



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

รหัสวิชา MAP1404	ชื่อวิชา ทฤษฎีเซต	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 - 12:00 วันเสาร์ ที่ 9 ธันวาคม 2560	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	----------------------	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

ผู้สอน อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้ลงในช่องว่างโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ

1.1 ให้ $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{2^x+2}{2^x-2}$ จงหา $f(3)$ _____

1.2 ให้ $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ และ $g(x) = \sqrt{x^2-1}$ จงหา $\text{Dom}(f+g)$ _____

1.3 ให้ $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ และ $g^{-1}(x) = 2x + 1$ จงหา $f^{-1} \circ g(3)$ _____

1.4 ถ้า $f(x) = 2x^2 + 1$ จงหาภาพ (image) $f(A)$ เมื่อ $A = (-1, 1]$ _____

1.5 จงหาจำนวนธรรมชาติ x ซึ่ง $S(x) + S(x^2) = S(x + 5)$ _____

1.6 ให้ $A = \{xy \mid x + y \leq 5, \text{ และ } x, y \in \mathbb{N}\}$ ถ้า $A \sim C$ จงหา $n(C)$ _____

1.7 ให้ $n(A \cup B) = 9$ และ $n(A - B) = 5$ จงหา $n(B)$ _____

1.8 ให้ A เป็นเซตซึ่ง $A \times \{a\} \sim \mathbb{N}_6$ จงหา $n(A \times A)$ _____

1.9 ให้ A, B เป็นเซตซึ่ง $\#(A) + \#(B) = 1$ ถ้า $A \neq \emptyset$ จงหาเซต B _____

1.10 ถ้า $\text{ord}(\{1, 2\}, |) \cdot \text{ord}(\{3, 4\}, \leq) = \text{ord}(A, t)$ จงหาเซต A _____

2. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

2.1 (4 คะแนน) กำหนดให้ $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + 2y = 3\}$ จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันหรือไม่

2.2 (6 คะแนน) ให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ กำหนดโดย

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{เมื่อ } x > 0 \\ x + 1 & \text{เมื่อ } x \leq 0 \end{cases}$$

จงแสดงว่า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วถึง

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (4 คะแนน) ให้ $f^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ และ $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ กำหนดโดย $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
 จงหา

(a) $f + g$

(b) $f - g$

(c) $f \cdot g$

(d) $\frac{f}{g}$

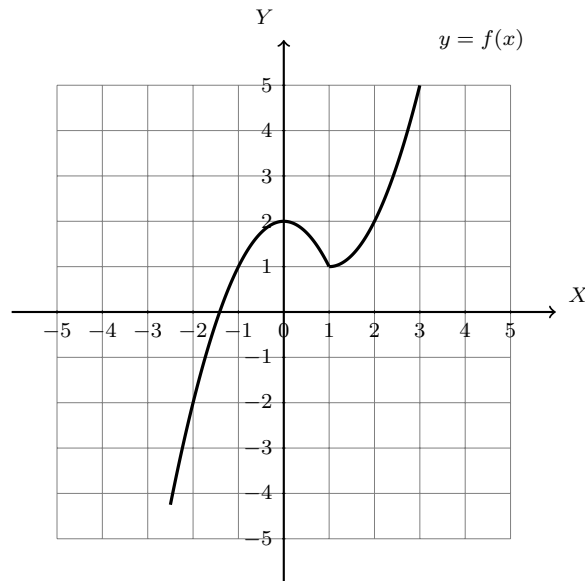
3.2 (6 คะแนน) ให้ f, g เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก \mathbb{R} ไป \mathbb{R} ถ้า

$$g(x) = 2f(x) + 5$$

จงหาจำนวนจริง a ทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไข $f \circ g^{-1}(1 - a) = g \circ f^{-1}(1 - a)$

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) ให้ฟังก์ชัน $y = f(x)$ มีกราฟดังสมการ



จงหาภาพ (image) และภาพผกผัน (inverse image)

(a) $f([-2, 2])$

(b) $f^{-1}((1, 2))$

4.2 (5 คะแนน) ให้ $f : A \rightarrow B$ และ $U, V \subseteq B$ จงแสดงว่า

$$f^{-1}(U \cup V) = f^{-1}(U) \cup f^{-1}(V)$$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) จงยกตัวอย่างเซตพร้อมเขียนแผนภาพที่สอดคล้องทั้ง 5 ข้อยกเว้น P3 ของสัจพจน์ของเปอาโน (Peano's postulate) และให้เหตุผลประกอบ

5.2 (5 คะแนน) ให้ m, k เป็นจำนวนธรรมชาติ นิยามการดำเนินการดังนี้

$$\begin{aligned} m \otimes 0 &= S(S(m)) \\ m \otimes S(2k) &= m + (m \otimes 2k) \\ m \otimes S(2k + 1) &= 2m + (m \otimes k) \end{aligned}$$

จงหา $7 \otimes 50$

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (5 คะแนน) ให้ a, b, c เป็นจำนวนธรรมชาติ จงใช้สัจพจน์ของเปอาโน (Peano's postulate) ข้อ P5 เพื่อแสดงว่า

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

6.2 (5 คะแนน) ให้ a, b, m, n เป็นจำนวนธรรมชาติ จงพิสูจน์ว่า

$$\text{ถ้า } a < b \text{ และ } m < n \text{ แล้ว } am < bn$$

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $(-5, 5) \sim (0, 3)$

7.2 (5 คะแนน) ให้ $f : \mathbb{N}_k \rightarrow \mathbb{N}_k$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วถึง จงหาจำนวนนับ k ทั้งหมดที่สอดคล้อง

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(k) = f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(k)$$

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $A = \{2^1, 2^3, 2^5, 2^7, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์

8.2 (5 คะแนน) จงแสดงว่า $A = \{1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์แบบนับได้ (denumerable set)

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (6 คะแนน) ให้ a, b เป็นจำนวนเชิงการนับ (cardinal number) จงแสดงว่า

$$a \cdot b = 1 \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad a = 1 \quad \text{และ} \quad b = 1$$

9.2 (6 คะแนน) กำหนดให้

$$A = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a + b \leq 5\}$$

$$B = \{a \in \mathbb{R} \mid (a + |a|)^2 = a\}$$

จงหา

(a) $\#(A) + \#(B)$

(b) $\#(A) \cdot \#(B)$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) จงหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงอันดับ (ordinal number) พร้อมเขียนแผนภาพประกอบ

$$\text{ord}(\{1, 4, 5\}, \leq) \quad \text{และ} \quad \text{ord}(\{3, 9, 27\}, |)$$

10.2 (5 คะแนน) หลังจากการเรียนวิชาทฤษฎีเซตจบแล้ว มีเพื่อนคนหนึ่งของคุณ มีข้อสรุปเกี่ยวกับสับเซตของชนิดของเซตต่างๆดังนี้

1. สับเซตของเซตจำกัดย่อมเป็นเซตจำกัด
2. สับเซตของเซตอนันต์ย่อมเป็นเซตอนันต์
3. สับเซตของเซตนับได้ย่อมเป็นเซตนับได้
4. สับเซตของเซตนับไม่ได้ย่อมเป็นเซตนับไม่ได้

คุณคิดว่าข้อสรุปดังกล่าวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงให้เหตุผลพร้อมยกตัวอย่างประกอบ