



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

รหัสวิชา MAP1405	ชื่อวิชา ทฤษฎีจำนวน	วันเวลาสอบ เวลา 13:00 - 16:00 วันอังคาร ที่ 1 พฤษภาคม 2561	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	------------------------	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

ตารางแสดงจำนวนเฉพาะไม่เกิน 1000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	419	421	431	433	439
443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509
521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743	751
757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827	829
839	853	859	863	877	881	883	887	907	911	919	929
937	941	947	953	967	971	977	983	911	997		

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงหาเลขท้ายของจำนวน 2017^{2561} _____

1.2 เศษเหลือที่เกิดจากการหาร $18!$ ด้วย 23 คือจำนวนใด _____

1.3 จงหาค่าของ $\tau(1791)$ _____

1.4 ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะ โดยที่ $\gcd(3, p) = 1$ และ $\phi(3p) = 380$ จงหา p _____

1.5 ถ้า $\sum_{d|n} \phi(d) = 20$ จงหา $\phi(n^2)$ _____

1.6 กำหนดให้ $[x] = 1$ และ $[y] = 2$ จงหาค่าสูงสุดของ $\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right]$ _____

1.7 ให้ $x = 3, y = 2$ เป็นคำตอบเฉพาะรายของสมการ $5x - ay = 3$ จงหา a _____

1.8 ถ้า $\{a, a + 1, a + 2\}$ เป็นสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส (PT) จงหา a _____

1.9 จงหาจำนวนเต็ม k ซึ่งทำให้ $x + 1$ หาร $x^{2561} + kx + 2018$ ลงตัว _____

1.10 ถ้า $\frac{3}{x^3 + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{A - x}{x^2 - x + 1}$ จงหาค่าของ A _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $13 \mid (2^{4n+1} - 5 \cdot 3^{n+1})$ ทุก ๆ $n \in \mathbb{N}$ โดยใช้สมภาค

2.2 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $7^{4n} \equiv 1 + 2400n \pmod{1000}$ ทุก ๆ $n \in \mathbb{N}$ โดยใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $44 \mid (19^{19} + 69^{19})$

3.2 (5 คะแนน) จงหาเศษเหลือที่เกิดจากการหาร $30! + 29! + 28! + 27!$ ด้วย 31

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่สอดคล้องสมการ $49x \equiv 23 \pmod{55}$

4.2 (7 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดเมื่อหารด้วย 12, 15 และ 21 เศษเหลือ 10, 7 และ 13 ตามลำดับ

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) ให้ p เป็นจำนวนเฉพาะโดยที่ $5 \nmid p$ ถ้า

$$\sigma(5p) = 2\sigma(p^2) - 2$$

จงหาค่าของ $\tau(p^3 + 3^p)$

5.2 (5 คะแนน) ให้ M เป็นฟังก์ชันเชิงการคูณซึ่ง $M(p^n) = [M(p)]^n$ ทุก ๆ จำนวนเฉพาะ p และจำนวนนับ n ถ้า

$$M(1) = 1, \quad M(2) = 3, \quad M(3) = 5 \quad \text{และ} \quad M(5) = 7$$

จงหาค่าของ $M(3600)$

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (5 คะแนน) จงหาค่าของ $\phi(2561^2 - 2018^2)$

6.2 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวก k ที่มีค่ามากที่สุดที่ทำให้ 77^k หาร $5000!$ ลงตัว

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ $31x + 57y = 131$

7.2 (6 คะแนน) นายแก้วเดินทางพร้อมครอบครัวเดินทางกลับบ้านช่วงสงกรานต์ ระหว่างทางได้แวะพักที่สถานีบริการน้ำมัน จากนั้นนายแก้วได้ไปร้านสะดวกซื้อโดยได้สินค้ากลับมา 3 ชนิดคือ

น้ำอัดลมชนิดกระป๋อง	ราคากระป๋องละ	15 บาท	มีอย่างน้อย 5 กระป๋อง
น้ำผลไม้ชนิดกล่อง	ราคากล่องละ	25 บาท	มีอย่างน้อย 5 กล่อง
ขนมคบเคี้ยวชนิดถุง	ราคาถุงละ	30 บาท	มีอย่างน้อย 9 ถุง

นายแก้วจ่ายด้วยเงินจำนวน 500 บาทพอดี ถามว่านายแก้วมีสินค้าแต่ละชนิดได้กี่แบบ มีอะไรบ้าง

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (6 คะแนน) จงหาสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส (PT) ที่มีจำนวน 120 พร้อมทั้งระบุว่าสามจำนวนใดเป็นชนิดปฐมฐาน (PPT)

8.2 (6 คะแนน) ในปี ค.ศ. 1920 Leonard Eugene Dickson ได้ให้ผลเฉลยสมการพีทาโกรัส $x^2 + y^2 = z^2$ คือ

$$x = r + s, \quad y = r + t \quad \text{และ} \quad z = r + s + t \quad \text{เมื่อ} \quad r^2 = 2st \quad \text{โดยที่} \quad r, s, t \in \mathbb{N}$$

(ก) (3 คะแนน) จงแสดงว่า $\{r + s, r + t, r + s + t\}$ โดยที่ $r^2 = 2st$ เป็นสามสิ่งอันดับพีทาโกรัส

(ข) (3 คะแนน) จงยกตัวอย่างสามสิ่งอันดับพีทาโกรัสปฐมฐาน (PPT) ที่ได้จากสูตรของ Dickson มาอย่างน้อย 3 ชุด

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (5 คะแนน) กำหนดให้ $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ และ $Q(x) = 3x^2 + 2x - 5$ โดยมีผลคูณดังตาราง (grid method) ดังนี้

\cdot	$3x^2$	$2x$	-5
$2x^3$	$6x^5$	$4x^4$	$-10x^3$
ax^2	$3ax^4$	$2ax^3$	$-5x^2$
bx	$3bx^3$	$-26x^2$	$-5bx$
c	$3cx^2$	$2cx$	-30

จงหารากของพหุนาม $P(x)$

9.2 (5 คะแนน) จงเขียนฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ในรูปเศษส่วนย่อย $\frac{x+1}{x^2(x^2+1)}$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) ให้ α, β, γ เป็นรากของสมการ $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ จงหาค่าของ $\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$

10.2 (5 คะแนน) อะไรในวิชาทฤษฎีจำนวน ที่คุณประทับใจมากที่สุด เพราะเหตุใด (เนื้อหา บรรยายภาค ผู้เรียน ผู้สอน สื่อการสอน กิจกรรม ฯลฯ) และให้ 3 คำกับวิชานี้