ข้อสอบกลางภาค วิชาความน่าจะเป็นและสถิติ : SET A

วิชา ความน่าจะเป็นและสถิติ MAC1304 **คะแนน** 100 คะแนน
เวลาสอบ 13:00 – 16:00 วันศุกร์ ที่ 22 มกราคม 2563 **ปีการศึกษา** 2/2563
ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

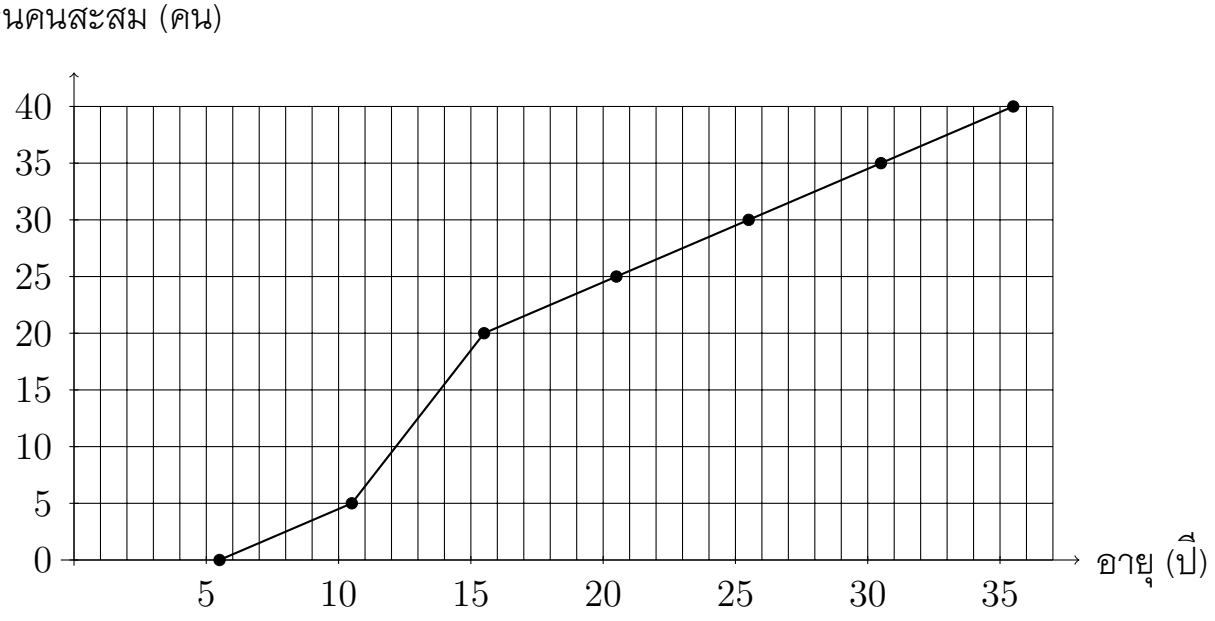
1. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** คะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง แสดงด้วยแผนภาพต้น–ใบ ดังนี้

2	0 5 5 7
3	0 0 1 3 5 8 9
4	2 5 7
5	0 0 0 1 2 3 4 5 6 9
6	0 1 3 4 5
7	0

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม** และ**รูปหลายเหลี่ยมความถี่**

(ข) **(3 คะแนน)** ข้อมูลอายุของชุมชนแห่งหนึ่ง แสดงด้วย**เส้นโค้งโอจีพ**ดังนี้



จงหา**ช่วงอายุที่มีจำนวนคนสูงสุด (ความถี่สูงสุด)**
และจง**ประมาณอายุของคนลำดับที่ 15** เมื่อเรียงอายุจาก**น้อยไปมาก**

2. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** จงหา**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**และ**ค่ามัธยฐาน**ของประชากรที่ประกอบด้วย

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ..., \underbrace{100, 100, ..., 100}_{100\text{ตัว}}$$

(ข) **(5 คะแนน)** ค่าฐานนิยมของคะแนนสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 57.5 คะแนน โดยคะแนนแสดงดังตาราง

คะแนน	ความถี่ (คน)
$51 - 55$	x
$56 - 61$	10
$62 - 68$	2
$69 - 74$	2

ถ้านาย ก อยู่ในกลุ่มนี้โดยมีคนได้คะแนนมากกว่านาย ก อยู่ 10% จงหา**คะแนนสอบของนาย ก**

3. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** ให้ข้อมูลที่กล่าวต่อไปนี้เป็นประชากร
กำหนดให้

$$x_1, x_2, x_3, ..., x_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่หนึ่ง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2

$$y_1, y_2, y_3, ..., y_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่สอง โดยที่ $y_i = ax_i + b$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, ..., n$ และ $a, b \in \mathbb{R}$ และ $a > 0$
ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดมารวมกัน

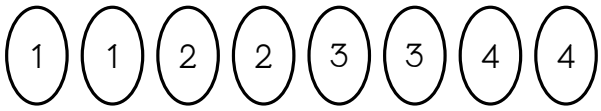
$$x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_n$$

พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7 และความแปรปรวนเท่ากับ 21
จงหา**ค่า a และ b**

(ข) **(3 คะแนน)** ข้อมูลเชิงปริมาณแบบประชากรชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าคนส่วนใหญ่ (95%) อยู่ห่างจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยระยะห่าง**ไม่เกินสองเท่า**ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
จง**ประมาณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานด้วยพิสัย** สำหรับข้อมูลชุดนี้

4. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

   (ก) **(5 คะแนน)** สติกเกอร์ 8 ใบมีหมายเลข

   เลือกมา 4 ใบเพื่อ**สร้างจำนวนเต็มสี่หลัก**ได้กี่จำนวน

   (ข) **(5 คะแนน)** สุ่มจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 4 จำนวน จงหา**ความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว**

5. **(10 คะแนน)** ร้าน All Mon Math Cooky ขายคุกกี้เป็นชิ้น มีคอนเซ็ปร้านคือคุกกี้ทุกชิ้นต้องมีอัลมอนด์ ถ้ามีเชฟขนมหวาน 3 คนคือ เกาส์ ออยเลอร์ และ นิวตัน โดยเกาส์ทำคุกกี้ 40% ของจำนวนทั้งหมดในแต่ละวัน และลืมใส่เม็ดอัลมอนด์บนคุกกี้ 1 ใน 100 ชิ้น ออยเลอร์ 35% ของจำนวนทั้งหมดในแต่ละวัน และลืมใส่เม็ดอัลมอนด์บนคุกกี้ 1 ใน 80 ชิ้น นิวตันทำคุกกี้ที่เหลือและลืมใส่เม็ดอัลมอนด์บนคุกกี้ 1 ใน 50 ชิ้น

   (ก) **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่จะลืมใส่เม็ดอัลมอนด์บนคุกกี้

   (ข) **(5 คะแนน)** สมมติมีลูกค้าคนหนึ่งซื้อคุกกี้ไปหนึ่งชิ้นกลับมาต่อว่าร้านไม่ยอมใส่เม็ดอัลมอนด์บนคุกกี้ จงหาความน่าจะเป็นคุกกี้ชิ้นนั้นจะทำโดยนิวตัน

6. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องที่มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และ f เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็น แสดงได้ดังตาราง

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	$\frac{1}{k}$	$\frac{2}{k}$	$\frac{3}{k}$	$\frac{1}{k-18}$	$\frac{1}{k}$	$\frac{2}{k}$	$\frac{1}{k}$

จงหา

(1) k (2) $F(x)$ (3) $P(X > 4)$

(ข) **(5 คะแนน)** ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{a}{2} & \text{เมื่อ } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$

จงหา

(1) a (2) $P(X < 1)$ (3) $E(X)$

7. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีดำ 5 ลูก สีแดง 4 ลูก สีเขียว 3 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และสีขาว 5 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 3 ลูกพร้อมกัน
ให้ X คือจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้ และ Y คือจำนวนลูกบอลสีเขียวที่หยิบได้

(1) จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของตัวแปรสุ่ม X และ Y

(2) จงหา $P(X+Y>1)$

(ข) **(5 คะแนน)** ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}xy & \text{เมื่อ } 0<x<a \text{ และ } 0<y<1\\ 0 & \text{เมื่อ } x,y \text{ มีค่าอื่น ๆ}\end{cases}$$

จงหา

(1) a

(2) $P(X>0.5a,\, Y<a)$

8. **(10 คะแนน)** ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของบริษัทแห่งหนึ่งเชื่อว่าผู้ที่สมัครงานที่เคยมีประสบการณ์การทำงานมาหลาย ๆ ที่จะมีโอกาสลาออกมากกว่าผู้สมัครที่มีประสบการณ์น้อยกว่า จึงเก็บข้อมูลพนักงานในบริษัทที่ทำงานไม่เกิน 4 ปี แสดงดังตาราง

จำนวนปีที่ทำงานก่อนลาออก (Y)	จำนวนงานที่เคยทำมาก่อน (X)				รวม (คน)
	1	2	3	4	
1	3	6	8	12	29
2	5	7	8	7	27
3	5	8	6	2	21
4	7	9	5	2	23
รวม (คน)	20	30	27	23	100

(ก) **(2 คะแนน)** จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมทั้งหามาร์จินัลของ X และ Y

(ข) **(2 คะแนน)** จงหาโอกาสที่พนักงานลาออกในปีที่ 3

(ค) **(2 คะแนน)** จงหาโอกาสที่พนักงานคนหนึ่งเคยทำงานมาแล้ว 2 งาน โดยที่เขาจะลาออกในปีที่ 4

(ง) **(2 คะแนน)** จงหาจำนวนปีที่ทำงานโดยเฉลี่ยก่อนลาออก

(จ) **(2 คะแนน)** จำนวนงานที่เคยมาก่อนและจำนวนปีที่ทำงานก่อนลาออกเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

9. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** จากการทดสอบยารักษาโรคที่เกิดจากเชื้อโควิด–19 ชนิด A โอกาสที่ผู้ป่วยหายจากอาการป่วย เท่ากับ 75%

(1) ถ้าโรงพยาบาลแห่งหนึ่งใช้ยาชนิด A ในการรักษาผู้ป่วยที่ติดเชื้อโควิด–19 จำนวน 15 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยที่รับยาชนิดนี้จะหายจากอาการป่วยไม่เกิน 10 คน

(2) ถ้าความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยที่ติดเชื้อโควิด–19 จะหายจากอาการป่วยมากกว่าครึ่งหนึ่งที่มารับการรักษาโดยใช้ยาชนิด A เท่ากับ 0.9219 จงหาจำนวนผู้ป่วยทั้งหมดที่เข้ามารักษาในครั้งนี้

(ข) **(3 คะแนน)** สถิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในการท่องสูตรคูณแม่ 7 ได้อย่างถูกต้อง คือ 8 ใน 10 คน ถ้าครูบรรจุใหม่คนหนึ่งต้องการจะทดสอบโดยการให้นักเรียนท่องสูตรคูณแม่ 7 และหยุดทดสอบเมื่อพบนักเรียนที่ท่องสูตรคูณแม่ 7 ได้ไม่ถูกต้อง จงหาความน่าจะเป็นที่ครูคนนี้จะทดสอบนักเรียนเพียง 10 คนเท่านั้น

10. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 12 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
เหรียญทั้งสองขึ้นหน้าต่างกัน จำนวน 4 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัว จำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อย จำนวน 3 ครั้ง
นอกเหนือกว่าที่กล่าวมา จำนวน 2 ครั้ง

(ข) **(5 คะแนน)** จงพิสูจน์ว่าค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปัวส์ซอง $p(x;\mu)$ เท่ากับ μ

กำหนดให้ $e^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \cdots$ เมื่อ $t \in \mathbb{R}$

ข้อสอบกลางภาค วิชาความน่าจะเป็นและสถิติ : SET B

วิชา ความน่าจะเป็นและสถิติ MAC1304 **คะแนน** 100 คะแนน
เวลาสอบ 13:00 – 16:00 วันศุกร์ ที่ 22 มกราคม 2563 **ปีการศึกษา** 2/2563
ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

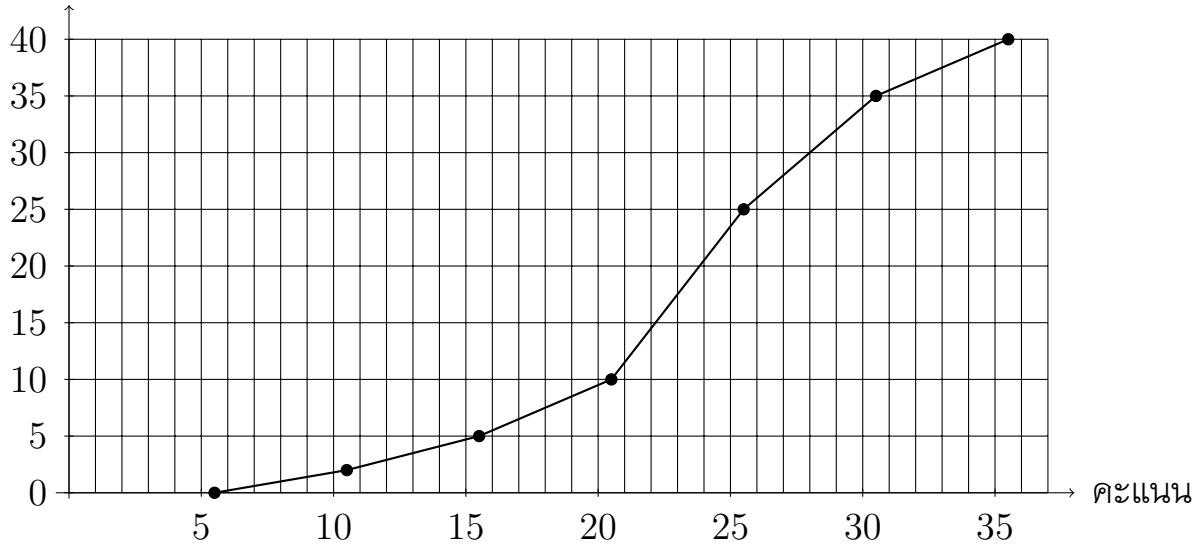
1. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** อายุของคนในชุมชนแห่งหนึ่ง แสดงด้วยแผนภาพต้น–ใบ ดังนี้

1	3 3 5 9
2	0 1 2 3 4 5 5 6 6 7 8 9
3	0 1 3 5 8 9
4	0 1 2 3 9
5	3

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม** และ**รูปหลายเหลี่ยมความถี่**

(ข) **(3 คะแนน)** ข้อมูลคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง แสดงด้วย**เส้นโค้งโอจีพ**ดังนี้



จงหา**ช่วงคะแนนที่มีจำนวนคนสูงสุด (ความถี่สูงสุด)**
และจง**ประมาณคะแนนของคนลำดับที่** 10 เมื่อเรียงคะแนนจาก**มากไปน้อย**

2. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** ให้ประชากรคือจำนวนเต็มบวกสี่หลักที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน โดยสร้างจาก 1, 2, 3 และ 4 จงหา**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**และ**ค่ามัธยฐาน**ของประชากรชุดนี้

(ข) **(5 คะแนน)** ถ้าเดไซล์ที่ 4 และ 8 ของข้อมูลต่อไปนี้ เท่ากับ 15.5 และ 25.5 ตามลำดับ

คะแนน	ความถี่ (คน)
$6-10$	x
$11-15$	11
$16-20$	4
$21-25$	y
$26-30$	8

จงหา**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**ของข้อมูลนี้

3. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** ข้อมูลประชากร**เรียงจากน้อยไปมาก**ดังนี้

$$1, 2, 2, 3, 5, a, 9, 12, 13, 15$$

เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้า**ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย**เท่ากับ 4.4
จงหา**ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน**ของประชากรชุดนี้

(ข) **(3 คะแนน)** ข้อมูลเชิงปริมาณแบบประชากรชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าคนส่วนใหญ่ (99%) อยู่ห่างจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยระยะห่าง**ไม่เกินสามเท่า**ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
จง**ประมาณค่าพิสัยด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** สำหรับข้อมูลชุดนี้

4. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

   (ก) **(5 คะแนน)** จำนวนคู่อันดับทั้งหมดที่สอดคล้องเงื่อนไข

   $$0 < b - a \leq 7$$

   เท่ากับ 714 คู่ เมื่อ a, b เป็นสมาชิก $\{1, 2, 3, ..., k\}$ จงหา $\boldsymbol{k}$

   (ข) **(5 คะแนน)** สุ่มจำนวนเต็มตั้งแต่ 6 ถึง 20 มา 4 จำนวน จงหา**ความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว**

5. **(10 คะแนน)** ร้าน Math Coffee มีพนักงานประจำร้าน 3 คนคือ เกาส์ ออยเลอร์ และ นิวตัน โดยเกาส์ทำเครื่องดื่ม 30% ของจำนวนทั้งหมดในแต่ละวัน และลืมปิดฝาเครื่องดื่มให้ลูกค้า 1 ใน 50 ครั้ง ออยเลอร์ 50% ของจำนวนทั้งหมดในแต่ละวัน และลืมปิดฝาเครื่องดื่มให้ลูกค้า 1 ใน 40 ครั้ง นิวตันทำเครื่องดื่มที่เหลือและลืมปิดฝาเครื่องดื่มให้ลูกค้า 1 ใน 20 ครั้ง

   (ก) **(5 คะแนน)** จงหาความน่าจะเป็นที่จะลืมปิดฝาเครื่องดื่มให้ลูกค้า

   (ข) **(5 คะแนน)** สมมติมีลูกค้าคนหนึ่งมาต่อว่าร้านไม่ยอมปิดฝาเครื่องดื่ม จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องดื่มแก้วนั้นจะทำโดยออยเลอร์

6. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีดำ 5 ลูก สีแดง 4 ลูก สีเขียว 3 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และสีขาว 5 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 4 ลูกพร้อมกัน ให้ X คือจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้

(1) จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

(2) จงหา $P(X < 3)$

(3) จงหา $E(X)$

(ข) **(5 คะแนน)** ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{a}{x^3} & \text{เมื่อ } x > 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$

จงหา

(1) a (2) $P(X \geq 10)$ (3) $P(0 < X < 5)$

7. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีดำ 3 ลูก สีแดง 4 ลูก สีเขียว 5 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และสีขาว 5 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 3 ลูกพร้อมกัน
ให้ X คือจำนวนลูกบอลสีดำที่หยิบได้ และ Y คือจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้

(1) จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของตัวแปรสุ่ม X และ Y

(2) จงหา $P(X+Y<2)$

(ข) **(5 คะแนน)** ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}xy & \text{เมื่อ } 0<x<2 \text{ และ } 0<y<a\\ 0 & \text{เมื่อ } x,y \text{ มีค่าอื่น ๆ}\end{cases}$$

จงหา

(1) a

(2) $E(X)$

8. **(10 คะแนน)** ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของบริษัทแห่งหนึ่งเชื่อว่าผู้ที่สมัครงานที่เคยมีประสบการณ์การทำงานมาหลาย ๆ ที่จะมีโอกาสลาออกมากกว่าผู้สมัครที่มีประสบการณ์น้อยกว่า จึงเก็บข้อมูลพนักงานในบริษัทที่ทำงานไม่เกิน 4 ปี แสดงดังตาราง

จำนวนปีที่ทำงานก่อนลาออก (Y)	จำนวนงานที่เคยทำมาก่อน (X)				รวม (คน)
	1	2	3	4	
1	4	9	9	12	34
2	5	8	8	7	28
3	5	7	6	2	20
4	7	6	4	1	18
รวม (คน)	21	30	27	22	100

(ก) **(2 คะแนน)** จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมทั้งหามาร์จินัลของ X และ Y

(ข) **(2 คะแนน)** จงหาโอกาสที่พนักงานเคยทำงานมาเพียงงานเดียว

(ค) **(2 คะแนน)** จงหาโอกาสที่พนักกงานคนหนึ่งจะลาออกในปีที่ 3 โดยที่เขาเคยทำงานมาก่อนแล้ว 1 งาน

(ง) **(2 คะแนน)** จงหาจำนวนงานที่เคยทำมาก่อนโดยเฉลี่ย

(จ) **(2 คะแนน)** จำนวนงานที่เคยมาก่อนและจำนวนปีที่ทำงานก่อนลาออกเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

9. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(7 คะแนน)** จากการเก็บสถิตินักศึกษาที่ได้เกรด A ในวิชาความน่าจะเป็นและสถิติมีเพียง 5%

(1) ถ้าสุ่มนักศึกษาที่เคยเรียนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติมา 20 คน จงหาความน่าจะเป็นนักศึกษาจะได้เกรด A ไม่เกิน 2 คน

(2) ถ้าสุ่มนักศึกษาที่เคยเรียนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติมา n คน และความน่าจะเป็นที่นักศึกษาได้เกรด A เกินครึ่งเท่ากับ 0.00009 จงหา n

(ข) **(3 คะแนน)** จากการสำรวจนักศึกษาพบว่าก่อนสอบมีนักศึกษาที่ไม่อ่านหนังสือก่อนเข้าสอบคิดเป็น 10% อาจารย์บรรจุใหม่ท่านหนึ่งต้องการทดสอบคำพูดดังกล่าวจึงสุ่มถามนักศึกษาที่ละคน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาไม่อ่านหนังสือก่อนเข้าสอบเป็นคนที่ 4 จากการสอบถามคนที่ 8

10. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) **(5 คะแนน)** สุ่มนักศึกษาจำนวน 3 คน จากนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์รหัส ๖๓ ที่มีนักศึกษาชาย 22 คน และนักศึกษาหญิง 46 คน ให้ X คือจำนวนนักศึกษาชายที่สุ่มได้ จงสร้างฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ X และหาความแปรปรวนของ X

(ข) **(5 คะแนน)** จงพิสูจน์ว่าค่าเฉลี่ยของการแจกแจงปัวส์ซอง $p(x;\mu)$ เท่ากับ μ

กำหนดให้ $e^t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \cdots$ เมื่อ $t \in \mathbb{R}$