



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร  
คณะครุศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์  
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

รหัสวิชา MED1402	ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันอังคารที่ 22 มีนาคม 2558	คะแนนเต็ม 100 คะแนน 40%
---------------------	----------------------------------	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 13 หน้า จำนวน 13 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	รวม
คะแนน														

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 12 คะแนน)

1.1 จงหาขีดจำกัดของ  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{x - 1}$  \_\_\_\_\_

1.2 จงหาขีดจำกัดของ  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3} - 1}{x+2}$  \_\_\_\_\_

1.3 จงหาขีดจำกัดของ  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x \cos x}$  \_\_\_\_\_

1.4 จงหาขีดจำกัดของ  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 + x - 1}{x^3 - x + 1}$  \_\_\_\_\_

1.5 กำหนดให้  $f(x) = 1 - x^2$  จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยบนช่วง  $[-5, -3]$  \_\_\_\_\_

1.6 กำหนดให้  $y = x^2 + 2x$  และ  $x = 1 - t^2$  จงหา  $\frac{dy}{dt}$  เมื่อ  $t = 1$  \_\_\_\_\_

1.7 กำหนดให้  $f(x) = x \sin x + \cos^2 x - e^{2x}$  จงหา  $f'(0)$  \_\_\_\_\_

1.8 กำหนดให้  $x^2 + y^3 = xy + \sqrt{x}$  จงหา  $\frac{dy}{dx}$  ที่จุด  $(1, 1)$  \_\_\_\_\_

1.9 จงหาจุดวิกฤตของฟังก์ชัน  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + \sqrt{2}$  \_\_\_\_\_

1.10 จงหาจุดเปลี่ยนเว้าของฟังก์ชัน  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + 12x + 5$  \_\_\_\_\_

1.11 จงหาสมการของเส้นกำกับแนวตั้งของ  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 6}$  \_\_\_\_\_

1.12 จงหาสมการของเส้นกำกับแนวนอนของ  $f(x) = \frac{x(1 - 2x)}{x^2 + 1}$  \_\_\_\_\_

ข้อ 2 ถึง 13 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงหาขีดจำกัดต่อไปนี้ (โดยไม่ใช้กฎของโลปีตาล) (ข้อละ 2.5 คะแนน รวม 10 คะแนน)

$$2.1 \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + x^2 - x}{x^2 - 1}$$

$$2.3 \lim_{x \rightarrow 0} \cos^2 x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$2.2 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - x - 1}{x^2 - 4}$$

$$2.4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{x^2}$$

3. จงหาลิมิตต่อไปนี้ ถ้าลิมิตมีค่าเป็นอนันต์ต้องแสดงวิธีทำตามทฤษฎี (โดยไม่ใช้กฎของโลบิตาล)  
(ข้อละ 3 คะแนนรวม 9 คะแนน)

$$3.1 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(2x+1)^2 - 1}{x(x^2+1)^2}$$

$$3.2 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4+1} + x^2 - 3}{2x^2 + x + 1}$$

$$3.3 \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} + 1}{\sqrt{(1-x)^2}}$$

4. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - x & \text{เมื่อ } x < -1 \\ 2x + 5 & \text{เมื่อ } -1 \leq x \leq 2 \\ bx + 7 & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$  ต่อเนื่องที่บนจำนวนจริง จงหา

4.1  $a$  และ  $b$  (3 คะแนน)

4.3  $f(af(bf(a)))$  (2 คะแนน)

4.2  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  (2 คะแนน)

4.4  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{f(x)} + \sqrt{2}x$  (3 คะแนน)

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

5.1 กำหนดให้  $f(x) = \cos x$  จงแสดงว่า  $f'(x) = -\sin x$  โดยใช้ นิยามของอนุพันธ์

5.2 ให้  $y = x^3 - x^2 + x$ ,  $x = \frac{1}{t^2}$  และ  $t = se^s + 1$  จงหาค่าของ  $\frac{dy}{ds}$  เมื่อ  $s = 0$

5.3 ให้  $y = f(\sqrt{1-x})$  ถ้า  $\frac{dy}{dx} = 2$  ขณะที่  $x = -3$  จงหา  $f'(2)$

6. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  (ข้อละ 2 คะแนน รวม 6 คะแนน)

$$6.1 \quad y = 2x^2 + x\sqrt{1-x} + \frac{1}{(x^2+1)^2} + \cos(\sin x)$$

$$6.2 \quad y = \ln(\arctan x) + \tan x \sec x + e^{-\cos x}$$

$$6.3 \quad y = \sin^2 x^2 + \frac{\ln x}{x} - \sqrt{x} \sec x - \arctan x^2$$

7. จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยใช้การแทนค่า  $\ln$  (ข้อละ 2 คะแนน รวม 6 คะแนน)

7.1  $y = (\cos x)^{\tan^2 x}$

7.2  $y = \frac{(x^2 + 1)^5 (e^x + 1)^7 (\cos x)^3 (\tan x)^9}{(\ln x)^4 (\arctan x)^5}$



8. พิจารณาสมการ  $x^3 + y^2 = y + e^{xy} + \sin x$  (ข้อละ 2 คะแนน รวม 6 คะแนน)

8.1 จงหา  $\frac{dy}{dx}$  ในรูป  $x$  และ  $y$

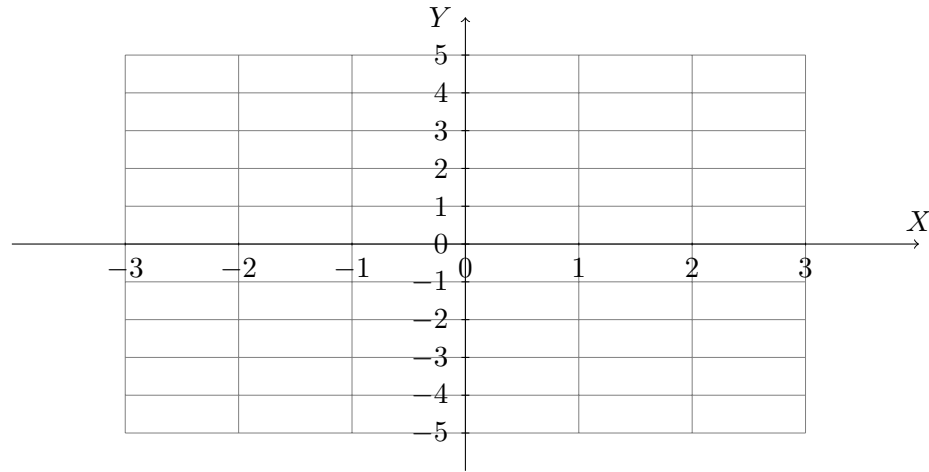
8.2 จงหา  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ในรูป  $x, y$  และ  $y'$

8.3 จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นโค้งของกราฟนี้ที่จุด  $(0, 1)$

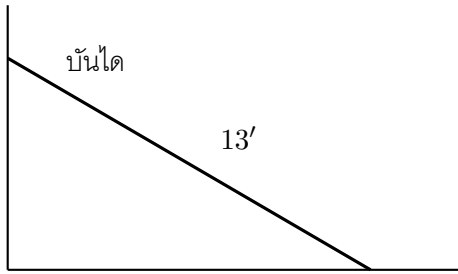
9. จงประมาณค่าของ  $\sqrt{1.001} + \frac{1}{\sqrt[3]{1.001}}$  โดยใช้ผลต่างอนุพัทธ์ (5 คะแนน)

10. โรงเรียนแห่งหนึ่งนำนักเรียนไปทัศนศึกษา โรงเรียนเก็บเงินนักเรียนคนละ 150 บาท ถ้ามีนักเรียนไม่เกิน 150 คน แต่ถ้านักเรียนไปเกิน 150 คนจะเก็บลดลง 50 สตางค์คุณด้วยจำนวนคนที่เกินจากจำนวน 150 คน นักเรียนควรไปทัศนศึกษากี่คนจึงจะทำให้โรงเรียนเก็บเงินได้มากที่สุด (5 คะแนน)

11. จงวิเคราะห์และร่างกราฟ  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  (10 คะแนน)



12. บันไดยาว 13 ฟุต วางพิงกำแพงไว้ ถ้าฐานบันไดกำลังเลื่อนออกจากกำแพงด้วยอัตราเร็ว 0.1 ฟุตต่อวินาที ขณะที่ยอดอยู่สูงจากพื้น 12 ฟุต จงหา (ข้อละ 3 คะแนน รวม 6 คะแนน)



- 12.1 จงหาว่าปลายบนของบันไดเลื่อนลงด้วยอัตราเร็วเท่าใด  
12.2 จงหาอัตราเร็วของมุมที่บันไดทำกับพื้นดิน

13. จงหาลิมิตต่อไปนี้โดยใช้กฎของโลบิตาล (ข้อละ 3 คะแนน รวม 12 คะแนน)

$$13.1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{\sin x - x}$$

$$13.3 \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$$

$$13.2 \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan x \ln(\sin x)$$

$$13.4 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^x$$