



มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

รหัสวิชา MAC2302	ชื่อวิชา ทฤษฎีจำนวน	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 - 12:00 วันพุธ ที่ 4 พฤศจิกายน 2563	คะแนนเต็ม 107 คะแนน 30%
---------------------	------------------------	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า จำนวน 10 ข้อ
2. เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
3. ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
4. ไม่นอนุญาติให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

ตารางแสดงจำนวนเฉพาะไม่เกิน 1000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	419	421	431	433	439
443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509
521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743	751
757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827	829
839	853	859	863	877	881	883	887	907	911	919	929
937	941	947	953	967	971	977	983	911	997		

1. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 จงหาเลขท้ายของจำนวน 2563^{2020} _____

1.2 จงยกตัวอย่าง x ที่สอดคล้อง $x^2 \equiv x + 1 \pmod{5}$ _____

1.3 จงยกตัวอย่าง b ที่ทำให้สมการ $35x \equiv b \pmod{7}$ มีคำตอบ _____

1.4 จงหาจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $\phi(2^k) = 2^{10}$ _____

1.5 จงหาค่าของ $\tau(1.49 \times 10^4)$ _____

1.6 กำหนดให้ $[x - y] = 1$ และ $[x + y] = 2$ จงหาค่าสูงสุดของ $[x]$ _____

1.7 จงหาค่าของ $\sigma(\sigma(10))$ _____

1.8 ถ้า $\{a, a + 7, a + 9\}$ เป็นสามสิ่งอันดับพิทาโกรัส (PT) จงหา a _____

1.9 ถ้า $(3, k)$ เป็นคำตอบเฉพาะรายของ $3x + 4y = 89$ จงหา k _____

1.10 จงหาสมการไดโอแฟนไทน์ที่มีคำตอบคือ $\begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{Z}$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $17 \mid (2^{3n+4} + 5^{2n})$ ทุก ๆ $n \in \mathbb{N}$ โดยใช้สมภาค

2.2 (5 คะแนน) ให้ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ p เป็นจำนวนเฉพาะ จงพิสูจน์ว่า

ถ้า $a^2 \equiv b^2 \pmod{p}$ แล้ว $a \equiv \pm b \pmod{p}$

3. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) จงหาคำตอบที่ไม่สมภาคกัน ของสมการ $35x \equiv 10 \pmod{75}$

3.2 (5 คะแนน) ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะ จงพิสูจน์ว่า

$$p \text{ หาร } (p-1)! + (p-2)! \text{ ลงตัว}$$

4. (14 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (6 คะแนน) จงหาเศษเหลือที่เกิดจากการหาร $(77^{70} - 70^{77})^{77}$ ด้วย 71

4.2 (8 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด เมื่อ
หารด้วย 10, 14 และ 20 เศษเหลือเท่ากับ 3, 5 และ 13 ตามลำดับ
โดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือของจีน (CRT)

5. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) ให้ p และ q เป็นจำนวนเฉพาะบวก (เหมือนกันหรือต่างกันได้) สมมติว่า

$$\tau(2^p \cdot p^2 \cdot q^p) = 80$$

จงหาค่าของ $\sigma(q) + \sigma_2(p)$

5.2 (5 คะแนน) ให้ ϕ เป็นฟังก์ชันฟิออยเลอร์ และ $f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ที่นิยามโดย

$$f(n) = \frac{\phi(n)}{n} \quad \text{เมื่อ } n \in \mathbb{Z}^+$$

จงแสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเชิงการคูณ และหาค่าของ $f(2^{2563})$

6. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (5 คะแนน) จงหาค่าของ

$$\frac{\phi(2^{2020} + 2^{2021} + 2^{2022})}{\phi(2^{2020} - 2^{2021} + 2^{2022})}$$

6.2 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเฉพาะ p ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไข $\phi(3p) = 3\phi(p)$
 (ข้อเสนอนั้น : แบ่งกรณีของ p)

7. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงเขียน รูปแบบบัญญัติ (canonical form) ของ $20!$

7.2 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเลขศูนย์ที่ลงท้ายทั้งหมดของ $1500!$

8. (12 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มบวกของสมการไดโอแฟนไทน์

$$14x + 41y = 1441$$

8.2 (7 คะแนน) นายแม่ออกไปซื้อผลไม้ที่ซูเปอร์มาร์เกต กลับมาถึงบ้านพบว่ามี

แอปเปิลฟูจิญี่ปุ่น	ลูกละ	150	บาท	มีอย่างน้อย 2 ลูก
กีวีนิวซีแลนด์	ลูกละ	25	บาท	
สาลี่เมืองจีน	ลูกละ	50	บาท	

นายแม่จ่ายเงินไป 500 บาทพอดี ถ้ามานายแม่ซื้อผลไม้ได้ก็แบบ มีแบบไหนบ้าง

9. (11 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (5 คะแนน) จงหาสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส (PT) ที่มีจำนวน 80
 พร้อมทั้งระบุว่าสามจำนวนใดเป็นชนิดปฐมฐาน (PPT)

9.2 (6 คะแนน) ให้ m เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 จงพิสูจน์ว่า

$$\{2^m, 2^{2m-2} - 1, 2^{2m-2} + 1\} \quad \text{เป็นสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส}$$

และยกตัวอย่างสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส (PT) ที่ได้จากสูตรดังกล่าวมาอย่างน้อย 3 ชุด

10. (10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง

$$a^3 + b^3 = c^3$$

จงพิสูจน์ว่ามีจำนวนเต็มอย่างน้อยหนึ่งตัวใน $\{a, b, c\}$ ที่ 7 หารลงตัว

(ข้อเสนอแนะ : พิสูจน์โดยวิธีขัดแย้ง จากนั้นใช้ขั้นตอนวิธีการหารในรูปสมภาค)

10.2 (5 คะแนน) สิ่งใดในวิชาทฤษฎีจำนวน ที่คุณประทับใจมากที่สุด เพราะเหตุใด
(ให้เหตุผลประกอบที่มีน้ำหนักเพียงพอทั้งเชิงวิชาการและการจัดการเรียนรู้)