



มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

รหัสวิชา MED1403	ชื่อวิชา แคลคูลัส 2 สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 - 12:00 วันศุกร์ที่ 18 มีนาคม 2558	คะแนนเต็ม 100 คะแนน 30%
---------------------	----------------------------------	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 14 หน้า จำนวน 13 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	รวม
คะแนน														

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 กำหนดให้ $\vec{u} = \langle 1, -2, 3 \rangle$ และ $\vec{v} = \langle 2, -1, 1 \rangle$ จงหา $\|\vec{u} - 2\vec{v}\|^2$ _____

1.2 จงหา $\cos(\hat{ABC})$ เมื่อกำหนดให้ $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 3, 1)$ และ $C(0, 2, 4)$ _____

1.3 จงหาระยะทางจากจุดกำเนิดไปยังเส้นตรง $x = y = 1 - z$ _____

1.4 ถ้า $P(a, b, -5)$, $Q(1, 2, -1)$ และ $R(4, -1, 3)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จงหาค่า $a + b$ _____

1.5 จงหาระยะทางระหว่างระนาบ $x + y - z = 3$ และ $2x + 2y - 2z = 1$ _____

1.6 จงหาเวกเตอร์แนวฉาก (normal vector) ของระนาบที่ขนานกับเส้นตรง $1 - x = y = z$ และผ่านจุด $(0, 1, 0)$ และ $(1, 2, -1)$ _____

1.7 ให้ $\vec{F}(t) = \langle e^t, t, e^{-t} \rangle$ จงหา $(\vec{F}'' \cdot \vec{F}')(0)$ _____

1.8 ให้ $\vec{F}(t) = \langle t, 1, t \rangle$ จงหาค่าของ $\int_{-1}^1 |(\vec{F} \cdot \vec{F}') (t)| dt$ _____

1.9 ให้สมการการเคลื่อนที่คือ $\vec{r}(t) = \langle t + \frac{1}{t}, t - \frac{1}{t} \rangle$ จงหาอัตราเร่งขณะเวลา $t = 1$ _____

1.10 จงหาลิมิตของ $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^3 - y^3}{x - y}$ _____

ข้อ 2 ถึง 13 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. ให้ $\vec{u} = \langle -6, 0, 3 \rangle$ และ $\vec{v} = \langle a, 1, -2 \rangle$ ถ้า $\vec{w} = \langle 1, 2, b \rangle$ ตั้งฉากกับเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} (ข้อละ 2 คะแนน รวม 8 คะแนน)

2.1 จงหาค่าของ ab

2.2 ถ้า θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{u} + \vec{w}$ และ $\vec{u} - \vec{w}$ จงหา $\cos \theta$

2.3 จงหาภาพฉายเวกเตอร์ (vector projection) ของ $\vec{u} + \vec{v}$ บน $\vec{u} - \vec{v}$

2.4 จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านประชิดเป็น \vec{u} และ \vec{v}

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

3.1 จงหาสมการอิงตัวแปรเสริม (parametric equation) และสมการสมมาตร (symmetric equation) ของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3, 1)$ และ $(-1, 2, -3)$

3.2 ให้ O เป็นจุดกำเนิดในปริภูมิสามมิติ และ P เป็นจุดตัดของเส้นตรง $x - 1 = \frac{y-2}{3} = 5 - z$ และ $2 - x = \frac{y-5}{2} = 4 - z$ จงหา $\|\overline{OP}\|^2$

3.3 จงตรวจสอบว่าเส้นตรง $L_1 : \frac{x-1}{2} = y - 2 = \frac{z}{3}$ และ $L_2 : x = 1 + t, y = 2t - 1, z = 3 - t$ เป็นเส้นไขว้ต่างระนาบ (skew line) กันหรือไม่

4. กำหนดให้ $B(8, 2, 5)$ และเส้นตรง $L_1 : x = 2 + 2t, y = 1 - 3t, z = t$ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

4.1 จงหาระยะทางจากจุด B ไปยังเส้นตรง L_1

4.2 จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด B และตัดตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 (ตัดที่จุดเชิงตั้งฉาก)

4.3 จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง L_1 กับเส้นตรง $L_2 : x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 8 คะแนน)

5.1 จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $A(1, 2, -4)$, $B(-1, 1, 3)$ และ $C(2, -3, 1)$

5.2 จงหาสมการระนาบที่ขนานกับเส้นตรง $L : x - 2 = \frac{y-1}{2} = \frac{1-z}{2}$ และผ่านจุด $P(1, 1, 1)$ และ $Q(2, -1, 2)$

5.3 จงหาระยะทางระหว่างจุด $B(7, -1, 3)$ ไปยังระนาบ $M_1 : 2x + 2y - z = 5$

5.4 จงหาสมการระนาบที่ห่างจากระนาบ $M_2 : 4x + 2y - 4z = 5$ เป็นระยะ 5 หน่วย

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 6 คะแนน)

6.1 จงหาสมการเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบ $M_1 : 3x - y + z = 3$ และ $M_2 : x - 2y - 2z = 4$

6.2 จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $P(-1, 0, 3)$ และขนานกับเส้นตรง L_1 และ L_2 ที่มีสมการดังนี้

$$L_1 : x + 2 = y - 1 = \frac{z-2}{3} \quad \text{และ} \quad L_2 : x = 1 - t, y = -2 + 2t, z = 3t - 2$$

6.3 จงหาสมการระนาบที่ผ่านจุด $A(1, 2, 3)$ และ $B(2, 1, 3)$ และตั้งฉากกับระนาบ $M : x + y - 3z = 5$

7. กำหนดให้ $\vec{F}(t) = \langle e^t, e^{-t}, t \rangle$ จงหาค่าต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

7.1 $(\vec{F} \times \vec{F}')(0)$

7.2 $\int_0^{\ln 2} (\vec{F} \cdot \vec{F}'')(t) dt$

7.3 $(\vec{F} \cdot \vec{F}' \times \vec{F}'')(t)$

8. ให้สมการความเร็วของการเคลื่อนที่คือ $\vec{V}(t) = \langle e^t, e^{-t}, \cos t \rangle$ เมตรต่อวินาที (ข้อละ 2 คะแนน รวม 4 คะแนน)

8.1 จงหาสมการการเคลื่อนที่ $\vec{r}(t)$ ถ้ากำหนดให้ $\vec{r}(0) = \langle 2, 1, 0 \rangle$

8.2 จงหาอัตราเร่งขณะเริ่มต้น หรือที่เวลา $t = 0$ วินาที

9. กำหนดให้ $\vec{r}(t) = \langle \cos(e^t), \sin(e^t), e^t \rangle$ จงหาเวกเตอร์ต่อไปนี้ขณะ $t = \ln(\frac{\pi}{4})$ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

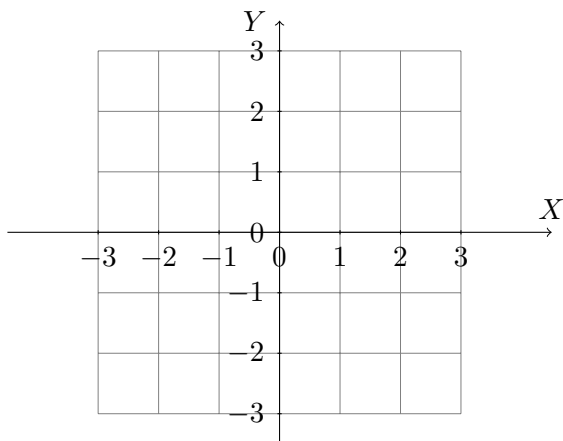
9.1 จงหาเวกเตอร์สัมผัสหน่วย (unit tangent vector) หรือ $\vec{T}(\ln(\frac{\pi}{4}))$

9.2 จงหาเวกเตอร์แนวฉากหน่วย (unit normal vector) หรือ $\vec{N}(\ln(\frac{\pi}{4}))$

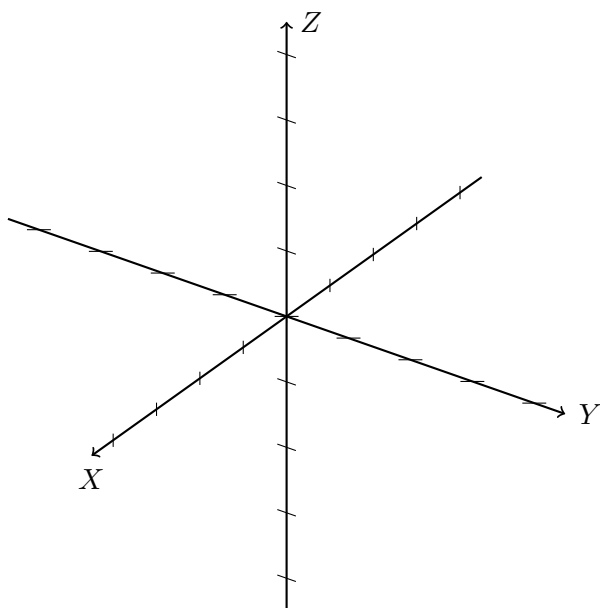
9.3 จงหาเวกเตอร์ (binormal vector) หรือ $\vec{B}(\ln(\frac{\pi}{4}))$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 6 คะแนน)

10.1 จงหาโดเมนและวาดกราฟแสดงโดเมนของฟังก์ชัน $f(x, y) = \frac{\ln(y^2 - x^2)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$



10.2 จงหาเรนจ์พร้อมวาดกราฟแสดงเรนจ์ของฟังก์ชัน $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$



11. จงหาลิมิตต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน รวม 9 คะแนน)

$$11.1 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy + x^2y}{xy + xy^2}$$

$$11.2 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{xe^x + xy}{xe^x - x^2}$$

$$11.3 \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - y^2 + x - y}{x^2 - y^2 + 2x - 2y}$$

12. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนน รวม 8 คะแนน)

12.1 จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$

12.2 จงแสดงว่า $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^4}{x^3 + y^6}$ ไม่มีค่า

13. จงหาคำตอบต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนน รวม 8 คะแนน)

13.1 จงพิจารณาว่า $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+xy+y^2} & \text{เมื่อ } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{เมื่อ } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ต่อเนื่องที่จุด $(0, 0)$ หรือไม่

13.2 จงหาลิมิตของ $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$