\sigma_{25}^2}{\sigma_{14}^2} > 2 \cdot \frac{\sigma_{25}^2}{\sigma_{14}^2}\right) = P\left(F > 2 \cdot 2\right) \\ &= P(F > 4) \\ &= 0.0038 \end{aligned}$$

อ่านค่าจาก Application

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของส่วนสูงผู้ชายกลุ่มตัวอย่างที่ 4 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนส่วนสูงผู้หญิงกลุ่มตัวอย่างที่ 5 เท่ากับ 0.0038 $\#$

ข้อ 18

ข้อมูลจากฐานเศรษฐกิจ(ออนไลน์) 13 มีนาคม 2565 กล่าวว่าโควิดระลอกที่สี่ของไทย ที่เริ่มมาตั้งแต่มกราคม 2565 มีไวรัสโอมิครอนเป็นสายพันธุ์หลัก ซึ่งแตกต่างจากไวรัสเดลตาที่เป็นสายพันธุ์หลักในโควิดระลอกที่สาม โดยพบว่าสถิติตัวเลขต่างๆในประเทศไทย สอดคล้องกับความจริงดังกล่าวคือ อัตราการเสียชีวิตจากไวรัสโอมิครอนเท่ากับ 0.21% และไวรัสเดลตา 0.98% จึงกล่าวได้ว่า อัตราการเสียชีวิตจากไวรัสโอมิครอนเทียบกับไวรัสเดลตาน้อยกว่า 4.66 เท่า นักสถิติทำการสุ่มผู้ป่วยโควิด-19 จำนวน 2 กลุ่มตัวอย่าง นักสถิติทำการสุ่มผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจำนวน 1000 ราย และได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจำนวน 800 ราย

1. 1.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนผู้เสียชีวิตจากได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 1000, p = 0.0021)$
1. ใช้การแจกแจงทวินาม

$$P(X \leq 1) = \sum_{x=0}^{1} b(x; 1000, 0.0021) = 0.3793 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}$$

2.ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) = P(X < 2) = P\left(\hat{p} < \frac{2}{1000}\right) &= P(\hat{p} < 0.002) \\ &\approx P\left(\hat{p} < 0.002 - \frac{0.5}{1000}\right) = P(\hat{p} < 0.0015) \\ &= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{0.0015 - 0.0021}{\sqrt{\frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\ &= P(Z < -0.41) \\ &= 0.3409 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย เท่ากับ 0.3409 #

1.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1%

วิธีทำ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตา $n_1 = 800$, $p_1 = 0.0098$
และผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน $n_2 = 1000$, $p_2 = 0.0021$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \geq 0.01) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \geq \frac{0.01 - (0.0098 - 0.0021)}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800} + \frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\ &= P(Z \geq 0.61) \\ &= 0.2709 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application} \end{aligned}$$

ดังนั้นหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1% เท่ากับ 0.2709 หรือ 27.09% #

2. 2.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนผู้เสียชีวิตจากได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 1000, p = 0.0021)$

1. ใช้การแจกแจงทวินาม

$$P(X \geq 1) = \sum_{x=1}^{\infty} b(x; 1000, 0.0021) = 0.8778 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}$$

2.ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

$$\begin{aligned}
P(X \geq 1) = P(X > 0) = P\left(\hat{p} > \frac{0}{1000}\right) &= P(\hat{p} > 0) \\
&\approx P\left(\hat{p} < 0 + \frac{0.5}{1000}\right) = P(\hat{p} > 0.0005) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} > \frac{0.0005 - 0.0021}{\sqrt{\frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\
&= P(Z > -1.1) \\
&= 0.8643 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอนจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย เท่ากับ 0.8643 $\#$

2.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1%

วิธีทำ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตา $n_1 = 800$, $p_1 = 0.0098$ และผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน $n_2 = 1000$, $p_2 = 0.0021$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \leq 0.01) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \leq \frac{0.01 - (0.0098 - 0.0021)}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800} + \frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\
&= P(Z \leq 0.61) \\
&= 0.7291 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1% เท่ากับ 0.7291 หรือ 72.91% $\#$

3. 3.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนผู้เสียชีวิตจากได้รับเชื้อไวรัสเดลตา จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 800, p = 0.0098)$

1. ใช้การแจกแจงทวินาม

$$P(X \leq 1) = \sum_{x=0}^{1} b(x; 800, 0.0098) = 0.0034 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}$$

2.ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

$$\begin{aligned}
P(X \leq 1) = P(X < 2) = P\left(\hat{p} < \frac{2}{800}\right) &= P(\hat{p} < 0.0025) \\
&\approx P\left(\hat{p} < 0.0025 - \frac{0.5}{1000}\right) = P(\hat{p} < 0.00075) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{0.00075 - 0.0098}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800}}}\right) \\
&= P(Z < -2.74) \\
&= 0.0031 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตไม่เกิน 1 ราย เท่ากับ 0.0031 #

3.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1.5%

วิธีทำ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตา $n_1 = 800$, $p_1 = 0.0098$ และผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน $n_2 = 1000$, $p_2 = 0.0021$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \geq 0.015) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \geq \frac{0.015 - (0.0098 - 0.0021)}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800} + \frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\
&= P(Z \geq 1.93) \\
&= 0.0268 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน อย่างน้อย 1.5% เท่ากับ 0.0268 หรือ 2.68% #

4. 4.1 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนผู้เสียชีวิตจากได้รับเชื้อไวรัสเดลตา จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 800, p = 0.0098)$

1. ใช้การแจกแจงทวินาม

$$P(X \geq 1) = \sum_{x=1}^{\infty} b(x; 800, 0.0098) = 0.9996 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}$$

2.ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

$$\begin{aligned}
P(X \geq 1) = P(X > 0) = P\left(\hat{p} > \frac{0}{800}\right) &= P(\hat{p} < 0) \\
&\approx P\left(\hat{p} > 0 + \frac{0.5}{1000}\right) = P(\hat{p} > 0.00075) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} > \frac{0.00075 - 0.0098}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800}}}\right) \\
&= P(Z > -2.74) \\
&= 0.9969 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตอย่างน้อย 1 ราย เท่ากับ 0.9969 #

4.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1.5%

วิธีทำ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตา $n_1 = 800, p_1 = 0.0098$ และผู้ป่วยที่ได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน $n_2 = 1000, p_2 = 0.0021$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \leq 0.015) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} \leq \frac{0.015 - (0.0098 - 0.0021)}{\sqrt{\frac{0.0098(0.9902)}{800} + \frac{0.0021(0.9979)}{1000}}}\right) \\
&= P(Z \leq 1.93) \\
&= 0.9732 \qquad \text{อ่านค่าจาก Application}
\end{aligned}$$

ดังนั้นหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยโควิด-19 ที่ได้รับเชื้อไวรัสเดลตาจะเสียชีวิตมากกว่าได้รับเชื้อไวรัสโอมิครอน ไม่เกิน 1.5% เท่ากับ 0.9732 หรือ 97.32% #

ข้อ 19

ในการสุ่มตัวอย่างนักศึกษา 6 คน คณะครุศาสตร์ เพื่อสอบถามระดับคะแนน (GPA) ในแต่ละชั้นปีที่เรียนผ่านมา ปรากฏดังนี้

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1	ชั้นปีที่ 2	ชั้นปีที่ 3
1	2.51	2.72	3.13
2	3.50	3.45	3.65
3	2.21	2.50	2.98
4	3.00	2.76	3.15
5	3.10	3.50	3.55
6	2.32	2.50	2.78

สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

1. 1.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 กับ 3

   วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 3 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1 (x_i)	ชั้นปีที่ 3 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.51	3.13	0.62
2	3.50	3.65	0.15
3	2.21	2.98	0.77
4	3.00	3.15	0.15
5	3.10	3.55	0.45
6	2.32	2.78	0.46

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 6$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 6 - 1 = 5$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.43$ และ $S_d = 0.25$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $t_{0.025} = 2.57$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.025} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad \bar{D} + t_{0.025} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.43 - 2.57 \cdot \frac{0.25}{\sqrt{6}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.43 + 2.57 \cdot \frac{0.25}{\sqrt{6}}$$

$$0.17 \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.69$$

1.2 **(5 คะแนน)** ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง

วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 3 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1 (x_i)	ชั้นปีที่ 3 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.51	3.13	0.62
2	3.50	3.65	0.15
3	2.21	2.98	0.77
4	3.00	3.15	0.15
5	3.10	3.55	0.45
6	2.32	2.78	0.46
นาย ก	3.44	3.75	0.31

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 7$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 7 - 1 = 6$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.41$ และ $S_d = 0.23$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ

$t_{0.025} = 2.45$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.025} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad \bar{D} + t_{0.025} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.41 - 2.45 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{7}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.41 + 2.45 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{7}}$$

$$0.20 \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.62$$

2. 2.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 กับ 2

วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1 (x_i)	ชั้นปีที่ 2 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.51	2.72	0.21
2	3.50	3.45	-0.05
3	2.21	2.50	0.29
4	3.00	2.76	-0.24
5	3.10	3.50	0.40
6	2.32	2.50	0.18

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 6$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 6 - 1 = 5$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.13$ และ $S_d = 0.23$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 96% นั่นคือ $\alpha = 0.04$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.02$ และ $t_{0.02} = 2.76$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 96% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.02} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad \bar{D} + t_{0.02} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.13 - 2.76 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{6}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.13 + 2.76 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{6}}$$

$$-0.13 \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.39$$

2.2 **(5 คะแนน)** ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง

วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 1 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 1 (x_i)	ชั้นปีที่ 2 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.51	2.72	0.21
2	3.50	3.45	-0.05
3	2.21	2.50	0.29
4	3.00	2.76	-0.24
5	3.10	3.50	0.40
6	2.32	2.50	0.18
นาย ก	3.44	3.46	0.02

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 7$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 7 - 1 = 6$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.11$ และ $S_d = 0.22$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 96% นั่นคือ $\alpha = 0.04$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.02$ และ $t_{0.02} = 2.61$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 96% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.02} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad \bar{D} + t_{0.02} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.11 - 2.61 \cdot \frac{0.22}{\sqrt{7}} \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.11 + 2.61 \cdot \frac{0.22}{\sqrt{7}}$$

$$-0.11 \quad < \quad \mu_D \quad < \quad 0.33$$

3. 3.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 97% สำหรับค่าเฉลี่ยของผลต่างจริงของระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 กับ 3

วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 3 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 2 (x_i)	ชั้นปีที่ 3 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.72	3.13	0.41
2	3.45	3.65	0.20
3	2.50	2.98	0.48
4	2.76	3.15	0.39
5	3.50	3.55	0.05
6	2.50	2.78	0.28

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 6$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 6 - 1 = 5$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.30$ และ $S_d = 0.16$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 97% นั่นคือ $\alpha = 0.03$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.015$ และ $t_{0.015} = 3.00$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 97% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.015} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{D} + t_{0.015} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.30 - 3 \cdot \frac{0.16}{\sqrt{6}} < \mu_D < 0.30 + 3 \cdot \frac{0.16}{\sqrt{6}}$$

$$0.10 < \mu_D < 0.49$$

3.2 **(5 คะแนน)** ถ้าเพิ่มข้อมูล นาย ก ที่มีระดับคะแนนชั้นปีที่ 1, 2 และ 3 คือ 3.44, 3.46, 3.75 ตามลำดับ จงหาข้อ 1 ใหม่อีกครั้ง

วิธีทำ พิจารณาผลต่างโดยใช้ระดับคะแนนชั้นปีที่ 3 - ระดับคะแนนชั้นปีที่ 2 นั่นคือ

นักศึกษาคนที่	ชั้นปีที่ 2 (x_i)	ชั้นปีที่ 3 (y_i)	$d_i = y_i - x_i$
1	2.72	3.13	0.41
2	3.45	3.65	0.20
3	2.50	2.98	0.48
4	2.76	3.15	0.39
5	3.50	3.55	0.05
6	2.50	2.78	0.28
นาย ก	3.46	3.75	0.29

สุ่มตัวอย่างเป็นคู่ ๆ ขนาด $n = 7$ จากประชากรปกติ เราประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 7 - 1 = 6$ คำนวณค่า $\bar{D} = 0.3$ และ $S_d = 0.14$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 97% นั่นคือ $\alpha = 0.03$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.015$ และ $t_{0.015} = 2.83$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 97% ของ μ_D คือ

$$\bar{D} - t_{0.015} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_D < \bar{D} + t_{0.015} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$0.3 - 2.83 \cdot \frac{0.14}{\sqrt{7}} < \mu_D < 0.3 + 2.83 \cdot \frac{0.14}{\sqrt{7}}$$

$$0.15 < \mu_D < 0.45$$

ข้อ 20

จากการสำรวจตัวอย่างขนาด 1100 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 เกี่ยวกับการศึกษาต่อ แสดงงข้อมูลดังต่อไปนี้

ชนิดสถานศึกษา	โรงเรียนรัฐ	โรงเรียนเอกชน	โรงเรียนนานาชาติ	รวม
มหาวิทยาลัยรัฐ	500	70	50	620
มหาวิทยาลัยเอกชน	250	100	40	390
อื่น ๆ	50	30	10	90
รวม	800	200	100	1100

1. 1.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนรัฐที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

วิธีทำ จากการสุ่มตัวอย่างขนาด $n = 800$ จากโรงเรียนรัฐ สัดส่วนของนักเรียนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ คือ $\hat{P} = \frac{500}{800} = 0.625$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 96% นั่นคือ $\alpha = 0.06$ ฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.02$ และ $z_{0.02} = 2.05$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 96% ของ p คือ

$$\hat{P} - z_{0.02} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \quad < \quad p \quad < \quad \hat{P} + z_{0.02} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

$$0.625 - 2.05 \cdot \sqrt{\frac{0.625(0.375)}{800}} \quad < \quad p \quad < \quad 0.625 + 2.05 \cdot \sqrt{\frac{0.625(0.375)}{800}}$$

$$0.5899 \quad < \quad p \quad < \quad 0.6601$$

ดังนั้นสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนรัฐที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐชุดอยู่ในช่วง 58.99% ถึง 66.01%

1.2 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 96% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐที่มาจากโรงเรียนรัฐและโรงเรียนเอกชน

วิธีทำ จากข้อมูลที่ให้

	โรงเรียนรัฐ	โรงเรียนเอกชน
ขนาดตัวอย่าง	$n_1 = 800$	$n_2 = 200$
จำนวนนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ	$X_1 = 500$	$X_2 = 70$
สัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ	$\hat{P}_1 = 0.625$	$\hat{P}_2 = 0.35$

ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุดและตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เราจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 96% นั่นคือ $\alpha = 0.04$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.02$ และ $z_{0.02} = 2.05$ ฉะนั้นช่วงความเชื่อมั่น 96% ของ $p_1 - p_2$ คือช่วง

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm z_{0.02}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

$$(0.625 - 0.35) \pm 2.05\sqrt{\frac{0.625(0.375)}{800} + \frac{0.35(0.65)}{200}}$$

$$0.275 \pm 0.0775$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 96% ของ $p_1 - p_2$ คือ

$$0.1974 < p_1 - p_2 < 0.3525$$

2. 2.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนเอกชนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

วิธีทำ จากการสุ่มตัวอย่างขนาด $n = 200$ จากโรงเรียนเอกชน สัดส่วนของนักเรียนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ คือ $\hat{P} = \frac{70}{200} = 0.35$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.025$ ฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $z_{0.025} = 1.96$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ p คือ

$$\hat{P} - z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \quad < \quad p \quad < \quad \hat{P} + z_{0.05} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

$$0.35 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.35(0.65)}{200}} \quad < \quad p \quad < \quad 0.35 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.35(0.65)}{200}}$$

$$0.2839 \quad < \quad p \quad < \quad 0.4164$$

ดังนั้นสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนเอกชนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐชุดอยู่ในช่วง 28.39% ถึง 41.64%

2.2 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยเอกชนที่มาจากโรงเรียนรัฐและโรงเรียนเอกชน

วิธีทำ จากข้อมูลที่ให้

	โรงเรียนรัฐ	โรงเรียนเอกชน
ขนาดตัวอย่าง	$n_1 = 800$	$n_2 = 200$
จำนวนนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยเอกชน	$X_2 = 250$	$X_2 = 100$
สัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยเอกชน	$\hat{P}_1 = 0.3125$	$\hat{P}_2 = 0.5$

ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุดและตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เราจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $z_{0.025} = 1.96$ ฉะนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $p_1 - p_2$ คือช่วง

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm z_{0.025}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$
$$(0.3125 - 0.5) \pm 1.96\sqrt{\frac{0.3125(0.6875)}{800} + \frac{0.5(0.5)}{200}}$$
$$-0.1875 \pm 0.0764$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 95% ของ $p_1 - p_2$ คือ

$$-0.2639 < p_1 - p_2 < -0.1111$$

3. 3.1 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 98% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนนานาชาติที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ

วิธีทำ จากการสุ่มตัวอย่างขนาด $n = 100$ จากโรงเรียนนานาชาติ สัดส่วนของนักเรียนที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐคือ $\hat{P} = \frac{50}{100} = 0.5$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 98% นั่นคือ $\alpha = 0.02$ ฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.01$ และ $z_{0.01} = 2.33$ ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 98% ของ p คือ

$$\begin{aligned}
\hat{P} - z_{0.01} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \quad &< \quad p \quad < \quad \hat{P} + z_{0.01} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \\
0.5 - 2.33 \cdot \sqrt{\frac{0.5(0.5)}{100}} \quad &< \quad p \quad < \quad 0.5 + 2.33 \cdot \sqrt{\frac{0.5(0.5)}{100}} \\
0.3835 \quad &< \quad p \quad < \quad 0.6165
\end{aligned}$$

ดังนั้นสัดส่วนที่แท้จริงของนักเรียนโรงเรียนนานชาติที่เข้าศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐชุดอยู่ในช่วง 38.35% ถึง 61.65%

3.2 **(5 คะแนน)** จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 98% สำหรับผลต่างที่แท้จริงของสัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐที่มาจากโรงเรียนเอกชนและโรงเรียนนานาชาติ

วิธีทำ จากข้อมูลที่ให้

	โรงเรียนเอกชน	โรงเรียนนานาชาติ
ขนาดตัวอย่าง	$n_1 = 200$	$n_2 = 100$
จำนวนนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ	$X_1 = 70$	$X_2 = 50$
สัดส่วนของนักเรียนที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัยรัฐ	$\hat{P}_1 = 0.35$	$\hat{P}_2 = 0.5$

ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุดและตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เราจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 98% นั่นคือ $\alpha = 0.02$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.01$ และ $z_{0.01} = 2.33$ ฉะนั้นช่วงความเชื่อมั่น 98% ของ $p_1 - p_2$ คือช่วง

$$\begin{aligned}
&(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm z_{0.01}\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} \\
&(0.35 - 0.5) \pm 2.33\sqrt{\frac{0.35(0.65)}{200} + \frac{0.5(0.5)}{100}} \\
&-0.15 \pm 0.1405
\end{aligned}$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่น 98% ของ $p_1 - p_2$ คือ

$$-0.2905 < p_1 - p_2 < -0.0095$$

ข้อ 21

1. กีรติได้ข้อมูลจากสำนักงานทดสอบแห่งชาติ (สทศ.) ซึ่งรายงานค่าสถิติพื้นฐานการสอบ GAT/PAT ประจำปีการศึกษา 2564 ดังต่อไปนี้

วิชา	คะแนนเต็ม	จำนวนผู้เข้าสอบ	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด
PAT1	300	140,350	-	33.96	12	300
PAT2	300	108,443	93.42	-	0	270

แต่พบข้อมูลที่สำคัญหายไป จึงออกสำรวจผู้เข้าสอบซึ่งได้ข้อมูลดังนี้

คะแนน PAT1 :	39	40	60	65	70	74	75	90	100	105	150	210	
คะแนน PAT2 :	50	56	63	75	77	80	92	90	95	100	105	160	240

สมมติว่าคะแนนทั้งสองวิชามีการแจกแจงปกติ

1.1 **(5 คะแนน)** ถ้ากีรติพอจำได้คะแนนเฉลี่ย PAT1 มากกว่า 70 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \quad : \quad \mu = 70$

$H_1 \quad : \quad \mu > 70$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 12$ (PAT1) จากประชากรปกติที่มี $\sigma = 33.96$ โดยมี $\bar{X} = 89.83$ (เครื่องคิดเลข)

เนื่องจากประชากรปกติและทราบค่าความแปรปรวน เลือกสถิติ Z นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{89.83 - 70}{\frac{33.96}{\sqrt{12}}} = 2.02$$

วิธีที่ 1 เนื่องจาก $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$ บริเวณวิกฤตคือ $Z < -1.96$ หรือ $Z > 1.96$

จะเห็นว่า $Z_{\text{คำนวณ}} = 2.02 > 1.96$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ H_0

วิธีที่ 2 จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(Z > 2.02) = 0.0217 < 0.05 = \alpha$$

ดังนั้นปฏิเสธ H_0

สรุปได้ว่ากีรติคาดการณ์ถูกต้องหรือคะแนนเฉลี่ย PAT1 มากกว่า 70 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 $\#$

1.2 **(5 คะแนน)** ถ้ากีรติพอจำได้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนวิชา PAT2 น้อยกว่า 30 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \quad : \quad \sigma^2 = 900$

$H_1 \quad : \quad \sigma^2 < 900$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 13$ (PAT2) จะได้ว่า $S^2 = 2562.38$ และ $\nu = 13 - 1 = 12$ เลือกสถิติไคสแควร์ นั่นคือ

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(13-1)2562.38}{900} = 34.16$$

เป็นการทดสอบข้างเดียว

เนื่องจาก $\chi^2_{1-\alpha,\nu} = \chi^2_{0.95,12} = 5.23$ บริเวณวิกฤตคือ $\chi^2 < 5.23$

จะเห็นว่า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 34.16 > 5.23$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ H_0

สรุปได้ว่ากีรติคากการณ์ไม่ถูกต้องนั้นคือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนวิชา PAT2 ไม่น้อยกว่า 30 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. กีรติได้ข้อมูลจากสำนักงานทดสอบแห่งชาติ (สทศ.) ซึ่งรายงานค่าสถิติพื้นฐานการสอบ GAT/PAT ประจำปีการศึกษา 2564 ดังต่อไปนี้

วิชา	คะแนนเต็ม	จำนวนผู้เข้าสอบ	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด
PAT1	300	140,350	-	-	12	300
PAT2	300	108,443	-	-	0	270

แต่พบข้อมูลที่สำคัญหายไป จึงออกสำรวจผู้เข้าสอบซึ่งได้ข้อมูลดังนี้

คะแนน PAT1 :	39	40	60	65	70	74	75	90	100	105	150	210	
คะแนน PAT2 :	50	56	63	75	77	80	92	90	95	100	105	160	240

สมมติว่าคะแนนทั้งสองวิชามีการแจกแจงปกติ
ถ้ากีรติพอจำได้คะแนนเฉลี่ย PAT1 น้อยกว่า PAT2 อยู่ 20 คะแนน จงทดสอบสมมติฐานที่กีรติคาดการณ์ว่าจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.04 ถ้าเขาทราบแน่ ๆ ว่าความแปรปรวนทั้งสองวิชาไม่เท่ากัน

วิธีทำ จากข้อมูลที่ให้

	PAT1	PAT2
ขนาดตัวอย่าง	$n_1 = 12$	$n_2 = 13$
ค่าเฉลี่ย (ตัวอย่าง)	$\bar{X}_1 = 89.83$	$\bar{X}_2 = 98.69$
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ตัวอย่าง)	$S_1 = 48.46$	$S_2 = 50.62$

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_2 - \mu_1 = 20 \\ H_1 &: \mu_2 - \mu_1 \neq 20 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.04$
ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด ไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ชุด แต่ทราบว่าค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_1 = 12, n_2 = 13$ เลือกสถิติ t จะได้องศาเสรีคือ

$$\nu = \frac{\left(\frac{48.46^2}{12} + \frac{50.62^2}{13}\right)^2}{\left(\frac{48.46^2}{12}\right)^2 \frac{1}{12-1} + \left(\frac{50.62^2}{13}\right)^2 \frac{1}{13-1}} = 22.96 \approx 23$$

จะได้ว่า

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{S_2^2}{n_2} + \frac{S_1^2}{n_1}}} = \frac{(98.69 - 89.83) - 20}{\sqrt{\frac{48.46^2}{12} + \frac{50.62^2}{13}}} = -0.56$$

วิธีที่ 1 เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.02,23} = 2.18$ บริเวณวิกฤตคือ $t < -2.18$ หรือ $t > 2.18$
จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = -0.56$ ซึ่ง

$$-2.18 < t_{\text{คำนวณ}} < 2.18$$

อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ H_0

วิธีที่ 2 จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(t > 0.56) = 0.2904 > 0.02 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นยอมรับ H_0

สรุปได้ว่ากีรติคาดการณ์ถูกต้องนั่นคือคะแนนเฉลี่ย PAT1 น้อยกว่า PAT2 อยู่ 20 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.04 #

ข้อ 22

1. เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้แบบห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom) ซึ่งหมายถึงการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีรูปแบบคล้ายกับการสอนออนไลน์ นักเรียนเรียนรู้บทเรียนจากวิดีโอการสอนและศึกษา คิด วิเคราะห์ ด้วยตนเองจากที่บ้าน ก่อนมาทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ ในห้องเรียน ถ้าอยากทราบห้องเรียนกลับด้านทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

	ระดับความพึงพอใจ			
การจัดการเรียนรู้	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	รวม
ห้องเรียนปกติ	20	20	10	50
ห้องเรียนกลับด้าน	30	10	10	50
รวม	50	30	20	100

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

H_0 : การจัดการเรียนรู้ไม่มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (อิสระต่อกัน)
H_1 : การจัดการเรียนรู้มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (ไม่อิสระต่อกัน)

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.02$
คำนวณค่าสถิติจากตัวอย่าง

	ระดับความพึงพอใจ			
การจัดการเรียนรู้	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	รวม
ห้องเรียนปกติ	$o_{11} = 20$	$o_{12} = 20$	$o_{13} = 10$	$R_1 = 50$
ห้องเรียนกลับด้าน	$o_{21} = 30$	$o_{22} = 10$	$o_{23} = 10$	$R_2 = 50$
รวม	$C_1 = 50$	$C_2 = 30$	$C_3 = 20$	$N = 100$

จะได้ว่า

	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ
ห้องเรียนปกติ	$e_{11} = \frac{R_1C_1}{N} = 25$	$e_{12} = \frac{R_1C_2}{N} = 15$	$e_{13} = \frac{R_1C_3}{N} = 10$
ห้องเรียนกลับด้าน	$e_{21} = \frac{R_2C_1}{N} = 25$	$e_{12} = \frac{R_2C_2}{N} = 15$	$e_{13} = \frac{R_2C_3}{N} = 10$

โดยมี $r = 2$ และ $c = 3$ จะเห็นว่า $\nu = (2-1)(3-1) = 2$ และ

$$\begin{aligned}
\chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \\
&= \frac{(20-25)^2}{25} + \frac{(30-25)^2}{25} + \frac{(20-15)^2}{15} + \frac{(10-15)^2}{15} + \frac{(10-10)^2}{10} + \frac{(10-10)^2}{10} \\
&= \frac{16}{3} = 5.33
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\chi^2_{\alpha,\nu} = \chi^2_{0.02,2} = 7.82$ (อ่านค่าจาก Application) บริเวณวิกฤตคือ $\chi^2 > 7.82$
จะเห็นว่า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 5.3 < 7.82$ ไม่อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นยอมรับ H_0

สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ไม่มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 #

2. เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้แบบห้องเรียนกลับด้าน (Flipped Classroom) ซึ่งหมายถึงการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีรูปแบบคล้ายกับการสอนออนไลน์ นักเรียนเรียนรู้บทเรียนจากวิดีโอการสอนและศึกษา คิด วิเคราะห์ ด้วยตนเองจากที่บ้าน ก่อนมาทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อน ๆ ในห้องเรียน ถ้าอยากทราบห้องเรียนกลับด้านทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

	ระดับความพึงพอใจ			
การจัดการเรียนรู้	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	รวม
ห้องเรียนปกติ	20	20	10	50
ห้องเรียนกลับด้าน	40	5	5	50
รวม	60	25	15	100

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

วิธีทำ กำหนดสมมติฐาน

H_0 : การจัดการเรียนรู้ไม่มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (อิสระต่อกัน)
H_1 : การจัดการเรียนรู้มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (ไม่อิสระต่อกัน)

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.02$
คำนวณค่าสถิติจากตัวอย่าง

	ระดับความพึงพอใจ			
การจัดการเรียนรู้	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ	รวม
ห้องเรียนปกติ	$o_{11} = 20$	$o_{12} = 20$	$o_{13} = 10$	$R_1 = 50$
ห้องเรียนกลับด้าน	$o_{21} = 40$	$o_{22} = 5$	$o_{23} = 5$	$R_2 = 50$
รวม	$C_1 = 60$	$C_2 = 25$	$C_3 = 15$	$N = 100$

จะได้ว่า

	ชอบ	เฉย ๆ	ไม่ชอบ
ห้องเรียนปกติ	$e_{11} = \frac{R_1C_1}{N} = 30$	$e_{12} = \frac{R_1C_2}{N} = 12.5$	$e_{13} = \frac{R_1C_3}{N} = 7.5$
ห้องเรียนกลับด้าน	$e_{21} = \frac{R_2C_1}{N} = 30$	$e_{12} = \frac{R_2C_2}{N} = 12.5$	$e_{13} = \frac{R_2C_3}{N} = 7.5$

โดยมี $r = 2$ และ $c = 3$ จะเห็นว่า $\nu = (2-1)(3-1) = 2$ และ

$$\begin{aligned}
\chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \\
&= \frac{(20-30)^2}{30} + \frac{(40-30)^2}{30} + \frac{(20-12.5)^2}{12.5} + \frac{(5-12.5)^2}{12.5} + \frac{(10-7.5)^2}{7.5} + \frac{(5-7.5)^2}{7.5} \\
&= \frac{52}{3} = 17.33
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\chi^2_{\alpha,\nu} = \chi^2_{0.02,2} = 7.82$ (อ่านค่าจาก Application) บริเวณวิกฤตคือ $\chi^2 > 7.82$
จะเห็นว่า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 17.33 > 7.82$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ H_0
สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 #

ข้อ 23

1. ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) เกี่ยวกับการเงินการคลังของประเทศ เรื่องการจัดเก็บรายได้ของรัฐบาลและหนี้สาธารณะของปีงบประมาณ 2555-2564 ปรากฏดังต่อไปนี้

ปีงบประมาณ	2555	2556	2557	2558	2559	2560	2561	2562	2563	2564
รายได้รวม (ล้านล้านบาท)	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
หนี้สาธารณะ (ล้านล้านบาท)	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

ที่มา : สำนักงบประมาณ สำนักนายกรัฐมนตรี และสำนักงานบริหารหนี้สาธารณะ กระทรวงการคลัง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2570 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณกี่ล้านล้านบาท

1.2 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2569 หนี้สาธารณะประมาณกี่ล้านล้านบาท

1.3 **(6 คะแนน)** จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta > 0.07$ หรือไม่ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับรายได้รวมของรัฐบาล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ $x = 1, 2, 3, ..., 10$ แทนปีงบประมาณ 2555, 2556, 2557, ...,2564 ตามลำดับ
และ y แทนรายได้รวมและ z หนี้สาธารณะ หน่วยล้านล้านบาท แสดงตารางได้ดังนี้

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
z	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

โดยใช้เครื่องคำนวณจะได้สมการถดถอยคือ $y = 2.35 + 0.09x$ และ $z = 4.40 + 0.39x$ ปีงบประมาณ 2569 และ 2570 จะมีค่า x เท่ากับ 15 และ 16 ตามลำดับ ฉะนั้น

$$y = 2.35 + 0.09(16) = 3.79$$
$$z = 4.40 + 0.39(15) = 10.25$$

ดังนั้นคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2570 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณ 3.79 ล้านล้านบาท และคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2569 หนี้สาธารณะประมาณ 10.25 ล้านล้านบาท

กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 \;:\; \beta = 0.07$$
$$H_1 \;:\; \beta > 0.07$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 385 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 28.31 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 80.8199 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 162.92$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2 = 385 - \frac{1}{10}(55)^2 = 82.5$$
$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right)^2 = 80.8199 - \frac{1}{10}(28.31)^2 = 0.67429$$
$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right) = 162.92 - \frac{1}{10}(55)(28.31) = 7.215$$
$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 0.67429 - 0.09(7.215) = 0.025$$
$$S^2 = \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{0.025}{8} = 0.003125 \qquad \therefore S = 0.05$$

เนื่องจาก $n = 10$ ดังนั้น $\nu = 10 - 2 = 8$ และ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{b - \beta_0}{\frac{S}{\sqrt{S_{xx}}}} = \frac{0.09 - 0.07}{\frac{0.05}{\sqrt{82.5}}} = 3.63$$

เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.05,8} = 1.86$ (อ่านค่าจาก Application) บริเวณวิกฤตคือ $t > 1.86$
จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = 3.63 > 1.86$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ H_0
สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta > 0.07$ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับรายได้รวมของรัฐบาล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

2. ข้อมูลจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ (สสช.) เกี่ยวกับการเงินการคลังของประเทศ เรื่องการจัดเก็บรายได้ของรัฐบาลและหนี้สาธารณะของปีงบประมาณ 2555-2564 ปรากฏดังต่อไปนี้

ปีงบประมาณ	2555	2556	2557	2558	2559	2560	2561	2562	2563	2564
รายได้รวม (ล้านล้านบาท)	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
หนี้สาธารณะ (ล้านล้านบาท)	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

ที่มา : สำนักงบประมาณ สำนักนายกรัฐมนตรี และสำนักงานบริหารหนี้สาธารณะ กระทรวงการคลัง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปี 2569 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณกี่ล้านล้านบาท

2.2 **(2 คะแนน)** ใช้สมการถดถอยเพื่อคาดการณ์ว่าปี 2570 หนี้สาธารณะประมาณกี่ล้านล้านบาท

2.3 **(6 คะแนน)** จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ หรือไม่ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับหนี้สาธารณะ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ $x = 1, 2, 3, ..., 10$ แทนปีงบประมาณ 2555, 2556, 2557, ...,2564 ตามลำดับ
และ y แทนหนี้สาธารณะและ z แทนรายได้รวมหน่วยล้านล้านบาท แสดงตารางได้ดังนี้

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	2.34	2.51	2.71	2.76	2.83	2.82	2.93	3.03	3.23	3.15
y	4.98	5.51	5.80	5.91	6.08	6.44	6.84	6.97	7.87	9.40

โดยใช้เครื่องคำนวณจะได้สมการถดถอยคือ $y = 4.40 + 0.39$ และ $z = 2.35 + 0.09x$ ปีงบประมาณ 2569 และ 2570 จะมีค่า x เท่ากับ 15 และ 16 ตามลำดับ ฉะนั้น

$$y = 4.40 + 0.39(16) = 10.64$$
$$z = 2.35 + 0.09(15) = 3.70$$

ดังนั้นคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2569 รายได้รวมของรัฐบาลประมาณ 3.70 ล้านล้านบาท และคาดการณ์ว่าปีงบประมาณ 2570 หนี้สาธารณะประมาณ 10.64 ล้านล้านบาท

กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 \; : \; \beta = 0.5$$
$$H_1 \; : \; \beta < 0.5$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 385 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 65.8 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 447.832 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 394.55$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2 = 385 - \frac{1}{10}(55)^2 = 82.5$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right)^2 = 447.832 - \frac{1}{10}(65.8)^2 = 14.868$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right) = 394.55 - \frac{1}{10}(55)(65.8) = 32.65$$

$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 14.868 - 0.39(32.65) = 2.1345$$

$$S^2 = \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{2.1345}{8} = 0.2668 \qquad \therefore S = 0.52$$

เนื่องจาก $n = 10$ ดังนั้น $\nu = 10 - 2 = 8$ และ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{b - \beta_0}{\frac{S}{\sqrt{S_{xx}}}} = \frac{0.39 - 0.5}{\frac{0.52}{\sqrt{82.5}}} = -1.92$$

เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.05,8} = 1.86$ (อ่านค่าจาก Application) บริเวณวิกฤตคือ $t < -1.86$
จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = -1.92 < 1.86$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ H_0
สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ ของสมการถดถอยปีงบประมาณกับหนี้สาธารณะ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

ข้อ 24

1. จากภาวะสงครารัสเซีย-ยูเครน ส่งผลให้ราคาน้ำมันดิบในตลาดโลกปรับตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ตลาดการซื้อขายล่วงหน้าน้ำมันดิบอย่าง Brent ก็ปรับตัวขึ้นเช่นกัน ราคาสูงสุดในแต่ละเดือน 5 เดือนย้อนหลังดังรายงานต่อไปนี้

Month	Nov. 2021	Dec. 2021	Jan 2022	Feb 2022	Mar. 2022
Price (Dollar per Barrel)	83.42	78.63	92.35	103.08	133.18

Source : U.S. Energy Information Administration

จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 **(5 คะแนน)** จงสร้างตาราง ANOVA

1.2 **(2 คะแนน)** หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

1.3 **(3 คะแนน)** จงทดสอบว่าเดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ ให้ $x = 1, 2, 3, 4, 5$ แทนเดือนที่ซื้อขายในตลาด Nov. 2021, Dec. 2021, Jan 2022, Feb 2022, Mar. 2022 ตามลำดับ และ y แทนราคาซื้อขายสูงสุดในตลาด หน่วยเป็น Dollar per Barrel

จากตารางจะได้ว่า $n = 5$ และ $b = 12.397$ โดยที่

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 15 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 55 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i = 490.66 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 50032.4946 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 1595.95$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)^2 = 55 - \frac{1}{5}(15)^2 = 10$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{5} y_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right)^2 = 50032.4946 - \frac{1}{10}(490.66)^2 = 1883.05$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right) = 1595.95 - \frac{1}{5}(15)(490.66) = 123.97$$

$$\text{SSR} = bS_{xy} = 12.397(123.97) = 1536.86$$

$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 1883.05 - 12.397(123.97) = 346.19$$

และ $\nu_1 = 1, \nu_2 = 5 - 2 = 3$ แสดงตาราง ANOVA ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

SOV	SS	DF	MS	F
REGRESSION	1536.86	1	1536.86	13.32
ERROR	346.19	3	115.40	
TOTAL	1883.05	4		

จากตาราง SSE $= 346.19$ และ SST $= 1883.05$ จะได้ว่า

$$r^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} = 1 - \frac{346.19}{1883.05} = 0.8161$$

นั่นคือ $r = 0.9034$ (เพราะค่า $b > 0$) ดังนั้นสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างเท่ากับ 0.9034 $\qquad\#$

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho = 0 \\ H_1 &: \rho \neq 0 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.025,(1,3)} = 17.44$ และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.975,(1,3)} = \frac{1}{f_{0.025,(3,1)}} = \frac{1}{17.44} = 0.0573$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.0573$ หรือ $f > 17.44$
จากตาราง ANOVA จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 13.32$ และ

$$0.0573 < F_{\text{คำนวณ}} < 17.44$$

อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ H_0

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0 หรือ เดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดไม่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 $\#$

2. จากภาวะสงครารัสเซีย-ยูเครน ส่งผลให้ราคาน้ำมันดิบในตลาดโลกปรับตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ตลาดการซื้อขายล่วงหน้าน้ำมันดิบอย่าง Brent ก็ปรับตัวขึ้นเช่นกัน ราคาสูงสุดในแต่ละเดือน 5 เดือนย้อนหลังดังรายงานต่อไปนี้

Month	Nov. 2021	Dec. 2021	Jan 2022	Feb 2022	Mar. 2022
Price (Dollar per Barrel)	83.42	78.63	92.35	103.08	133.18

Source : U.S. Energy Information Administration

จงตอบคำถามต่อไปนี้ ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 **(5 คะแนน)** จงสร้างตาราง ANOVA

2.2 **(2 คะแนน)** หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

2.3 **(3 คะแนน)** จงทดสอบว่าเดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ ให้ $x = 1, 2, 3, 4, 5$ แทนเดือนที่ซื้อขายในตลาด Nov. 2021, Dec. 2021, Jan 2022, Feb 2022, Mar. 2022 ตามลำดับ และ y แทนราคาซื้อขายสูงสุดในตลาด หน่วยเป็น Dollar per Barrel

จากตารางจะได้ว่า $n = 5$ และ $b = 12.397$ โดยที่

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 15 \quad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 55 \quad \sum_{i=1}^{5} y_i = 490.66 \quad \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 50032.4946 \quad \sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 1595.95$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)^2 = 55 - \frac{1}{5}(15)^2 = 10$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{5} y_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right)^2 = 50032.4946 - \frac{1}{10}(490.66)^2 = 1883.05$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right) = 1595.95 - \frac{1}{5}(15)(490.66) = 123.97$$

$$\text{SSR} = bS_{xy} = 12.397(123.97) = 1536.86$$

$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 1883.05 - 12.397(123.97) = 346.19$$

และ $\nu_1 = 1, \nu_2 = 5 - 2 = 3$ แสดงตาราง ANOVA ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

SOV	SS	DF	MS	F
REGRESSION	1536.86	1	1536.86	13.32
ERROR	346.19	3	115.40	
TOTAL	1883.05	4		

จากตาราง SSE $= 346.19$ และ SST $= 1883.05$ จะได้ว่า

$$r^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} = 1 - \frac{346.19}{1883.05} = 0.8161$$

นั่นคือ $r = 0.9034$ (เพราะค่า $b > 0$) ดังนั้นสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างเท่ากับ 0.9034 $\#$

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho = 0 \\ H_1 &: \rho \neq 0 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.05,(1,3)} = 10.12$ และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.95,(1,3)} = \frac{1}{f_{0.95,(3,1)}} = \frac{1}{10.12} = 0.0988$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.0988$ หรือ $f > 10.12$

จากตาราง ANOVA จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 13.32 > 10.12$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ H_0

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไม่เท่ากับ 0 หรือ เดือนที่ซื้อขายในตลาดและราคาซื้อขายสูงสุดในตลาดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 $\#$