# มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
# คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
# ข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

| **รหัสวิชา** | **ชื่อวิชา** | **วันเวลาสอบ** | **คะแนนเต็ม** |
|---|---|---|---|
| MAC1304 | ความน่าจะเป็นและสถิติ | เวลา 13:00 - 16:00<br>วันจันทร์ ที่ 27 มีนาคม 2566 | 100 คะแนน<br>25% |

**ชื่อ-สกุล**..... **รหัสนักศึกษา**..... **หมู่เรียน**.....

---

**คำชี้แจง**

1. ข้อสอบมี 26 ข้อ 14 หน้า แบ่งออกเป็น 3 ตอน ประกอบด้วย
   - **ตอนที่** 1 ข้อสอบแบบ 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน)
   - **ตอนที่** 2 ข้อสอบแบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน)
   - **ตอนที่** 3 ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 6 ข้อ (ข้อละ 10 คะแนน รวม 60 คะแนน)
2. เขียนรหัสนักศึกษา และหมู่เรียนด้วย**ตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า**
3. **สามารถใช้เครื่องคำนวณ** ยกเว้นใช้จากเครื่องมือสื่อสาร
4. **อนุญาต**ให้นำกระดาษที่เขียนด้วยตัวเอง 1 แผ่น
5. **ห้าม**นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. หากมี**การทุจริต**ในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ข้าพเจ้าจะปฏิบัติตามข้อตกลงอย่างเคร่งครัด
ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย

| **ข้อ** | **ตอนที่ 1**<br>1-10 | **ตอนที่ 2**<br>11-20 | **ตอนที่ 3**<br>21 | **ตอนที่ 3**<br>22 | **ตอนที่ 3**<br>23 | **ตอนที่ 3**<br>24 | **ตอนที่ 3**<br>25 | **ตอนที่ 3**<br>26 | **รวม** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **คะแนน** | | | | | | | | | |

## ตารางที : $\alpha$ คือพื้นที่ใต้กราฟด้านขวามือ

$\alpha$

| $\nu$ | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 |
| 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 |
| 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 |

---

## ตารางไคสแควร์ : $\alpha$ คือพื้นที่ใต้กราฟด้านขวามือ

$\alpha$

| $\nu$ | 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.9 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0000 | 0.0002 | 0.0010 | 0.0039 | 0.016 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |
| 2 | 0.010 | 0.020 | 0.051 | 0.103 | 0.211 | 4.605 | 5.991 | 7.378 | 9.201 | 10.597 |
| 3 | 0.072 | 0.115 | 0.216 | 0.352 | 0.584 | 6.251 | 7.815 | 9.348 | 11.345 | 12.838 |
| 4 | 0.207 | 0.297 | 0.484 | 0.711 | 1.064 | 7.779 | 9.488 | 11.143 | 13.277 | 11.860 |
| 5 | 0.412 | 0.554 | 0.831 | 1.145 | 1.610 | 9.236 | 11.070 | 12.833 | 15.086 | 16.750 |
| 10 | 2.156 | 2.558 | 3.247 | 3.940 | 4.865 | 15.987 | 18.307 | 27.112 | 29.588 | 31.420 |
| 11 | 2.603 | 3.053 | 3.816 | 4.575 | 5.578 | 17.275 | 19.675 | 21.920 | 24.725 | 26.757 |
| 14 | 4.075 | 4.660 | 5.629 | 6.571 | 7.790 | 21.064 | 23.685 | 26.119 | 29.141 | 31.319 |
| 15 | 4.601 | 5.229 | 6.261 | 7.261 | 8.547 | 22.307 | 24.996 | 27.488 | 37.697 | 39.719 |
| 16 | 5.142 | 5.812 | 6.908 | 7.962 | 9.312 | 23.542 | 26.296 | 28.845 | 32.000 | 34.267 |

---

## ตารางเอฟ $\alpha = 0.05$ (พื้นที่ใต้กราฟด้านขวามือ)

$\nu_1$

| $\nu_2$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 161.45 | 199.50 | 215.71 | 224.58 | 230.16 | 233.99 | 236.77 | 238.88 | 240.54 |
| 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 |

**ตอนที่** 1 : **(20 คะแนน)** จงกากบาททับข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อละ 2 คะแนน

1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. การจับสลากเพื่อเลือกเมนูอาหารเที่ยงให้นักเรียนของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็น การสุ่มตัวอย่างแบบธรรมดา (sample random sampling)

   ข. กาญสุ่มถามคะแนนสอบจากเพื่อนแล้วนำไปคำนวณค่าเฉลี่ยได้เป็น 5 คะแนน ค่าที่ได้นี้เรียกว่า ค่าสถิติ (statistics)

   ค. ในการเลือกตั้งครั้งนี้แกงค์สาม ก ที่มี 3 คน ตัดสินใจเลือกพรรค 3 ป ทุกคน นั่นคือเลือกพรรคนี้ 100% ผลที่ได้นี้เรียกว่า ค่าพารามิเตอร์ (parameter)

   ง. ถ้าขนาดตัวอย่างอย่างน้อย 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   จ. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างมักจะมีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

2. ถ้าพบว่านักศึกษาใหม่ประจำปีการศึกษา 2566 ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง เป็นนักศึกษาคณะครุศาสตร์ 300 คน จากทั้งหมด 10,000 คน ถ้าสุ่มตัวอย่าง 60 คน ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง** เมื่อกำหนดให้ $X$ แทนจำนวนนักศึกษาคณะครุศาสตร์ที่ได้จากการสุ่ม

   ก. $X$ เป็นตัวแปรสุ่มทวินาม

   ข. ตัวแปรสุ่ม $X$ สามารถประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   ค. $P(X > 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติโดย $P(X > 30.5)$

   ง. $P(X = 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติไม่ได้

   จ. $P(X < 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติโดย $P(X < 29.5)$

3. ถ้าสุ่มนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนแห่งหนึ่งมา 16 คนเพื่อสอบถามคะแนนสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ พบว่า $P(S^2 > 25) = 0.05$ เมื่อ $S^2$ คือความแปรปรวนของตัวอย่าง แล้วค่าใดต่อไปนี้คือความแปรปรวนของคะแนนสอบของโรงเรียนแห่งนี้

   ก. 15

   ข. 16

   ค. 25

   ง. 4

   จ. 5

4. ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**

   ก. การประมาณความของแปรปรวนของประชากรหนึ่งกลุ่มต้องใช้การแจกแจงเอฟ

   ข. การประมาณสัดส่วนของความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มที่อิสระต่อกันต้องใช้การแจกแจงไคสแควร์

   ค. การหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของประชากรหนึ่งกลุ่มต้องทราบค่าเฉลี่ยตัวอย่างเสมอ

   ง. การประมาณแบบช่วงให้ผลที่แม่นยำกว่าการประมาณค่าแบบจุด

   จ. ความถูกต้องในการประมาณค่าพารามิเตอร์ไม่ขึ้นกับขนาดของตัวอย่าง

5. ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรคือ $2.5 \pm 1.4$ ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างคือ 2.5

   ข. การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากรต้องใช้การแจกแจงที

   ค. ค่าเฉลี่ยประชากรที่แท้จริงมีค่าไม่เกิน 3.9

   ง. ค่าเฉลี่ยประชากรที่แท้จริงมีค่ามากกว่า 1.1

   จ. $(1.1, 3.9)$ คือช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร

6. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. ผลที่เราคาดหวังมักเป็นส่งที่ได้จากสมมติฐานหลัก

   ข. การปฏิเสธ $H_0$ ทั้ง ๆ ที่ $H_0$ เป็นจริง เรียกว่าความผิดพลาดประเภทที่ 1

   ค. ระดับนัยสำคัญ 0.05 หมายถึงโอกาสที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักทั้งที่เป็นจริง 95%

   ง. การทดสอบสมมติฐานสามารถใช้ P-value ได้ถ้าใช้ค่าสถิติ Z หรือ T

   จ. อำนาจการทดสอบ 98% แสดงว่ามีความผิดพลาดประเภทที่ ๒ เท่ากับ 0.02

7. ในการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว (one-tail test) ที่มี $H_0$ เป็นสมมติฐานหลัก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -1.55$ ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**

   ก. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่ามากกว่า 0.05

   ข. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่ามากกว่า 0.025

   ค. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05

   ง. ปฏิเสธ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

   จ. ปฏิเสธ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

8. จากการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (two-tails test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 โดยมีบริเวณวิกฤตคือ $t < -2.015$ หรือ $t > 2.015$ ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**

   ก. ถ้า $T_{\text{คำนวณ}} = 1.26$ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

   ข. ถ้า P-vlaue เท่ากับ 0.053 จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

   ค. เรียก 0.10 ว่าจุดวิกฤต

   ง. ขนาดตัวอย่างในการทดสอบเท่ากับ 5

   จ. ขนาดตัวอย่างในการทดสอบเท่ากับ 6

9. จากการเก็บข้อมูลของตัวอย่างแสดงดังนี้

| $x$ | 10 | 20 | 30 | 35 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 100 | 90 | 85 | 90 | 70 |

   ถ้าตัวแปรทั้ง 2 สัมพันธ์เชิงเส้นโดยมีสมการถดถอย $\hat{y} = a + bx$ แล้วค่า $y$ ประมาณเท่าใดเมื่อ $x = 50$

   ก. 60

   ข. 70

   ค. 65

   ง. 80

   จ. 75

10. จากข้อ 9. ตัวแปร $x$ และ $y$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันประมาณกี่เปอร์เซ็นต์

    ก. 84%

    ข. 80%

    ค. 75%

    ง. 71%

    จ. 65%

**ตอนที่** 2 : **(20 คะแนน)** จงเติมคำตอบในช่องว่าง (ด้านซ้ายมือ) ให้ถูกต้อง ข้อละ 2 คะแนน

11. _____

ถ้าเวลาที่ใช้รอลิพของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง $t$ วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิพเท่ากับ 147 วินาที$^2$ เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการรอลิพนี้กี่วินาที

12. _____

ในการแจกแจง $F(\nu_1 = 2, \nu_2 = 3)$ กำหนดให้ $f_{0.66,(2,3)} = 0.4788$ จงหาค่าของ $f_{0.34,(3,2)}$
(ตอบในรูปทศนิยมอย่างน้อย 2 ตำแหน่ง)

13. _____

สุ่มตัวอย่างขนาด 5 ประกอบด้วย $a, b, c, s, t$ ถ้าความแปรปรวนของตัวอย่าง

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $3a+5$ | $3b+5$ | $3c+5$ | $3s+5$ | $3t+5$ |

มีค่าเท่ากับ 225 แล้วความแปรปรวนของ $a, b, c, s, t$ เท่ากับเท่าใด

14. _____

สถิติคะแนนสอบกลางภาคแสดงดังต่อไปนี้

| | แคลคูลัส ๑ | แคลคูลัส ๒ | แคลคูลัส ๓ |
|---|---|---|---|
| ความแปรปรวนประชากร | 100 | $\sigma_2^2$ | 144 |
| ความแปรปรวนตัวอย่าง | $S_1^2$ | $S_2^2$ | $S_3^2$ |
| ขนาดตัวอย่าง | 5 | 6 | 7 |

ถ้า $P(S_1^2 > 2S_2^2) = 0.05$ จงหาความแปรปรวนของประชากรคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒

15. _____

จากสุ่มตัวอย่างค่า PM2.5 (ไมโครกรัมต่อลูกบาศเมตร) ของวันหนึ่ง แต่ละเขตในกรุงเทพมหานครได้ผลดังนี้

20 30 50 60 75 35 40 45

*อากาศที่ดีต้องมีค่า PM2.5 ไม่เกิน 50 ไมโครกรัมต่อลูกบาศเมตร

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าเฉลี่ย(ที่แท้จริง)ของค่า PM2.5 ในกรุงเทพมหานคร

16. _____

ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ $H_0$ มีอำนาจการทดสอบ 0.2566 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2

17. _____

ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งโดยใช้สถิติ Z โดยมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.23$ จงหาค่า P-value ในการทดสอบนี้

กำหนด ANOVA TABLE ของข้อมูลตัวอย่าง $(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)$ เพื่อตอบคำถามข้อ 18-19

ANOVA TABLE

| SOV | SS | DF | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| REGRESSION | 0.0318 | 1 | $x$ | $z$ |
| ERROR | $k$ | 5 | $y$ | |
| TOTAL | 0.1007 | 6 | | |

18. _____

จงหาค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างนี้ (ตอบในรูปทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

19. _____

ถ้าทดสอบสมมติฐานหลัก $H_0 : \beta = 0$ แย้งกับ $\beta > 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะปฏิเสธหรือยอมรับ $H_0$

20. _____

หุ้นน้องใหม่ชื่อย่อ MATH ทำการเข้าขายในตลาดหลักทัพย์ปลายปี 2565 มีความสัมพันธ์ระหว่างวันกับราคาปิดวันสุดท้ายของเดือนที่เปิดซื้อ-ขาย ในตลาด ดังนี้

| วันที่ซื้อขายวันสุดท้ายของเดือน | กันยายน | ตุลาคม | พฤศจิกายน | ธันวาคม |
|---|---|---|---|---|
| ราคาปิด (บาท) | 10.00 | 10.05 | 11.10 | 11.50 |

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ซื้อขายกับราคาปิดเป็นแบบเชิงเส้น จงทำนายว่าเดือนมีนาคม 2566 หุ้น MATH จะมีราคาปิดประมาณกี่บาท ณ วันสุดท้ายของเดือนที่เปิดซื้อ-ขาย ในตลาด (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

**ตอนที่** 3 : **(60 คะแนน)** จงแสดงวิธีโดยละเอียด ข้อละ 10 คะแนน

21. **(10 คะแนน)** ราคาขายปลีกของมะนาวแป้นต่อลูกของตลาดสี่มุมเมืองมีการแจกแจงปกติ โดยมีราคาเฉลี่ยอยู่ที่ 7 บาทต่อลูก และพบว่าความน่าจะเป็นที่ราคามะนาวแป้นจะสูงกว่า 10 บาทต่อลูกเท่ากับ 2.3%

    21.1 **(5 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของราคามะนาวแป้น

    21.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ราคามะนาวแป้นจะต่ำกว่า 5 บาทต่อลูก

22. **(10 คะแนน)** สถิติน้ำหนักและส่วนสูงทารกแรกเกิดเพศชายและเพศหญิง (ประชากร)

| | เพศชาย | เพศหญิง |
|---|---|---|
| น้ำหนักเฉลี่ย (กรัม) | 3,400 | 3,200 |
| ส่วนสูงเฉลี่ย (เซนติเมตร) | 49.9 | 49.2 |

ถ้าสุ่มตัวอย่างทารกแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงมาอย่างละ 50 คน คำนวณค่าความแปรปรวนได้เป็น 1,000 และ 1,200 กรัม$^2$ ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่น้ำหนักเฉลี่ยตัวอย่างของทารกแรกเกิดเพศชายจะสูงกว่าเพศหญิงอย่างน้อย 215 กรัม สมมติน้ำหนักทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

23. **(10 คะแนน)** จากเหตุการณ์แถลงที่พบซีเซียม-137 ในโรงงานแห่งหนึ่งใน จังหวัดปราจีนบุรี ปนเปื้อนในฝุ่นโลหะ ทำให้ประชาชนในพื้นที่ใกล้เคียงมีความกังวลต่อสุขภาพ จึงได้ทำแบบสอบถามชาวบ้านจำนวน 300 คน พบว่า

| อันดับ | ความรู้สึก | จำนวน (คน) |
|---|---|---|
| 1 | มีความกังวลมาก | 252 |
| 2 | มีความกังวลน้อย | 30 |
| 3 | ไม่มีความกังวล | 18 |
| | รวม | 300 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของคนที่**มีความกังวลมาก**ในพื้นที่ดังกล่าว

24. **(10 คะแนน)** ข้อมูลการสำรวจคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนที่หนึ่ง จำนวน 15 คน ดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 25 | 30 | 50 | 60 |
| 63 | 69 | 70 | 100 | 90 |
| 66 | 44 | 56 | 30 | 15 |

และข้อมูลการสำรวจคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนที่สอง จำนวน 10 คน ดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 79 | 25 | 72 | 84 | 32 |
| 35 | 29 | 72 | 96 | 13 |

จงทดสอบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งสองโรงเรียนแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

25. **(10 คะแนน)** เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์กับกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติที่หลากหลายรูปแบบ เช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การระดมสมอง การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และการทำกรณีศึกษา เป็นต้น ถ้าอยากทราบการจัดการเรียนรู้เชิงรุกทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 30 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

| การจัดการเรียนรู้ | ระดับความพึงพอใจ | | | รวม |
|---|---|---|---|---|
| | ชอบ | เฉย ๆ | ไม่ชอบ | |
| ห้องเรียนปกติ | 10 | 15 | 5 | 30 |
| ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เชิงรุก | 20 | 5 | 5 | 30 |
| รวม | 30 | 20 | 10 | 60 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

26. **(10 คะแนน)** ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2559 | 2560 | 2561 | 2562 | 2563 | 2564 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| GDP (พันล้าน USD) | 412.4 | 455.3 | 505 | 544.1 | 499.7 | 505.9 |

* ข้อมูลจากธนาคารแห่งประเทศไทย

จงตอบคำถามต่อไปนี้

26.1 **(5 คะแนน)** จงสร้างตาราง ANOVA

26.2 **(5 คะแนน)** จงทดสอบว่าเวลา(ปี) และผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

# มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
## คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
## เฉลยข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

| **รหัสวิชา** | **ชื่อวิชา** | **วันเวลาสอบ** | **คะแนนเต็ม** |
|---|---|---|---|
| MAC1304 | ความน่าจะเป็นและสถิติ | เวลา 13:00 - 16:00<br>วันจันทร์ ที่ 27 มีนาคม 2566 | 100 คะแนน<br>25% |

**โดย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย**

---

**ตอนที่** 1 : **(20 คะแนน)** จงกากบาททับข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อละ 2 คะแนน

1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. การจับสลากเพื่อเลือกเมนูอาหารเที่ยงให้นักเรียนของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็น การสุ่มตัวอย่างแบบธรรมดา (sample random sampling)

   ข. กาญสุ่มถามคะแนนสอบจากเพื่อนแล้วนำไปคำนวณค่าเฉลี่ยได้เป็น 5 คะแนน ค่าที่ได้นี้เรียกว่า ค่าสถิติ (statistics)

   ค. ในการเลือกตั้งครั้งนี้แกงค์สาม ก ที่มี 3 คน ตัดสินใจเลือกพรรค 3 ป ทุกคน นั่นคือเลือกพรรคนี้ 100% ผลที่ได้นี้เรียกว่า ค่าพารามิเตอร์ (parameter)

   ง. ถ้าขนาดตัวอย่างอย่างน้อย 30 การแจกแจงค่าเฉลี่ยจะประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   จ. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างมักจะมีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร Answer

   **ตอบข้อ จ.** ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างอาจจะสูงกว่า หรือต่ำกว่า หรือเท่ากับเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

2. ถ้าพบว่านักศึกษาใหม่ประจำปีการศึกษา 2566 ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง เป็นนักศึกษาคณะครุศาสตร์ 300 คน จากทั้งหมด 10,000 คน ถ้าสุ่มตัวอย่าง 60 คน ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง** เมื่อกำหนดให้ $X$ แทนจำนวนนักศึกษาคณะครุศาสตร์ที่ได้จากการสุ่ม

   ก. $X$ เป็นตัวแปรสุ่มทวินาม

   ข. ตัวแปรสุ่ม $X$ สามารถประมาณด้วยการแจกแจงปกติ

   ค. $P(X > 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติโดย $P(X > 30.5)$

   ง. $P(X = 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติไม่ได้ Answer

   จ. $P(X < 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติโดย $P(X < 29.5)$

   **ตอบข้อ ง.** $P(X = 30)$ ประมาณด้วยประมาณด้วยการแจกแจงปกติโดย $P(29.5 < X < 30.5)$

3. ถ้าสุ่มนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนแห่งหนึ่งมา 16 คนเพื่อสอบถามคะแนนสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ พบว่า $P(S^2 > 25) = 0.05$ เมื่อ $S^2$ คือความแปรปรวนของตัวอย่าง แล้วค่าใดต่อไปนี้คือความแปรปรวนของคะแนนสอบของโรงเรียนแห่งนี้

   ก. 15 Answer

   ข. 16

   ค. 25

   ง. 4

   จ. 5

   **ตอบข้อ ก.** พิจารณา

$$\begin{aligned} P(S^2 > 25) &= 0.05 \\ P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \frac{(16-1)25}{\sigma^2}\right) &= 0.05 \\ P\left(\chi^2 > \frac{375}{\sigma^2}\right) &= 0.05 \end{aligned}$$

   โดยตารางไคสแควร์ที่มี $\nu = 15$ จะได้ $P(\chi^2 > 24.996) = 0.05$ ดังนั้น

$$\frac{375}{\sigma^2} = 24.996 \quad \longrightarrow \quad \sigma^2 = 15 \quad \#$$

4. ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**

   ก. การประมาณความของแปรปรวนของประชากรหนึ่งกลุ่มต้องใช้การแจกแจงเอฟ

   ข. การประมาณสัดส่วนของความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่มที่อิสระต่อกันต้องใช้การแจกแจงไคสแควร์

   ค. การหาช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยของประชากรหนึ่งกลุ่มต้องทราบค่าเฉลี่ยตัวอย่างเสมอ Answer

   ง. การประมาณแบบช่วงให้ผลที่แม่นยำกว่าการประมาณค่าแบบจุด

   จ. ความถูกต้องในการประมาณค่าพารามิเตอร์ไม่ขึ้นกับขนาดของตัวอย่าง

   **ตอบข้อ ค.** ถูกต้อง เพราะช่วงคือ $\bar{X} \pm ...$

5. ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรคือ $2.5 \pm 1.4$ ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างคือ 2.5

   ข. การประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากรต้องใช้การแจกแจงที Answer

   ค. ค่าเฉลี่ยประชากรที่แท้จริงมีค่าไม่เกิน 3.9

   ง. ค่าเฉลี่ยประชากรที่แท้จริงมีค่ามากกว่า 1.1

   จ. $(1.1, 3.9)$ คือช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับค่าเฉลี่ยของประชากร

   **ตอบข้อ ข.** ไม่ถูกต้อง เพราะการประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของค่าเฉลี่ยประชากรต้องใช้การแจกแจง Z หรือ T

6. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

   ก. ผลที่เราคาดหวังมักเป็นส่งที่ได้จากสมมติฐานหลัก

   ข. การปฏิเสธ $H_0$ ทั้ง ๆ ที่ $H_0$ เป็นจริง เรียกว่าความผิดพลาดประเภทที่ 1

   ค. ระดับนัยสำคัญ 0.05 หมายถึงโอกาสที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักทั้งที่เป็นจริง 95% Answer

   ง. การทดสอบสมมติฐานสามารถใช้ P-value ได้ถ้าใช้ค่าสถิติ Z หรือ T

   จ. อำนาจการทดสอบ 98% แสดงว่ามีความผิดพลาดประเภทที่ ๒ เท่ากับ 0.02

   **ตอบข้อ ค.** ไม่ถูกต้อง ระดับนัยสำคัญ 0.05 หมายถึงโอกาสที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักทั้งที่เป็นจริง หรือความผิดพลาดประเภทที่ 1 เท่ากับ 5%

7. ในการทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว (one-tail test) ที่มี $H_0$ เป็นสมมติฐานหลัก ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -1.55$ ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**

   ก. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่ามากกว่า 0.05 Answer

   ข. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่ามากกว่า 0.025

   ค. ยอมรับ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.05

   ง. ปฏิเสธ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

   จ. ปฏิเสธ $H_0$ เพราะ P-value มีค่าน้อยกว่า 0.025

   **ตอบข้อ ก.** จะได้ว่า

$$\text{P-vlue } = P(Z > |Z_{\text{คำนวณ}}|) = P(Z > 1.55) = 0.0606 > 0.05 = \alpha$$

   ดังนั้น ยอมรับ $H_0$

8. จากการทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (two-tails test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 โดยมีบริเวณวิกฤตคือ $t < -2.015$ หรือ $t > 2.015$ ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**

   ก. ถ้า $T_{\text{คำนวณ}} = 1.26$ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

   ข. ถ้า P-vlaue เท่ากับ 0.053 จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

   ค. เรียก 0.10 ว่าจุดวิกฤต

   ง. ขนาดตัวอย่างในการทดสอบเท่ากับ 5

   จ. ขนาดตัวอย่างในการทดสอบเท่ากับ 6 Answer

   **ตอบข้อ จ.** จากตาราง $t_{0.05,5} = 2.015$ ดังนั้น $5 = n - 1$ นั่นคือ ขนาดตัวอย่างในการทดสอบเท่ากับ $n = 6$

9. จากการเก็บข้อมูลของตัวอย่างแสดงดังนี้

| $x$ | 10 | 20 | 30 | 35 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 100 | 90 | 85 | 90 | 70 |

ถ้าตัวแปรทั้ง 2 สัมพันธ์เชิงเส้นโดยมีสมการถดถอย $\hat{y} = a + bx$ แล้วค่า $y$ ประมาณเท่าใดเมื่อ $x = 50$ (y=107.71-0.77x, r=-0.84338)

ก. 60

ข. 70 Answer

ค. 65

ง. 80

จ. 75

**ตอบข้อ ข.** จากเครื่องคำนวณจะได้ $\hat{y} = 107.71 - 0.77x$ ดังนั้น

$$\hat{y} = 107.71 - 0.77(50) = 69.21$$

นั่นคือ $y$ มีค่าประมาณ 70 เมื่อ $x = 50$

10. จากข้อ 9. ตัวแปร $x$ และ $y$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันประมาณกี่เปอร์เซ็นต์

ก. 84%

ข. 80%

ค. 75%

ง. 71% Answer

จ. 65%

**ตอบข้อ ง.** จากเครื่องคำนวณจะได้ $r = -0.8433$ ดังนั้น

$$r^2 \times 100 = (-0.8433)^2 \times 100 = 71.11\%$$

ดังนั้นตัวแปร $x$ และ $y$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกันประมาณ 71 เปอร์เซ็นต์

**ตอนที่** 2 : **(20 คะแนน)** จงเติมคำตอบในช่องว่าง (ด้านซ้ายมือ) ให้ถูกต้อง ข้อละ 2 คะแนน

11. **ตอบ** 21

ถ้าเวลาที่ใช้รอลิฟของอาคารแห่งหนึ่งมีการแจกแจงยูนิฟอร์มระหว่าง 0 ถึง $t$ วินาที จงหาความแปรปรวนของเวลาที่ใช้รอลิฟเท่ากับ 147 วินาที$^2$ เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการรอลิฟนี้กี่วินาที

**แนวคำตอบ** จาก $\sigma^2 = \dfrac{(t-0)^2}{12} = 147$ จะได้ $t = 42$ ทำให้ได้ว่า

$$\mu = \frac{0+42}{2} = 21$$

ดังนั้นเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการรอลิฟนี้เท่ากับ 21 วินาที $\quad \#$

12. **ตอบ** 2.0886

ในการแจกแจง $F(\nu_1 = 2, \nu_2 = 3)$ กำหนดให้ $f_{0.66,(2,3)} = 0.4788$ จงหาค่าของ $f_{0.34,(3,2)}$
(ตอบในรูปทศนิยมอย่างน้อย 2 ตำแหน่ง)

**แนวคำตอบ** จากสมบัติของการแจกแจงเอฟทำให้ได้ว่า

$$f_{0.34,(3,2)} = \frac{1}{f_{1-0.34,(2,3)}} = \frac{1}{f_{0.66,(2,3)}} = \frac{1}{0.4788} = 2.0886 \quad \#$$

13. **ตอบ** 25

สุ่มตัวอย่างขนาด 5 ประกอบด้วย $a, b, c, s, t$ ถ้าความแปรปรวนของตัวอย่าง

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $3a+5$ | $3b+5$ | $3c+5$ | $3s+5$ | $3t+5$ |

มีค่าเท่ากับ 225 แล้วความแปรปรวนของ $a, b, c, s, t$ เท่ากับเท่าใด

**แนวคำตอบ** ให้ $S^2$ ความแปรปรวนของ $a, b, c, s, t$ จากสมบัติเชิงเส้นของความแปรปรวน จะได้ว่าความแปรปรวนของ

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $3a+5$ | $3b+5$ | $3c+5$ | $3s+5$ | $3t+5$ |

เท่ากับ $3^2S^2$ ซึ่งเท่ากับ 225 ดังนั้น

$$9S^2 = 225 \quad \longrightarrow \quad S^2 = 25 \quad \#$$

14. **ตอบ** 259.5

สถิติคะแนนสอบกลางภาคแสดงดังต่อไปนี้

| | แคลคูลัส ๑ | แคลคูลัส ๒ | แคลคูลัส ๓ |
|---|---|---|---|
| ความแปรปรวนประชากร | 100 | $\sigma_2^2$ | 144 |
| ความแปรปรวนตัวอย่าง | $S_1^2$ | $S_2^2$ | $S_3^2$ |
| ขนาดตัวอย่าง | 5 | 6 | 7 |

ถ้า $P(S_1^2 > 2S_2^2) = 0.05$ จงหาความแปรปรวนของประชากรคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ ($\sigma_2^2$)

**แนวคำตอบ** ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\nu_1 = 5-1 = 4$ และ $\nu_2 = 6-1 = 5$
จะได้ว่า

$$0.05 = P(S_1^2 > 2S_2^2) = P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 2\right) = P\left(\frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} > 2 \cdot \frac{\sigma_2^2}{100}\right) = P\left(F > \frac{\sigma_2^2}{50}\right)$$

จากตารางเอฟ $P(F > 5.19) = 0.05$ ดังนั้น

$$\frac{\sigma_2^2}{50} = 5.19 \quad \longrightarrow \quad \sigma_2^2 = 259.5 \quad \#$$

15. **ตอบ** (32.711,56.039)

จากสุ่มตัวอย่างค่า PM2.5 (ไมโครกรัมต่อลูกบาศเมตร) ของวันหนึ่ง แต่ละเขตในกรุงเทพมหานครได้ผลดังนี้

20 30 50 60 75 35 40 45

*อากาศที่ดีต้องมีค่า PM2.5 ไม่เกิน 50 ไมโครกรัมต่อลูกบาศเมตร

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าเฉลี่ย(ที่แท้จริง)ของค่า PM2.5 ในกรุงเทพมหานครในวันนั้น

**แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และขนาดตัวอย่างเล็กคือ $n = 8$
จึงประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 8-1 = 7$ คำนวณค่า $\bar{X} = 44.375$ และ $S = 17.41$
ช่วงความเชื่อมั่น 90% นั่นคือ $\alpha = 0.10$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ และ $t_{0.05} = 1.895$ (เปิดตาราง)
จะได้ว่า

$$\bar{X} \pm t_{0.05} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 44.375 \pm 1.895 \cdot \frac{17.41}{\sqrt{8}} = 44.375 \pm 11.664$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu$ คือ

$$44.375 - 11.664 \ < \ \mu \ < \ 44.375 + 11.664$$

$$32.711 \ < \ \mu \ < \ 56.039 \quad \#$$

16. **ตอบ** 0.7434

ในการทดสอบที่มีสมมติฐานหลักคือ $H_0$ มีอำนาจการทดสอบ 0.2566 จงหาความน่าจะเป็นของการกระทำความผิดพลาดประเภทที่ 2

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$P(\text{ความผิดพลาดประเภทที่ 2}) = 1 - \text{อำนาจการทดสอบ } = 1 - 0.2566 = 0.7434 \quad \#$$

17. **ตอบ** 0.0129

ในการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่งโดยใช้สถิติ Z โดยมี $Z_{\text{คำนวณ}} = -2.23$ จงหาค่า P-value ในการทดสอบนี้

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$\text{P-vlue } = P(Z > |Z_{\text{คำนวณ}}|) = P(Z > 2.23) = 0.0129 \quad \#$$

18. **ตอบ** $\pm 0.5619$

จงหาค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างนี้ (ตอบในรูปทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

**แนวคำตอบ** จะเห็นว่า $k = 0.1007 - 0.0318 = 0.0689$, $x = \frac{0.0318}{1} = 0.0318$, $y = \frac{0.0689}{5} = 0.01378$ $z = \frac{x}{y} = 2.3076$ เติมตารางให้สมบูรณ์ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

| SOV | SS | DF | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| REGRESSION | 0.0318 | 1 | 0.0318 | 2.3076 |
| ERROR | 0.0689 | 5 | 0.01378 | |
| TOTAL | 0.1007 | 6 | | |

จะได้ว่า SSE $= 0.0689$ และ SST $= 0.1007$ จะทำให้ได้ว่า

$$r^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} = 1 - \frac{0.0689}{0.1007} = 0.3157$$

ดังนั้นสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างนี้คือ $r = \pm 0.5619$

19. **ตอบ** ยอมรับ $H_0$

ถ้าทดสอบสมมติฐานหลัก $H_0 : \beta = 0$ แย้งกับ $\beta > 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะปฏิเสธหรือยอมรับ $H_0$

**แนวคำตอบ**

กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \quad : \quad \beta = 0$

$H_1 \quad : \quad \beta > 0$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

เป็นการทดสอบข้างเดียว(ข้างขวา) พิจารณา $f_{\alpha,(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.05,(1,5)} = 6.61$ (ตารางเอฟ) ฉะนั้น

$$\text{บริเวณวิกฤตคือ } f > 6.61$$

จากตาราง ANOVA จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 2.3076$ ซึ่ง $F_{\text{คำนวณ}} < 6.61$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$

20. **ตอบ** 13.16

หุ้นน้องใหม่ชื่อย่อ MATH ทำการเข้าขายในตลาดหลักทัพย์ปลายปี 2565 มีความสัมพันธ์ระหว่างวันกับราคาปิดวันสุดท้ายของเดือนที่เปิดซื้อ-ขาย ในตลาด ดังนี้

| วันที่ซื้อขายวันสุดท้ายของเดือน | กันยายน | ตุลาคม | พฤศจิกายน | ธันวาคม |
|---|---|---|---|---|
| ราคาปิด (บาท) | 10.00 | 10.05 | 11.10 | 11.50 |

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างวันที่ซื้อขายกับราคาปิดเป็นแบบเชิงเส้น จงทำนายว่าเดือนมีนาคม 2566 หุ้น MATH จะมีราคาปิดประมาณกี่บาท ณ วันสุดท้ายของเดือนที่เปิดซื้อ-ขาย ในตลาด (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

**แนวคำตอบ** ให้ $x = 1, 2, 3, 4$ แทนเดือน กันยายน, ตุลาคม, พฤศจิกายน, ธันวาคม ตามลำดับ

และ $y$ แทนราคาปิด หน่วยบาท แสดงข้อมูลได้ดังนี้

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10.00 | 10.05 | 11.10 | 11.50 |

นำไปคำนวณในเครื่องคำนวณ CASIO รุ่น fx-991EX ได้ค่า $a = 9.275$ และ $b = 0.555$ ดังนั้น

$$\hat{y} = 9.275 + 0.555x$$

เดือนมีนาคม 2566 ตรงกับ $x = 7$ จะได้ว่า $\hat{y} = 9.275 + 0.555(7) = 13.16$ สรุปได้มีนาคม 2566 หุ้น MATH จะมีราคาปิดประมาณ 13.16 บาท ณ วันสุดท้ายของเดือนที่เปิดซื้อ-ขาย ในตลาด

**ตอนที่** 3 : **(60 คะแนน)** จงแสดงวิธีโดยละเอียด ข้อละ 10 คะแนน

21. **(10 คะแนน)** ราคาขายปลีกของมะนาวแป้นต่อลูกของตลาดสี่มุมเมืองมีการแจกแจงปกติ โดยมีราคาเฉลี่ยอยู่ที่ 7 บาทต่อลูก และพบว่าความน่าจะเป็นที่ราคามะนาวแป้นจะสูงกว่า 10 บาทต่อลูกเท่ากับ 2.3%

21.1 **(5 คะแนน)** จงหาความแปรปรวนของราคามะนาวแป้น

**แนวคำตอบ**

จากข้อมูลจะได้ว่า $\mu = 7$ และ

$$0.023 = P(X > 10) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{10-7}{\sigma}\right) = P\left(Z > \frac{3}{\sigma}\right)$$

เนื่องจาก $P(Z > 1.995) = 1 - P(Z < 1.995) = 1 - 0.977 = 0.023$ (อ่านค่าจากเครื่องคิดเลข) จะได้ว่า

$$\frac{3}{\sigma} = 1.995 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{3}{1.995} = 1.50$$

ดังนั้นความแปรปรวนของราคามะนาวแป้น เท่ากับ $\sigma^2 = 2.25$ #

21.2 **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่ราคามะนาวแป้นจะต่ำกว่า 5 บาทต่อลูก

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$P(X < 5) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{5-7}{1.5}\right) = P\left(Z < -1.33\right) = 0.0917$$

ดังนั้นจงหาความน่าจะเป็นที่ราคามะนาวแป้นจะต่ำกว่า 5 บาทต่อลูก เท่ากับ 0.0917 #

22. **(10 คะแนน)** สถิติน้ำหนักและส่วนสูงทารกแรกเกิดเพศชายและเพศหญิง (ประชากร)

| | เพศชาย | เพศหญิง |
|---|---|---|
| น้ำหนักเฉลี่ย (กรัม) | 3,400 | 3,200 |
| ส่วนสูงเฉลี่ย (เซนติเมตร) | 49.9 | 49.2 |

ถ้าสุ่มตัวอย่างทารกแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงมาอย่างละ 50 คน คำนวณค่าความแปรปรวนได้เป็น 1,000 และ 1,200 กรัม$^2$ ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่น้ำหนักเฉลี่ยตัวอย่างของทารกแรกเกิดเพศชายจะสูงกว่าเพศหญิงอย่างน้อย 215 กรัม สมมติน้ำหนักทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

**แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่าความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ เพศชาย $n_1 = 50$, เพศหญิง $n_2 = 50$, $S_1^2 = 1000$, $S_2^2 = 1200$ และ $\mu_1 = 3400$, $\mu_2 = 3200$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงปกติที่ประมาณค่า $\sigma$ ด้วย $S$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \geq 215) &= P\left( \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \geq \frac{215 - (3400 - 3200)}{\sqrt{\frac{1000}{50} + \frac{1200}{50}}} \right) \\ &= P(Z \geq 2.261) \\ &= 0.0119 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่น้ำหนักเฉลี่ยตัวอย่างของทารกแรกเกิดเพศชายจะสูงกว่าเพศหญิงอย่างน้อย 215 กรัม เท่ากับ 0.0119 #

23. **(10 คะแนน)** จากเหตุการณ์แถลงที่พบซีเซียม-137 ในโรงงานแห่งหนึ่งใน จังหวัดปราจีนบุรี ปนเปื้อนในฝุ่นโลหะ ทำให้ประชาชนในพื้นที่ใกล้เคียงมีความกังวลต่อสุขภาพ จึงได้ทำแบบสอบถามชาวบ้านจำนวน 300 คน พบว่า

| อันดับ | ความรู้สึก | จำนวน (คน) |
|---|---|---|
| 1 | มีความกังวลมาก | 252 |
| 2 | มีความกังวลน้อย | 30 |
| 3 | ไม่มีความกังวล | 18 |
| | รวม | 300 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับสัดส่วนที่แท้จริงของคนที่**มีความกังวลมาก**ในพื้นที่ดังกล่าว

**แนวคำตอบ** จากการสุ่มตัวอย่างขนาด $n = 300$ สัดส่วนของคน**มีความกังวลมาก**คือ $\hat{P} = \frac{252}{300} = 0.84$ สำหรับช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ ฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $z_{0.025} = 1.96$
จะได้ว่า

$$\hat{P} \pm z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} = 0.84 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.84(0.16)}{300}} = 0.84 \pm 0.0415$$

ฉะนั้น

$$\begin{aligned} 0.84 - 0.0415 \quad &< \quad p \quad < \quad 0.84 + 0.0415 \\ 0.7985 \quad &< \quad p \quad < \quad 0.8815 \end{aligned}$$

เปอร์เซ็นต์ที่แท้จริงของคนที่**มีความกังวลมาก**ในพื้นที่ดังกล่าวอยู่ในช่วง 79.85% ถึง 88.15%

24. **(10 คะแนน)** ข้อมูลการสำรวจคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนที่หนึ่ง จำนวน 15 คน ดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 25 | 30 | 50 | 60 |
| 63 | 69 | 70 | 100 | 90 |
| 66 | 44 | 56 | 30 | 15 |

และข้อมูลการสำรวจคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนที่สอง จำนวน 10 คน ดังนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 79 | 25 | 72 | 84 | 32 |
| 35 | 29 | 72 | 96 | 13 |

จงทดสอบว่าคะแนนเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งสองโรงเรียนแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าทราบว่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

**แนวคำตอบ** จากข้อมูลที่ให้

| | โรงเรียนที่หนึ่ง | โรงเรียนที่สอง |
|---|---|---|
| ขนาดตัวอย่าง | $n_1 = 15$ | $n_2 = 10$ |
| ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง | $\bar{X}_1 = 52.53$ | $\bar{X}_2 = 53.7$ |
| ความแปรปรวนตัวอย่าง | $S_1^2 = 636.55$ | $S_2^2 = 880.9$ |

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 &: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$
ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด ไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ชุด แต่ทราบว่าค่าความแปรปรวนเท่ากัน และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_1 = 15, n_2 = 10$ เลือกสถิติ $t$ โดยมีศาเสรีคือ $\nu = 15 + 10 - 2 = 23$ จะได้ว่า

$$S_p^2 = \frac{(15-1)636.55 + (10-1)880.9}{15 + 10 - 2} = 732.16$$

จะได้ว่า

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(52.53 - 53.7) - 0}{\sqrt{732.16\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)}} = -0.1059$$

เป็นการทดสอบสองด้าน โดยที่ $t_{\frac{\alpha}{2},\nu} = t_{0.005,23} = 2.807$ (เปิดตาราง) ดังนั้นบริเวณวิกฤตคือ

$$t < -2.807 \text{ หรือ } t > 2.807$$

จะเห็นว่า $-2.807 < t_{\text{คำนวณ}} < 2.807$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$

ดังนั้นคะแนนเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ONET มัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งสองโรงเรียนไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 #

25. **(10 คะแนน)** เพื่อเปรียบเทียบการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์กับกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติที่หลากหลายรูปแบบ เช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การระดมสมอง การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และการทำกรณีศึกษา เป็นต้น ถ้าอยากทราบการจัดการเรียนรู้เชิงรุกทำให้นักเรียนพอใจหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 30 คน ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

| การจัดการเรียนรู้ | ระดับความพึงพอใจ | | | รวม |
|---|---|---|---|---|
| | ชอบ | เฉย ๆ | ไม่ชอบ | |
| ห้องเรียนปกติ | 10 | 15 | 5 | 30 |
| ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เชิงรุก | 20 | 5 | 5 | 30 |
| รวม | 30 | 20 | 10 | 60 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าการจัดการเรียนรู้ขึ้นระดับความพอพึงพอใจหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$H_0$ : การจัดการเรียนรู้ไม่มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (อิสระต่อกัน)
$H_1$ : การจัดการเรียนรู้มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ (ไม่อิสระต่อกัน)

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
คำนวณค่าสถิติจากตัวอย่าง

| การจัดการเรียนรู้ | ระดับความพึงพอใจ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ชอบ | เฉย ๆ | ไม่ชอบ | รวม |
| ห้องเรียนปกติ | $o_{11} = 10$ | $o_{12} = 15$ | $o_{13} = 5$ | $R_1 = 30$ |
| ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เชิงรุก | $o_{21} = 20$ | $o_{22} = 5$ | $o_{23} = 5$ | $R_2 = 30$ |
| รวม | $C_1 = 30$ | $C_2 = 20$ | $C_3 = 10$ | $N = 60$ |

จะได้ว่า

| | ชอบ | เฉย ๆ | ไม่ชอบ |
|---|---|---|---|
| ห้องเรียนปกติ | $e_{11} = \frac{R_1 C_1}{N} = 15$ | $e_{12} = \frac{R_1 C_2}{N} = 10$ | $e_{13} = \frac{R_1 C_3}{N} = 5$ |
| ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เชิงรุก | $e_{21} = \frac{R_2 C_1}{N} = 15$ | $e_{12} = \frac{R_2 C_2}{N} = 10$ | $e_{13} = \frac{R_2 C_3}{N} = 5$ |

โดยมี $r = 2$ และ $c = 3$ จะเห็นว่า $\nu = (2-1)(3-1) = 2$ และ

$$\begin{aligned}\chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \\ &= \frac{(10-15)^2}{15} + \frac{(15-10)^2}{10} + \frac{(5-5)^2}{5} + \frac{(10-15)^2}{15} + \frac{(15-10)^2}{10} + \frac{(5-5)^2}{5} = 8.33\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\chi^2_{\alpha,\nu} = \chi^2_{0.05,2} = 5.991$ (เปิดตาราง) บริเวณวิกฤตคือ $\chi^2 > 5.991$
จะเห็นว่า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 8.33 > 5.991$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้มีผลต่อระดับความพอพึงพอใจ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

26. **(10 คะแนน)** ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2559 | 2560 | 2561 | 2562 | 2563 | 2564 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| GDP (พันล้าน USD) | 412.4 | 455.3 | 505 | 544.1 | 499.7 | 505.9 |

* ข้อมูลจากธนาคารแห่งประเทศไทย

จงตอบคำถามต่อไปนี้

26.1 **(5 คะแนน)** จงสร้างตาราง ANOVA

26.2 **(5 คะแนน)** จงทดสอบว่าเวลา(ปี) และผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

ให้ $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ แทนปี 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564 ตามลำดับ และ $y$ แทน ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย หน่วยเป็นพันล้าน USD

จากตารางจะได้ว่า $n = 6$ และ $b = 18.28$ โดยที่

$$\sum x = 21 \quad \sum x^2 = 91 \quad \sum y = 2922.4 \quad \sum y^2 = 1434076.56 \quad \sum xy = 10548.3$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
S_{xx} &= \sum x^2 - \frac{1}{6}\left(\sum x_i\right)^2 = 91 - \frac{1}{6}(21)^2 = 17.5 \\
S_{yy} &= \sum y^2 - \frac{1}{6}\left(\sum y\right)^2 = 1434076.56 - \frac{1}{6}(2922.4)^2 = 10672.93 \\
S_{xy} &= \sum xy - \frac{1}{6}\left(\sum x\right)\left(\sum y\right) = 10548.3 - \frac{1}{6}(21)(2922.4) = 319.9 \\
\text{SSR} &= bS_{xy} = 18.28(319.9) = 5847.772 \\
\text{SSE} &= S_{yy} - bS_{xy} = 10672.93 - 18.28(319.9) = 4825.158
\end{aligned}$$

และ $\nu_1 = 1, \nu_2 = 6 - 2 = 4$ แสดงตาราง ANOVA ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

| SOV | SS | DF | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| REGRESSION | 5847.772 | 1 | 5847.772 | 4.848 |
| ERROR | 4825.158 | 4 | 1206.2895 | |
| TOTAL | 10672.930 | 5 | | |

กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \ : \ \rho = 0$
$H_1 \ : \ \rho \neq 0$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$

เป็นการสดสอบสองทาง เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.05,(1,4)} = 7.71$ (เปิดตาราง) และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.95,(1,4)} = \frac{1}{f_{0.05,(4,1)}} = \frac{1}{224.58} = 0.0044$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.0044$ หรือ $f > 7.71$

จากตาราง ANOVA จะเห็นว่า $0.0044 < F_{\text{คำนวณ}} < 7.71$ ไม่อยู่ในบริเวณวิกต ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0 หรือ ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงไม่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 #