



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2561

รหัสวิชา MED2403	ชื่อวิชา สมการเชิงอนุพันธ์ สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 – 12:00 วันอาทิตย์ ที่ 21 กรกฎาคม 2562	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	--	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... เลขที่.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนรหัสนักศึกษาและเลขที่ ด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้ เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- อนุญาตให้นำใบสูตรที่กำหนดเข้าห้องสอบ โดยไม่มีข้อความที่เขียนเพิ่มเติมใด ๆ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้าม นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชศ จ่าปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงหาผลเฉลยของสมการโคชี-ออยเลอร์ $x^2y'' - 2y = 0$ _____

1.2 จงหาจุดเอกฐานไม่ปกติ ของสมการ $x^2y'' + y' + xy = 0$ _____

1.3 จงหาค่าของ $\int_0^\infty e^{-t}t^5 dt$ _____

1.4 จงหาค่าของ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 10 \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$ _____

1.5 จงหาค่าของ $\int_0^1 3\sqrt{x}(1-x)^2 dx$ _____

1.6 จงหาผลการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $\sin^2 t$ _____

1.7 จงหา $\mathcal{L}\{t \sin 2t\}$ _____

1.8 จงหา $\mathcal{L}\{e^{2t} \cos t\}$ _____

1.9 จงหา $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1+2s}\right\}$ _____

1.10 จงหา $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{2s^2+8}\right\}$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. (15 คะแนน) ให้ $x = x(t)$ และ $y = y(t)$ จงหาผลเฉลยของระบบสมการต่อไปนี้

$$\frac{dx}{dt} = x + y + e^t$$

$$\frac{dy}{dt} = x + y + e^t$$

3. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น ของสมการโคชี-ออยเลอร์

$$x^2 y'' + 4xy' - 10y = 12x$$

เมื่อ $y(1) = 1$ และ $y'(1) = -3$

4. (8 คะแนน) จงตรวจสอบจุดสามัญ และจุดเอกฐานปรกติ และไม่ปรกติของสมการ

$$(x - 1)(x^2 - 1)y'' + (x + 1)y' + (x - 1)y = 0$$

5. (15 คะแนน) จงหาผลเฉลยในรูปอนุกรมกำลังรอบจุดกำเนิดของสมการ

$$y'' + x^2y = 0$$

6. จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้โดยใช้ฟังก์ชันแกรมมา

6.1 (5 คะแนน) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta \cot \theta \, d\theta$

6.2 (5 คะแนน) $\int_0^{\infty} e^{-x^3} x^5 \, dx$ ให้ $u = x^3$

7. (7 คะแนน) จงหาค่าของปริพันธ์ต่อไปนี้โดยใช้ฟังก์ชันบีตา

$$\int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1-9t^2} dt$$

ให้ $u = 9t^2$

8. จงหาผลการแปลงลาปลาซต่อไปนี้

8.1 (4 คะแนน) $\mathcal{L}\{te^t \sin t\}$

8.2 (5 คะแนน) $\mathcal{L}\{\cos 5t \sin^2 t\}$

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (4 คะแนน) จงหา $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^2 + s}{s^2(s-1)} \right\}$

9.2 (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าเริ่มต้น

$$y'' + 2y' + y = e^t$$

เมื่อ $y(0) = 0$ และ $y'(0) = 0$ โดยใช้ผลการแปลงลาปลาซ

10. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยของระบบสมการต่อไปนี้โดยใช้ผลการแปลงลาปลาซ

$$\frac{dx}{dt} = x + y$$

$$\frac{dy}{dt} = 3x - y$$

เมื่อ $x(0) = 0$ และ $y(0) = 1$