



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร  
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

รหัสวิชา MAT2203	ชื่อวิชา ทฤษฎีจำนวน	วันเวลาสอบ เวลา 13:00 - 16:00 วันพุธ ที่ 14 ธันวาคม 2559	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 35%
---------------------	------------------------	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 10 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงหา  $x$  ที่สอดคล้องสมการ  $5x \equiv 3 \pmod{4}$  ในรูปทั่วไป \_\_\_\_\_

1.2 จงหาเศษที่เกิดจากการหาร  $3^{65}$  ด้วย 13 \_\_\_\_\_

1.3 จงหาเลขตัวสุดท้ายของจำนวนเต็ม  $2559^{2016}$  เมื่อเขียนในระบบฐานสิบ \_\_\_\_\_

1.4 จงหาค่าของ  $\tau(12600)$  \_\_\_\_\_

1.5 จงหาค่าของ  $\sigma(2880)$  \_\_\_\_\_

1.6 จงหาเศษที่เกิดจากการหาร  $17!$  ด้วย 19 \_\_\_\_\_

1.7 จงหาจำนวนเต็มบวก  $k$  ที่ทำให้  $\phi(2^k \cdot 7^3) = 4704$  \_\_\_\_\_

1.8 จงหาค่าของ  $\left[ \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \right]$  (ฟังก์ชันจำนวนเต็มมากที่สุด) \_\_\_\_\_

1.9 จงหาคำตอบเฉพาะราย ของสมการไดโอแฟนไทน์  $33x + 21y = 3$  \_\_\_\_\_

1.10 จงหา Primitive Pythagorean Triple (PPT) มาหนึ่งชุดที่มีเลข 20 ในนั้น \_\_\_\_\_

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. (5 คะแนน) กำหนดให้  $a, b \in \mathbb{Z}$  และ  $m, n \in \mathbb{N}$  ซึ่ง  $\gcd(m, n) = 1$  จงพิสูจน์ว่า

$$a \equiv b \pmod{m} \text{ และ } a \equiv b \pmod{n} \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad a \equiv b \pmod{mn}$$

3. (5 คะแนน) จงหาคำตอบของสมการสมภาคเชิงเส้น  $25x \equiv 20 \pmod{45}$  ที่เป็นจำนวนเต็มบวกและไม่เกิน 45

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวก  $x$  ที่น้อยที่สุด (โดยใช้ CRT) ซึ่งมีสมบัติว่า

5 หาร  $x$  เหลือเศษ 1    6 หาร  $x$  เหลือเศษ 2    7 หาร  $x$  เหลือเศษ 3

4.2 (10 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวก  $x$  ที่สอดคล้องสมการสมภาค

$$\begin{cases} x \equiv 16 \pmod{45} \\ x \equiv 7 \pmod{18} \\ x \equiv 1 \pmod{20} \end{cases}$$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (4 คะแนน) จงหาเศษที่เกิดจากการหาร  $61^{1000}$  ด้วย 23 โดยใช้ทฤษฎีของแฟร์มาต

5.2 (4 คะแนน) จงหาเลขสามตัวสุดท้ายของจำนวนเต็ม  $3^{2016}$  เมื่อเขียนในระบบฐานสิบ

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (7 คะแนน) ให้จำนวนเต็มบวก  $n = 2^p \cdot 3^q \cdot 5^r$  อยู่ในรูปแบบบัญญัติ โดยที่  $p > q > r$  ถ้า  $\tau(n) = 120$  และ  $27 \mid n$  เมื่อเขียน  $n$  ในระบบเลขฐานสิบจะลงท้ายด้วยศูนย์ทั้งหมด 3 จำนวน จงหาค่าของ  $\phi(pqr)$

6.2 (7 คะแนน) จงเติมตารางให้ครบถ้วน และหาจำนวนเต็ม  $m$  มีสมบัติว่า

$$5 \leq m \leq 20 \quad \text{และ} \quad \sigma(m+1) = \sigma(m)$$

จงหาค่าของ  $\sum_{d|m} \sigma_2(d)$

$m$		$\sigma(m)$
5	$1 + 5$	6
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12$	

$m$		$\sigma(m)$
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		20
20	$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20$	

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (6 คะแนน) ถ้า  $\sum_{d|n} \phi(d) = 500$  จงหาค่าของ  $\phi(n^3)$

7.2 (6 คะแนน) กำหนดให้  $X = \sum_{n=1}^{100} \left( \sum_{d|n} \phi(d) \right)$  จงหาค่าของ  $\phi(X)$   
 กำหนดให้  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

7.3 (6 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวก  $n$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $105^n$ หาร  $5000!$  ลงตัว

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (4 คะแนน) นาย AppMan นำปากกา 2 ชนิดมาขายให้กับเพื่อนในห้องเรียนวิชา Number Theory ที่สอนโดยอาจารย์หน้าตาดีท่านหนึ่ง โดยชนิดที่ 1 ขายแท่งละ 15 บาท ชนิดที่ 2 ขายแท่งละ 25 บาท ถ้าพบว่านาย AppMan ขายปากกาได้เงินทั้งหมด 105 บาท จงหาความเป็นไปได้ทั้งหมดที่นาย AppMan จะขายปากกาแต่ละชนิดจำนวนเท่าใดบ้าง

8.2 (6 คะแนน) เด็กชาย M มี

แบงค์ชนิด 20 บาทอย่างน้อย 10 ใบ ชนิด 50 บาท อย่างน้อย 5 ใบ และแบงค์ 100 บาท อย่างน้อย 5 ใบ ถ้าเด็กหญิง W ทราบว่าเด็กชาย M นำเงินมาด้วยมีมูลค่า 1000 บาท ถ้ามว่าเด็กหญิง W จะเดาจำนวนแบงค์แต่ละชนิดที่เด็กชาย M มีได้กี่แบบมีแบบใดบ้าง



9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (6 คะแนน) จงหา Primitive Pythagorean Triple (PPT) ทุกชุดที่เกิดจาก  $u = 15$   
(ตามทฤษฎีบท 6.2.7)

9.2 (6 คะแนน) จงหา Pythagorean Triple (PT) ทั้งหมดเมื่อมีจำนวนหนึ่งเป็น 48

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) ให้  $n \in \mathbb{N}$  จงแสดงว่า  $\{2n + 1, 2n^2 + 2n, 2n^2 + 2n + 1\}$  เป็น Pythagorean triple (PT) พร้อมทั้งหา PT จากสูตรดังกล่าวมาอย่างน้อย 5 ชุด

10.2 (5 คะแนน) ถ้านักศึกษาได้รับมอบหมายจาก อ.ดร.ธนัชศ จำปาหวาย ให้ออกข้อสอบวิชาทฤษฎีจำนวน จำนวน 1 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน) ในหัวข้อใดก็ได้ เพื่อใช้สอบนักศึกษาในรุ่นถัดไป (รหัส60) **จงคิดข้อสอบพร้อมเฉลยอย่างละเอียด และเกณฑ์การให้คะแนนอย่างละเอียดในข้อนั้น พร้อมทั้งบอกว่าข้อสอบของท่านวัดประเมินผลในเรื่องใดแก่ผู้เรียน**