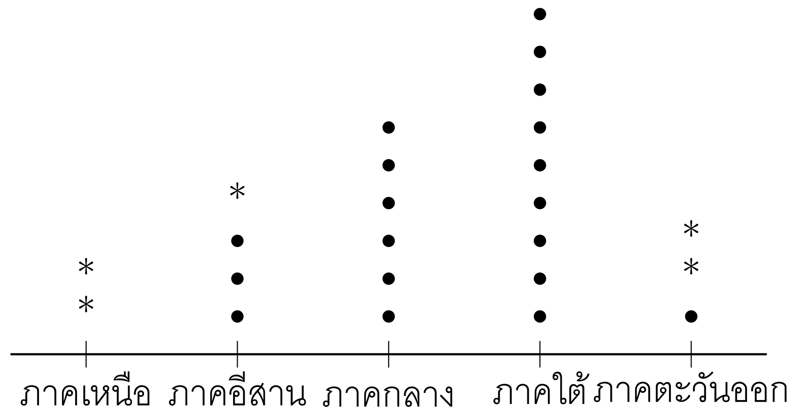
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

ชื่อวิชา	ความน่าจะเป็นและสถิติ
รหัสวิชา	MAC1304
วันเวลาสอบ	วันเสาร์ที่ 5 กุมภาพันธ์ 2565 เวลา 8:30 - 12:30
สถานที่สอบ	ห้องเรียนออนไลน์ (โปรแกรม Zoom)
ผู้สอน	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย
คะแนน	105 คะแนน คิดเป็น 25%

- **ข้อ 1-15** แบบเติมคำตอบ/ตัวเลือก ข้อละ 1 คะแนน (รวม 15 คะแนน)
- **ข้อ 16-24** แบบแสดงวิธีทำ ข้อละ 10 คะแนน (รวม 90 คะแนน)

1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**
    a. สถิติมีรากศัพท์ภาษาอังฤษมาจากคำว่า State ที่แปลว่า รัฐ
    b. สถิติช่วยให้เราเตรียมพร้อมกับสถาณการณ์ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นได้
    c. "หมอกระต่ายเสียชีวิตจากการข้ามทางม้าลาย" นี้ถือเป็นข้อมูลทางสถิติ
    d. "$10^2 = 100$" เป็นข้อมูลทางสถิติ
    e. สถิติหมายถึงตัวเลขหรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
2. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**
    a. "วันนี้มีจำนวนผู้ติดเชื้อโควิด19 มากกว่า 10,000 คน" ข้อมูลนี้เป็นสารสนเทศ
    b. "ศูนย์ข้อมูลอุบัติเหตุThaiRSC รายงานจำนวนการเกิดอุบัติทางถนนปี 2565 สะสมถึงวันที่ 29 มกราคม 2565 มีจำนวน 1239 ราย" ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ
    c. ข้อมูลบ้านเลขที่ของผู่อยู่อาศัยย่านสีลม เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ
    d. จำนวนผู้ป่าวยที่มาเข้ารับการรักษาโควิด19 ที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง เป็นข้อมูลแบบไม่ต่อเนื่อง
    e. รหัส ATM ของลูกค้าของธนาคาร เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
3. ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**
    a. ประชากรในทางสถิติหมายถึงสิ่งมีชีวิตเท่านั้น
    b. การเก็บรวบรวมข้อมูลบางหน่วยประชากร เรียกว่าการทำสำมะโน
    c. การสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในชั้นเรียน เป็นการสำรวจทางสถิติ A
    d. การนำเสนอข้อมูลโดยแผนภาพต้นไม้ เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงอนุมาน
    e. การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงพรรณา

4. จำนวนนักเรียนที่สมัคร TCAS รอบ 1 ของสาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามภาคดังแสดงเป็นแผนภาพจุด



โดย ● แทนจำนวน 25 คน และ $*$ แทนจำนวน 5 คน

จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่สมัครครั้งนี้

5. จากข้อ 4

   5.1 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคใต้สูงกว่าภาคกลางคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

   5.2 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคกลางสูงกว่าภาคเหนือคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

   5.3 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคอีสานสูงกว่าภาคตะวันออกคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

   5.4 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคกลางสูงกว่าภาคตะวันออกคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

ข้อ 6

1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 13$$

2. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 8$$

3. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$8+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 13$$

4. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 16+4a,\ 18$$

ข้อ 7

1. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่ามัธยาฐานเท่ากับ 15 จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, ..., 2x_{10} + 3$$

2. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่ามัธยาฐานเท่ากับ 16 จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, ..., 2x_{10} + 3$$

3. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่าฐานนิยมเท่ากับ 17 จงหาค่าฐานนิยมของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, ..., 2x_{10} + 3$$

4. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่าฐานนิยมเท่ากับ 18 จงหาค่าฐานนิยมของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, ..., 2x_{10} + 3$$

ข้อ 8

1. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2565}$ กำหนดให้ข้อมูลขุด Y คือ

$$y_i = 2022 - 3x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2565$$

ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด Y เท่ากับ 12 จงหาความแปรปรวนของชุด X

2. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2565}$ กำหนดให้ข้อมูลขุด Y คือ

$$y_i = 2022 - 4x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2565$$

ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด Y เท่ากับ 12 จงหาความแปรปรวนของชุด X

3. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2022}$ กำหนดให้ข้อมูลขุด Y คือ

$$y_i = 2565 - 3x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2022$$

ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลของชุด Y เท่ากับ 144 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X

4. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2022}$ กำหนดให้ข้อมูลขุด Y คือ

$$y_i = 2565 - 4x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2022$$

ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลของชุด Y เท่ากับ 144 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X

ข้อ 9

1. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 11$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 15 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

2. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 10$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 15 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

3. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 11$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 16 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

4. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 13$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 16 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

ข้อ 10

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X+1)=16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X
2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X-2)=16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X
3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X+4)=16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X
4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X-5)=16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

ข้อ 11

1. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X=3$ และ $\sigma_Y=5$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X+2Y+1}$
2. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X=2$ และ $\sigma_Y=5$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X-2Y+1}$
3. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X=3$ และ $\sigma_Y=4$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X+2Y-2}$
4. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X=3$ และ $\sigma_Y=7$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X-2Y+5}$

ข้อ 12

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X=1,3,4,6,7$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X=1,3,5,7,8$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X=2,3,4,6,8$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X=2,4,5,6,7$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

ข้อ 13

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{4}{25}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด
2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{6}{25}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด
3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{3}{16}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด
4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{21}{100}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด

ข้อ 14

1. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 1% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10
2. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 2% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10
3. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 2% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 15
4. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 1% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 15

ข้อ 15

1. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 จงหา $P(X > 5)$
2. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 จงหา $P(X < 10)$
3. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4 จงหา $P(X > 15)$
4. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จงหา $P(X < 30)$

ข้อ 16

1. (10 **คะแนน**) คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัสของนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ แสดงด้วยแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

$$\begin{array}{r|l}
1 & 0\ 5\ 5\ 7\ 8\ 8 \\
2 & 0\ 0\ 2\ 3\ 4\ 5\ 8\ 9 \\
3 & 0\ 1\ 1\ 2\ 3\ 5\ 5\ 6\ 7\ 8\ 8\ 9 \\
4 & 0\ 0\ 0\ 0
\end{array}$$

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**
พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่** และ**เส้นโค้งโอจีฟ**

2. (10 **คะแนน**) คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัสของนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ แสดงด้วยแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

$$\begin{array}{r|l}
1 & 0\ 5\ 5\ 7\ 8\ 8\ 9 \\
2 & 0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 8\ 9 \\
3 & 0\ 1\ 2\ 3\ 5\ 5\ 6\ 7\ 8\ 8\ 9 \\
4 & 0\ 0\ 0
\end{array}$$

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**
พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่** และ**เส้นโค้งโอจีฟ**

ข้อ 17

1. กำหนดให้ข้อมูล**กลุ่มตัวอย่าง** x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ซึ่งเป็นจำนวนบวก โดยที่ $\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 214$ และ $\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 34$ เมื่อ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่างกลุ่มนี้
ถ้ากลุ่มตัวอย่างใหม่ 5 จำนวนคือ

$$x_1 + 2x_2,\ x_2 + 2x_3,\ x_3 + 2x_4,\ x_4 + 2x_5,\ x_5 + 2x_1$$

มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 16 จงหา**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**ของข้อมูล

$$x_1x_2,\ x_2x_3,\ x_3x_4,\ x_4, x_5,\ x_5x_1$$

ข้อ 18

18.1 ข้อมูลประชากรชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากดังนี้ $1, 4, x, y, 9, 10$ ถ้ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $\frac{8}{3}$ จงหาสัมประสิทธิ์ความแปรผันของประชากรนี้

18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$10,\ 33,\ 35,\ 36,\ 38,\ 40,\ 41,\ 45,\ 50$$

18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$15,\ 33,\ 35,\ 36,\ 39,\ 40,\ 41,\ 45,\ 49$$

18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$16,\ 33,\ 35,\ 36,\ 37,\ 40,\ 41,\ 45,\ 48$$

18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$17,\ 33,\ 35,\ 36,\ 38,\ 40,\ 41,\ 45,\ 47$$

ข้อ 19

19.1 ต้องการสร้างจำนวนห้าหลักจากเลขโดด 1, 2, 3 โดยที่แต่ละหลักซ้ำกันได้ และจำนวนห้าหลักประกอบด้วย

ตัวเลข 1 อย่างน้อย 1 หลัก **ตัวเลขที่** 2 อย่างน้อย 1 หลัก และ**ตัวเลข** 3 อย่างมาก 2 หลัก

จะมีจำนวนห้าหลักดังกล่าวได้กี่จำนวน

19.1 ต้องการสร้างจำนวนห้าหลักจากเลขโดด 1, 3, 5 โดยที่แต่ละหลักซ้ำกันได้ และจำนวนห้าหลักประกอบด้วย

ตัวเลข 1 อย่างน้อย 1 หลัก **ตัวเลขที่** 3 อย่างน้อย 1 หลัก และ**ตัวเลข** 5 อย่างมาก 2 หลัก

จะมีจำนวนห้าหลักดังกล่าวได้กี่จำนวน

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 2 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลงรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 2 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลงรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 3 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลงรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 3 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลงรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6

ข้อ 20

1. ในเทศกาลตรุษจีนเจ้าของร้านขนมเปี๊ยะจะมอบอั่งเปาให้ลูกค้าที่มาซื้อสินค้าที่ร้าน โดยให้พนักงาน 3 คนคือ ม่านฟ้า ม่านหมอก และม่านเมฆ เป็นคนจัดเตรียมซองอั่งเปาโดยใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง โดยที่ม่านฟ้าจัดซองอังเปา 20% ของจำนวนทั้งหมด โอกาสที่ม่านฟ้าจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 3 ใน 100 ซอง โอกาสที่ม่านหมอกจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 2 ใน 50 ซอง และโอกาสที่ม่านเมฆจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 1 ใน 20 ซอง โดยมีความน่าจะเป็นที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองเท่ากับ 4.1%

   20.1 จงหาม่านหมอก และม่านเมฆทำงานนี้คนละกี่เปอร์เซนต์

   20.2 สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งกลับมาต่อว่าทางร้านว่าในซองไม่มีอะไรอยู่ในนั้นเลย จงหาความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านหมอก

2. ในเทศกาลตรุษจีนเจ้าของร้านขนมเปี๊ยะจะมอบอั่งเปาให้ลูกค้าที่มาซื้อสินค้าที่ร้าน โดยให้พนักงาน 3 คนคือ ม่านฟ้า ม่านหมอก และม่านเมฆ เป็นคนจัดเตรียมซองอั่งเปาโดยใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง โดยที่ม่านฟ้าจัดซองอังเปา 20% ของจำนวนทั้งหมด โอกาสที่ม่านฟ้าจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 3 ใน 100 ซอง โอกาสที่ม่านหมอกจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 1 ใน 20 ซอง และโอกาสที่ม่านเมฆจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 7 ใน 100 ซอง โดยมีความน่าจะเป็นที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองเท่ากับ 5.2%

   20.1 จงหาม่านหมอก และม่านเมฆทำงานนี้คนละกี่เปอร์เซนต์

   20.2 สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งกลับมาต่อว่าทางร้านว่าในซองไม่มีอะไรอยู่ในนั้นเลย จงหาความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านเมฆ

ข้อ 21

21.1 **(5คะแนน)** จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 5 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

21.2 **(5คะแนน)** ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} ax^4 & \text{เมื่อ } -3 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(|X| > 2)$

21.1 **(5คะแนน)** จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 6 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

21.2 **(5คะแนน)** ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} ax^4 & \text{เมื่อ } -2 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(|X| > 1)$

21.1 **(5คะแนน)** จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 7 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

21.2 **(5คะแนน)** ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y) = \begin{cases} axy^2 & \text{เมื่อ } 0 < x < 2 \text{ และ } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x, y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(X > 1)$

ข้อ 22

ถ้าเก็บข้อมูลนักเรียนในโรงเรียนแห่วหนึ่งเพื่อศึกษาต่อระดับอุมศึกษา และจำนวนนักเรียนที่สนใจเข้าศึกษา มรภ.สวนสุนันทา (SSRU) จำนวน 400 คน และถามจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X) และจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y) ได้ดังข้อมูล

จำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y)	จำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X)				รวม
	0	1	2	3	
0	20	100	70	30	220
1	0	40	50	25	115
2	0	0	30	15	45
3	0	0	0	20	20
รวม	20	140	150	90	400

1. จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมหามาร์จินัลของ X และ Y
2. จงหาโอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา
3. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย หรือ $E(X)$
4. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU หรือ $E(Y)$
5. จงหาความแปรปรวนร่วมกันของ X และ Y หรือ Cov(X, Y)

ถ้าเก็บข้อมูลนักเรียนในโรงเรียนแห่วหนึ่งเพื่อศึกษาต่อระดับอุมศึกษา และจำนวนนักเรียนที่สนใจเข้าศึกษา มรภ.สวนสุนันทา (SSRU) จำนวน 400 คน และถามจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X) และจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y) ได้ดังข้อมูล

จำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y)	จำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X)				รวม
	0	1	2	3	
0	20	90	80	30	220
1	0	40	50	15	105
2	0	0	30	25	55
3	0	0	0	20	20
รวม	20	130	160	90	400

1. จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมหามาร์จินัลของ X และ Y
2. จงหาโอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา
3. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย หรือ $E(X)$
4. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU หรือ $E(Y)$
5. จงหาความแปรปรวนร่วมกันของ X และ Y หรือ Cov(X, Y)

ข้อ 23

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10 และความแปรปรวนเท่ากับ 8 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p) และหา $P(|X-10|<3)$

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20 และความแปรปรวนเท่ากับ 12 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p) และหา $P(|X-20|<3)$

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 16 และความแปรปรวนเท่ากับ 12 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p) และหา $P(|X-16|<3)$

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 2 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 6 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 7 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 10 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

ข้อ 24

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 4 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 1 ครั้ง

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 4 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 1 ครั้ง

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 2 ครั้ง

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 70% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 80% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 60% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

เฉลยข้อสอบกลางภาค

1. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

    a. สถิติมีรากศัพท์ภาษาอังกฤษมาจากคำว่า State ที่แปลว่า รัฐ

    b. สถิติช่วยให้เราเตรียมพร้อมกับสถานการณ์ที่คาดว่าจะเกิดขึ้นได้

    c. ”หมอกระต่ายเสียชีวิตจากการข้ามทางม้าลาย” นี้ถือเป็นข้อมูลทางสถิติ

    d. ”$10^2 = 100$” เป็นข้อมูลทางสถิติ Answer

    e. สถิติหมายถึงตัวเลขหรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

2. ข้อใดกล่าว**ไม่ถูกต้อง**

    a. ”วันนี้มีจำนวนผู้ติดเชื้อโควิด19 มากกว่า 10,000 คน” ข้อมูลนี้เป็นสารสนเทศ

    b. ”ศูนย์ข้อมูลอุบัติเหตุThaiRSC รายงานจำนวนการเกิดอุบัติทางถนนปี 2565 สะสมถึงวันที่ 29 มกราคม 2565 มีจำนวน 1239 ราย” ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ

    c. ข้อมูลบ้านเลขที่ของผู่อยู่อาศัยย่านสีลม เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ Answer

    d. จำนวนผู้ป่วยที่มาเข้ารับการรักษาโควิด19 ที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง เป็นข้อมูลแบบไม่ต่อเนื่อง

    e. รหัส ATM ของลูกค้าของธนาคาร เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ

3. ข้อใดกล่าว**ถูกต้อง**

    a. ประชากรในทางสถิติหมายถึงสิ่งมีชีวิตเท่านั้น

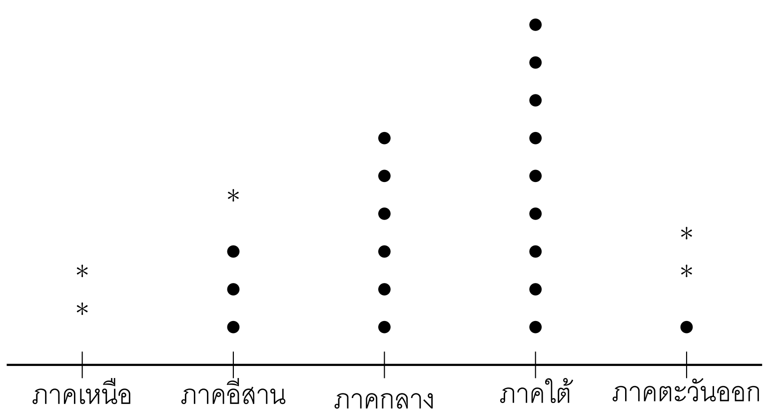
    b. การเก็บรวบรวมข้อมูลบางหน่วยประชากร เรียกว่าการทำสำมะโน

    c. การสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในชั้นเรียน เป็นการสำรวจทางสถิติ Answer

    d. การนำเสนอข้อมูลโดยแผนภาพต้นไม้ เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงอนุมาน

    e. การวิเคราะห์ความแปรปรวน เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงพรรณา

4. จำนวนนักเรียนที่สมัคร TCAS รอบ 1 ของสาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามภาคดังแสดงเป็นแผนภาพจุด



โดย ● แทนจำนวน 25 คน และ $*$ แทนจำนวน 5 คน
จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่สมัครครั้งนี้ 500

5. จากข้อ 4

    5.1 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคใต้สูงกว่าภาคกลางคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ 15%

    5.2 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคกลางสูงกว่าภาคเหนือคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ 28%

    5.3 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคอีสานสูงกว่าภาคตะวันออกคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ 9%

    5.4 จำนวนนักเรียนที่มาจากภาคกลางสูงกว่าภาคตะวันออกคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ 23%

ข้อ 6

1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 13$$

วิธีทำ

$$\mu=\frac{3+2a+(a-3)^2+9-a^2+11+4a+13}{5}=\frac{45}{5}=9 \quad \#$$

2. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 8$$

วิธีทำ

$$\mu=\frac{3+2a+(a-3)^2+9-a^2+11+4a+8}{5}=\frac{40}{5}=8 \quad \#$$

3. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$8+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 11+4a,\ 13$$

วิธีทำ

$$\mu=\frac{8+2a+(a-3)^2+9-a^2+11+4a+13}{5}=\frac{50}{5}=10 \quad \#$$

4. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

$$3+2a,\ (a-3)^2,\ 9-a^2,\ 16+4a,\ 18$$

วิธีทำ

$$\mu=\frac{3+2a+(a-3)^2+9-a^2+16+4a+18}{5}=\frac{55}{5}=11 \quad \#$$

ข้อ 7

1. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่ามัธยาฐานเท่ากับ 15 จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1+3, 2x_2+3, ..., 2x_{10}+3$$

วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น ค่ามัธยฐานชุดใหม่เท่ากับ $2(15)+3=33 \quad \#$

2. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่ามัธยาฐานเท่ากับ 16 จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1+3, 2x_2+3, ..., 2x_{10}+3$$

วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น ค่ามัธยฐานชุดใหม่เท่ากับ $2(16)+3=35 \quad \#$

3. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่าฐานนิยมเท่ากับ 17 จงหาค่าฐานนิยมของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1+3, 2x_2+3, ..., 2x_{10}+3$$

วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น ค่าฐานนิยมชุดใหม่เท่ากับ $2(17)+3=37 \quad \#$

4. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{10}$ โดยมีค่าฐานนิยมเท่ากับ 18 จงหาค่าฐานนิยมของข้อมูลชุดต่อไปนี้

$$2x_1+3, 2x_2+3, ..., 2x_{10}+3$$

วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น ค่าฐานนิยมชุดใหม่เท่ากับ $2(18)+3=39 \quad \#$

ข้อ 8

1. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2565}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 2022 - 3x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2565$$

   ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด Y เท่ากับ 12 จงหาความแปรปรวนของชุด X

   วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น $12 = \sigma_Y = 3\sigma_X$ จะได้ว่า $\sigma_X = 4$ ดังนั้น ความแปรปรวนของชุด X เท่ากับ 16 $\#$

2. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2565}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 2022 - 4x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2565$$

   ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด Y เท่ากับ 12 จงหาความแปรปรวนของชุด X

   วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น $12 = \sigma_Y = 4\sigma_X$ จะได้ว่า $\sigma_X = 3$ ดังนั้น ความแปรปรวนของชุด X เท่ากับ 9 $\#$

3. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2022}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 2565 - 3x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2022$$

   ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลของชุด Y เท่ากับ 144 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X

   วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น $144 = \sigma_Y^2 = 3^2\sigma_X^2$ จะได้ว่า $\sigma_X^2 = 16$ ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X เท่ากับ 4 $\#$

4. ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{2022}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 2565 - 4x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., 2022$$

   ถ้าความแปรปรวนของข้อมูลของชุด Y เท่ากับ 144 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X

   วิธีทำ โดยสมบัติเชิงเส้น $144 = \sigma_Y^2 = 4^2\sigma_X^2$ จะได้ว่า $\sigma_X^2 = 9$ ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X เท่ากับ 3 $\#$

ข้อ 9

1. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 11$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 15 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

   วิธีทำ จะเห็นได้ว่า $Q_1 = x$ และ $15 = Q_3 = y$ จาก $11 = IQR = Q_3 - Q_1 = y - x = 15 - x$ นั่นคือ $x = 4$ โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่าง $1, 4, 6, 8, 10, 15, 17$ เท่ากับ $S^2 = 33.24$ #

2. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 10$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 15 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

   วิธีทำ จะเห็นได้ว่า $Q_1 = x$ และ $15 = Q_3 = y$ จาก $10 = IQR = Q_3 - Q_1 = y - x = 15 - x$ นั่นคือ $x = 5$ โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่าง $1, 5, 6, 8, 10, 15, 17$ เท่ากับ $S^2 = 31.81$ #

3. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 11$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 16 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

   วิธีทำ จะเห็นได้ว่า $Q_1 = x$ และ $16 = Q_3 = y$ จาก $11 = IQR = Q_3 - Q_1 = y - x = 16 - x$ นั่นคือ $x = 5$ โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่าง $1, 5, 6, 8, 10, 16, 17$ เท่ากับ $S^2 = 34.00$ #

4. ให้ข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น

$$1, x, 6, 8, 10, y, 17$$

   โดยมี $IQR = 13$ และควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 16 จงหาความแปรปรวนของตัวอย่างนี้ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

   วิธีทำ จะเห็นได้ว่า $Q_1 = x$ และ $16 = Q_3 = y$ จาก $13 = IQR = Q_3 - Q_1 = y - x = 16 - x$ นั่นคือ $x = 3$ โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่าความแปรปรวนของตัวอย่าง $1, 3, 6, 8, 10, 16, 17$ เท่ากับ $S^2 = 37.24$ #

ข้อ 10

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X + 1) = 16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

   วิธีทำ จาก $16 = E(3X + 1) = 3E(X) + 1$ ดังนั้นค่าคาดคะเนของ X เท่ากับ $E(X) = 5$ #

2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X - 2) = 16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

   วิธีทำ จาก $16 = E(3X - 2) = 3E(X) - 2$ ดังนั้นค่าคาดคะเนของ X เท่ากับ $E(X) = 6$ #

3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X + 4) = 16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

   วิธีทำ จาก $16 = E(3X + 4) = 3E(X) + 4$ ดังนั้นค่าคาดคะเนของ X เท่ากับ $E(X) = 4$ #

4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(3X - 5) = 16$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

   วิธีทำ จาก $16 = E(3X - 5) = 3E(X) - 5$ ดังนั้นค่าคาดคะเนของ X เท่ากับ $E(X) = 7$ #

ข้อ 11

1. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X = 3$ และ $\sigma_Y = 5$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X+2Y+1}$

   วิธีทำ จะเห็นว่า $\sigma_{XY} = 0$ ดังนั้น

$$\sigma^2_{3X+2Y+1} = \sigma^2_{3X+2Y} = 3^2\sigma^2_X + 2^2\sigma^2_Y = 9(3^2) + 4(5^2) = 181 \quad \#$$

2. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X = 2$ และ $\sigma_Y = 5$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X-2Y+1}$

   วิธีทำ จะเห็นว่า $\sigma_{XY} = 0$ ดังนั้น

$$\sigma^2_{3X-2Y+1} = \sigma^2_{3X-2Y} = 3^2\sigma^2_X + 2^2\sigma^2_Y = 9(2^2) + 4(5^2) = 136 \quad \#$$

3. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X = 3$ และ $\sigma_Y = 4$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X+2Y-2}$

   วิธีทำ จะเห็นว่า $\sigma_{XY} = 0$ ดังนั้น

$$\sigma^2_{3X+2Y-2} = \sigma^2_{3X+2Y} = 3^2\sigma^2_X + 2^2\sigma^2_Y = 9(3^2) + 4(4^2) = 145 \quad \#$$

4. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระต่อกัน ถ้า $\sigma_X = 3$ และ $\sigma_Y = 7$ จงหาค่าของ $\sigma^2_{3X-2Y+5}$

   วิธีทำ จะเห็นว่า $\sigma_{XY} = 0$ ดังนั้น

$$\sigma^2_{3X-2Y+5} = \sigma^2_{3X-2Y} = 3^2\sigma^2_X + 2^2\sigma^2_Y = 9(3^2) + 4(7^2) = 277 \quad \#$$

ข้อ 12

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X = 1, 3, 4, 6, 7$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
   วิธีทำ จะได้ว่า $k = 5$ จะได้ว่า

$$\mu = \frac{1}{5}(1+3+4+6+7) = \frac{21}{5} = 4.2$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\left((1-4.2)^2 + (3-4.2)^2 + (4-4.2)^2 + (6-4.2)^2 + (7-4.2)^2\right) = 4.56 \quad \#$$

2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X = 1, 3, 5, 7, 8$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
   วิธีทำ จะได้ว่า $k = 5$ จะได้ว่า

$$\mu = \frac{1}{5}(1+3+5+7+8) = \frac{24}{5} = 4.8$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\left((1-4.8)^2 + (3-4.8)^2 + (5-4.8)^2 + (7-4.8)^2 + (8-4.8)^2\right) = 6.56 \quad \#$$

3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X = 2, 3, 4, 6, 8$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
   วิธีทำ จะได้ว่า $k = 5$ จะได้ว่า

$$\mu = \frac{1}{5}(2+3+4+6+8) = \frac{23}{5} = 4.6$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\left((2-4.6)^2 + (3-4.6)^2 + (4-4.6)^2 + (6-4.6)^2 + (8-4.6)^2\right) = 4.64 \quad \#$$

4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มโดยที่ $X = 2, 4, 5, 6, 7$ จงหาความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
   วิธีทำ จะได้ว่า $k = 5$ จะได้ว่า

$$\mu = \frac{1}{5}(2+4+5+6+7) = \frac{24}{5} = 4.8$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{5}\left((2-4.8)^2 + (4-4.8)^2 + (5-4.8)^2 + (6-4.8)^2 + (7-4.8)^2\right) = 2.96 \quad \#$$

ข้อ 13

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{4}{25}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด

   วิธีทำ ให้คือความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จ p จะได้ว่า $\sigma^2 = p(1-p)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(1-p) &= \frac{4}{25} \\ 25(p-p^2) &= 4 \\ 25p^2 - 25p + 4 &= 0 \\ (5p-1)(5p-4) &= 0 \qquad \therefore \qquad p = \frac{1}{5}, \frac{4}{5} \end{aligned}$$

   เนื่องจาก $\mu = p$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุดเท่ากับ $\frac{4}{5} = 0.8$ #

2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{6}{25}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด

   วิธีทำ ให้คือความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จ p จะได้ว่า $\sigma^2 = p(1-p)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(1-p) &= \frac{6}{25} \\ 25(p-p^2) &= 6 \\ 25p^2 - 25p + 6 &= 0 \\ (5p-2)(5p-3) &= 0 \qquad \therefore \qquad p = \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \end{aligned}$$

   เนื่องจาก $\mu = p$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุดเท่ากับ $\frac{3}{5} = 0.6$ #

3. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{3}{16}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด

   วิธีทำ ให้คือความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จ p จะได้ว่า $\sigma^2 = p(1-p)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(1-p) &= \frac{3}{16} \\ 16(p-p^2) &= 3 \\ 16p^2 - 16p + 3 &= 0 \\ (4p-1)(4p-3) &= 0 \qquad \therefore \qquad p = \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \end{aligned}$$

   เนื่องจาก $\mu = p$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุดเท่ากับ $\frac{3}{4} = 0.75$ #

4. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลีโดมีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{21}{100}$ จงหาค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุด

   วิธีทำ ให้คือความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จ p จะได้ว่า $\sigma^2 = p(1-p)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(1-p) &= \frac{21}{100} \\ 100(p-p^2) &= 21 \\ 100p^2 - 100p + 21 &= 0 \\ (10p-3)(10p-7) &= 0 \qquad \therefore \qquad p = \frac{3}{10}, \frac{7}{10} \end{aligned}$$

   เนื่องจาก $\mu = p$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ X ที่มีค่าเป็นได้มากที่สุดเท่ากับ $\frac{7}{10} = 0.7$ #

ข้อ 14

1. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 1% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10

   วิธีทำ ให้ X คือจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10 จะได้ว่า X เป็นการแจกแจงทวินามลบ โดยที่ $p = 0.01$ และ $k = 10$ ดังนั้น

$$\mu = \frac{k}{p} = \frac{10}{0.01} = 1000 \quad \#$$

2. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 2% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10

   วิธีทำ ให้ X คือจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10 จะได้ว่า X เป็นการแจกแจงทวินามลบ โดยที่ $p = 0.02$ และ $k = 10$ ดังนั้น

$$\mu = \frac{k}{p} = \frac{10}{0.02} = 500 \quad \#$$

3. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 2% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 15

   วิธีทำ ให้ X คือจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10 จะได้ว่า X เป็นการแจกแจงทวินามลบ โดยที่ $p = 0.02$ และ $k = 15$ ดังนั้น

$$\mu = \frac{k}{p} = \frac{15}{0.02} = 750 \quad \#$$

4. ถ้าทราบว่ามีคนเข้ามาในร้านเด้อค่าเด้อมีโอกาสที่จะสั่งไวน์ทานคู่กับอาหาร 1% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 15

   วิธีทำ ให้ X คือจำนวนลูกค้าที่เข้ามาทานในร้านแล้วสั่งไวน์ทานคู่กับอาหารเป็นคนที่ 10 จะได้ว่า X เป็นการแจกแจงทวินามลบ โดยที่ $p = 0.01$ และ $k = 15$ ดังนั้น

$$\mu = \frac{k}{p} = \frac{15}{0.01} = 1500 \quad \#$$

ข้อ 15

1. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 จงหา $P(X > 5)$

   วิธีทำ เนื่องจาก $4 = 2^2 = \sigma^2 = \lambda$ ดังนั้น (โดยใช้แอปพลิเคชัน)

$$P(X > 5) = 0.2149 \quad \#$$

2. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3 จงหา $P(X < 10)$

   วิธีทำ เนื่องจาก $9 = 3^2 = \sigma^2 = \lambda$ ดังนั้น (โดยใช้แอปพลิเคชัน)

$$P(X < 10) = 0.5874 \quad \#$$

3. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4 จงหา $P(X > 15)$

   วิธีทำ เนื่องจาก $16 = 4^2 = \sigma^2 = \lambda$ ดังนั้น (โดยใช้แอปพลิเคชัน)

$$P(X > 15) = 0.5333 \quad \#$$

4. ให้ $X \sim Pois(\lambda)$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 จงหา $P(X < 30)$

   วิธีทำ เนื่องจาก $25 = 5^2 = \sigma^2 = \lambda$ ดังนั้น (โดยใช้แอปพลิเคชัน)

$$P(X < 30) = 0.8179 \quad \#$$

ข้อ 16

1. (10 **คะแนน**) คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัสของนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ แสดงด้วยแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

$$\begin{array}{r|llllllllllll} 1 & 0 & 5 & 5 & 7 & 8 & 8 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 5 & 6 & 7 & 8 & 8 & 9 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**
พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่** และ**เส้นโค้งโอจีฟ**

วิธีทำ เนื่องจาก $N = 30$ จะได้ $k = 1 + 3.3\log 30 = 5.87 \approx 6$ โดยที่ $X_{\max} = 40$ และ $X_{\min} = 10$ นั่นคือ $R = 40 - 10 = 30$ และความกว้างชั้นหาได้จาก

$$I = \frac{R}{k} = \frac{30}{5.87} = 5.11 \approx 6$$

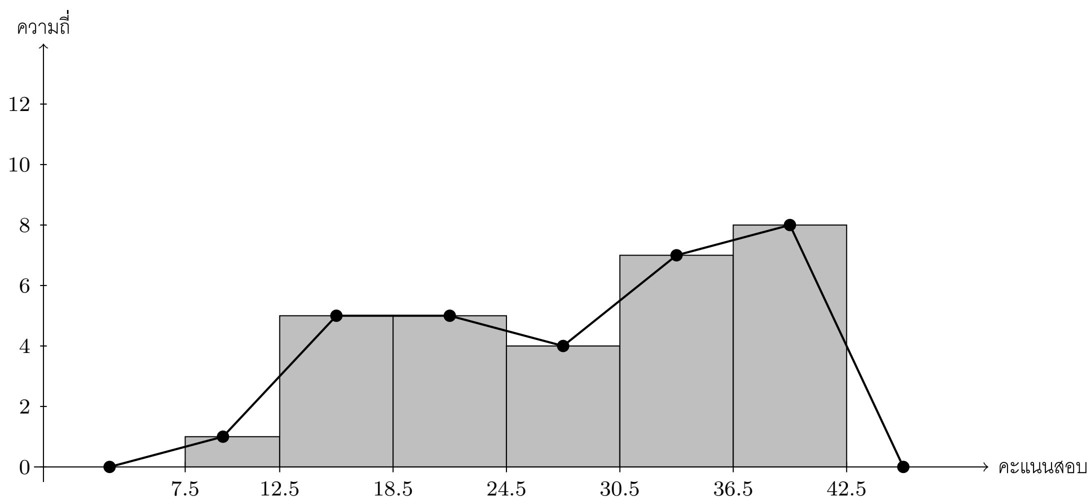
ดังนั้นเลือก $k = 6$ และ $I = 6$ จะได้ว่า

$$\text{ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก } = X_{\min} - \frac{Ik - R}{2} = 10 - \frac{6(6) - 30}{2} = 7$$

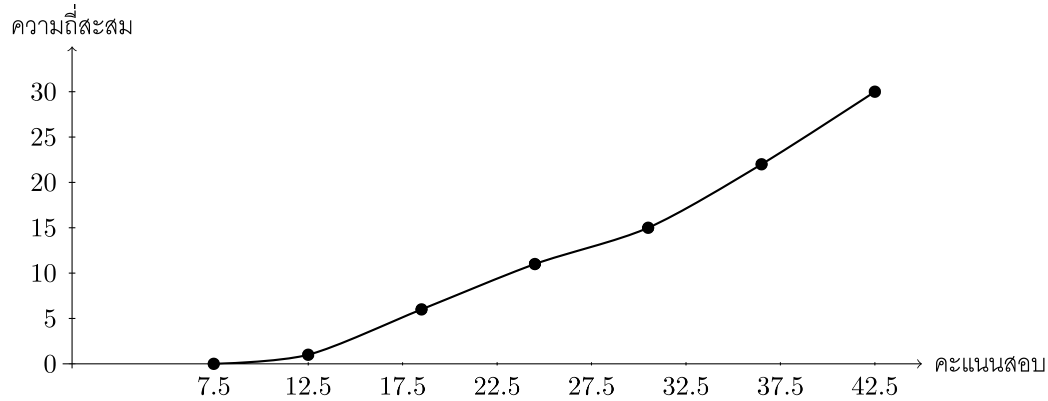
$$\text{ขีดจำกัดบนของชั้นแรก } = 17 + 6 - 1 = 12$$

คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัส	รอยขีด	จำนวนคน	จำนวนคนสะสม
$7 - 12$	$\vert$	1	1
$13 - 18$	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5	6
$19 - 24$	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5	11
$25 - 30$	$\vert\vert\vert\vert$	4	15
$31 - 36$	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7	22
$37 - 42$	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert$	8	30

แสดงฮิสโทรแกรมได้ดังนี้



และแสดงเส้นโค้งโอจีฟได้ดังนี้



2. (10 **คะแนน**) คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัสของนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ แสดงด้วยแผนภาพต้น-ใบ ดังนี้

$$\begin{array}{c|ccccccccccc} 1 & 0 & 5 & 5 & 7 & 8 & 8 & 9 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 5 & 5 & 6 & 7 & 8 & 8 & 9 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

จากข้อมูลข้างต้นจง**สร้างตารางแจกแจงความถี่**

พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วย**ฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่** และ**เส้นโค้งโอจีฟ**

วิธีทำ เนื่องจาก $N = 30$ จะได้ $k = 1 + 3.3\log 30 = 5.87 \approx 6$ โดยที่ $X_{\max} = 40$ และ $X_{\min} = 10$ นั่นคือ $R = 40 - 10 = 30$ และความกว้างชั้นหาได้จาก

$$I = \frac{R}{k} = \frac{30}{5.87} = 5.11 \approx 6$$

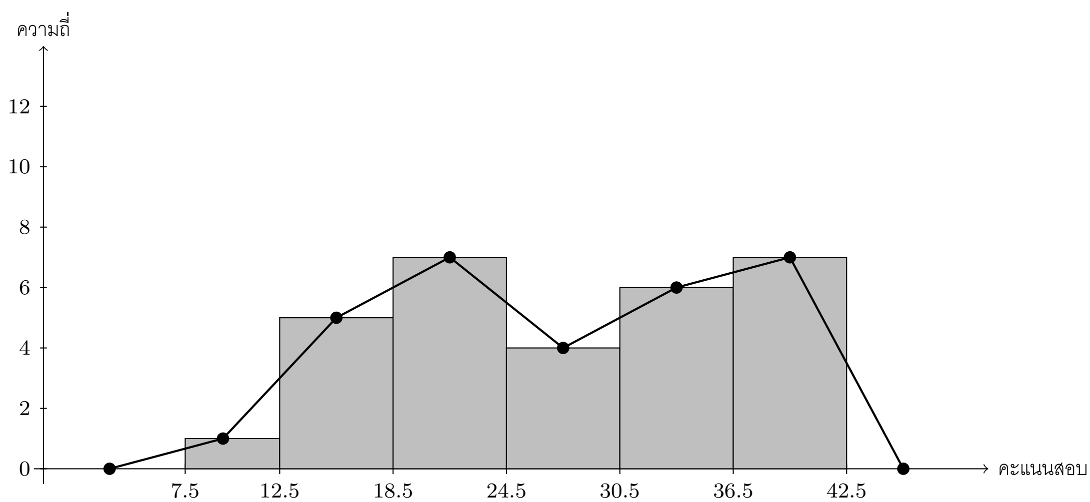
ดังนั้นเลือก $k = 6$ และ $I = 6$ จะได้ว่า

$$\text{ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก } = X_{\min} - \frac{Ik - R}{2} = 10 - \frac{6(6) - 30}{2} = 7$$

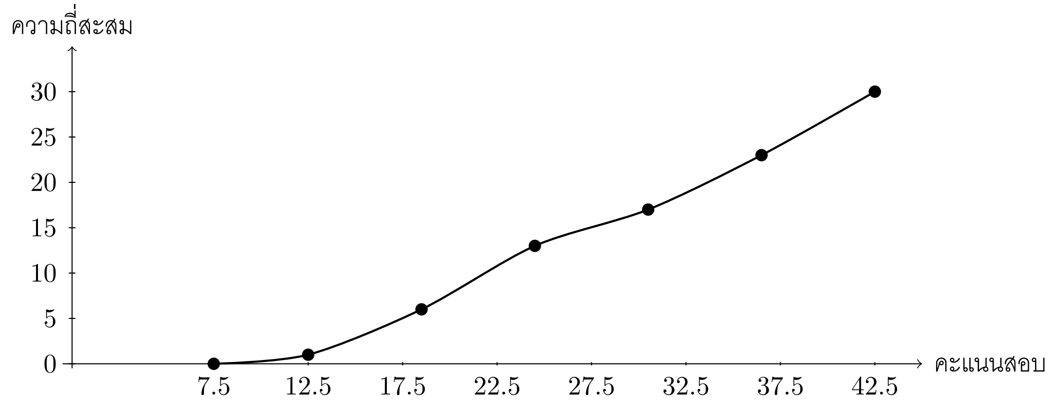
$$\text{ขีดจำกัดบนของชั้นแรก } = 10 + 5 - 1 = 12$$

คะแนนโปรเจควิชาแคลคูลัส	รอยขีด	จำนวนคน	จำนวนคนสะสม
$7 - 12$	|	1	1
$13 - 18$	卌	5	6
$19 - 24$	卌 ||	7	13
$25 - 30$	||||	4	17
$31 - 36$	卌 |	6	23
$37 - 42$	卌 ||	7	30

แสดงฮิสโทรแกรมได้ดังนี้



และแสดงเส้นโค้งโอจีฟได้ดังนี้



ข้อ 17

1. กำหนดให้ข้อมูล**กลุ่มตัวอย่าง** x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ซึ่งเป็นจำนวนบวก โดยที่ $\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 214$ และ $\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 34$ เมื่อ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่างกลุ่มนี้
ถ้ากลุ่มตัวอย่างใหม่ 5 จำนวนคือ

$$x_1 + 2x_2,\ x_2 + 2x_3,\ x_3 + 2x_4,\ x_4 + 2x_5,\ x_5 + 2x_1$$

มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 16 จงหา**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**ของข้อมูล

$$x_1x_2,\ x_2x_3,\ x_3x_4,\ x_4, x_5,\ x_5x_1$$

วิธีทำ พิจารณา

$$34 = \sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{5}[x_i^2 - 2\bar{x}x_i + (\bar{x})^2] = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{5} x_i + 5(\bar{x})^2$$

$$34 = 214 - 2\bar{x}(5\bar{x}) + 5(\bar{x})^2$$

$$5(\bar{x})^2 = 180$$

$$(\bar{x})^2 = 36 \quad \therefore \quad \bar{x} = 6$$ เนื่องจากข้อมูลเป็นจำนวนบวก

พิจารณาค่าเฉลี่ยของข้อกลุ่มใหม่

$$\begin{aligned}\bar{x}_{new} &= \frac{(x_1 + 2x_2) + (x_2 + 2x_3) + (x_3 + 2x_4) + (x_4 + 2x_5) + (x_5 + 2x_1)}{5} \\ &= \frac{3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)}{5} = \frac{3 \cdot 5\bar{x}}{5} = 3\bar{x} = 3(6) = 18\end{aligned}$$

จะได้ว่า (**วิธีที่** 1)

$$
\begin{aligned}
16^2 &= \frac{(x_1+2x_2-18)^2+(x_2+2x_3-18)^2+(x_3+2x_4-18)^2+(x_4+2x_5-18)^2+(x_5+2x_1-18)^2}{5-1} \\
256\cdot 4 &= (x_1+2x_2-18)^2+(x_2+2x_3-18)^2+(x_3+2x_4-18)^2+(x_4+2x_5-18)^2+(x_5+2x_1-18)^2 \\
1024 &= x_1^2+4x_2^2+18^2+4x_1x_2-18x_1-36x_2+ \\
&\quad x_2^2+4x_3^2+18^2+4x_2x_3-18x_2-36x_3+ \\
&\quad x_3^2+4x_4^2+18^2+4x_3x_4-18x_3-36x_4+ \\
&\quad x_4^2+4x_5^2+18^2+4x_4x_5-18x_4-36x_5+ \\
&\quad x_5^2+4x_1^2+18^2+4x_5x_1-18x_5-36x_1+ \\
1024 &= 5\sum_{i=1}^{5} x_i^2+5(18^2)+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1)-54\sum_{i=1}^{5} x_i \\
1024 &= 5(214)+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1)-54(5\cdot 6) \\
1024 &= 5(214)+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1)-54(5\cdot 6) \\
393.5 &= x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1
\end{aligned}
$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

$$x_1x_2,\ x_2x_3,\ x_3x_4,\ x_4,x_5,\ x_5x_1$$

เท่ากับ

$$\frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1}{5} = \frac{393.5}{5} = 78.7 \quad \#$$

(**วิธีที่** 2)

$$
\begin{aligned}
16^2 &= \frac{(x_1+2x_2)^2+(x_2+2x_3)^2+(x_3+2x_4)^2+(x_4+2x_5)^2+(x_5+2x_1)^2-5(18^2)}{5-1} \\
256\cdot 4 &= (x_1+2x_2)^2+(x_2+2x_3)^2+(x_3+2x_4)^2+(x_4+2x_5)^2+(x_5+2x_1)^2-1620 \\
1024+1620 &= x_1^2+4x_2^2+4x_1x_2+ \\
&\quad x_2^2+4x_3^2+4x_2x_3+ \\
&\quad x_3^2+4x_4^2+4x_3x_4+ \\
&\quad x_4^2+4x_5^2+4x_4x_5+ \\
&\quad x_5^2+4x_1^2+4x_5x_1+ \\
2644 &= 5\sum_{i=1}^{5} x_i^2+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1) \\
2644 &= 5(214)+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1) \\
1574 &= 4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1) \\
393.5 &= x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1
\end{aligned}
$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

$$x_1x_2,\ x_2x_3,\ x_3x_4,\ x_4,x_5,\ x_5x_1$$

เท่ากับ

$$\frac{x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_5+x_5x_1}{5} = \frac{393.5}{5} = 78.7 \quad \#$$

ข้อ 18

18.1 ข้อมูลประชากรชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมากดังนี้ $1, 4, x, y, 9, 10$ ถ้ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเฉลี่ยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ $\frac{8}{3}$ จงหาสัมประสิทธิ์ความแปรผันของประชากรนี้

วิธีทำ จะเห็นว่า Med $= \frac{x+y}{2}$ และ

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{2} &= \frac{1+4+x+y+9+10}{6} = \frac{24+x+y}{6} \\ 3(x+y) &= 24 \\ x+y &= 12 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\mu = \frac{x+y}{2} = \frac{12}{2} = 6$ ซึ่ง $x \leq 6 \leq y$ พิจารณา

$$\begin{aligned} \frac{8}{3} &= \frac{\sum |x_i - \mu|}{n} = \frac{(6-1)+(6-4)+(6-x)+(y-6)+(9-6)+(10-6)}{6} \\ 16 &= 14 - x + y \\ x - y &= -2 \end{aligned}$$

จะได้ว่า $2x = (x+y) + (x-y) = 12 - 2 = 10$ ดังนั้น $x = 5$ และ $y = 7$ ฉะนั้น

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{6}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - 6)^2}{6}} = 3.05$$

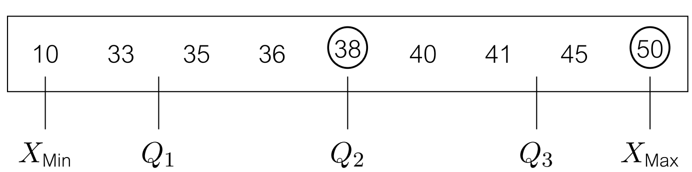
ดังนั้นสัมประสิทธิ์ความแปรผันของประชากรนี้เท่ากับ

$$\frac{\sigma}{\mu} = \frac{3.05}{6} = 0.51 \quad \#$$

18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$10,\ 33,\ 35,\ 36,\ 38,\ 40,\ 41,\ 45,\ 50$$

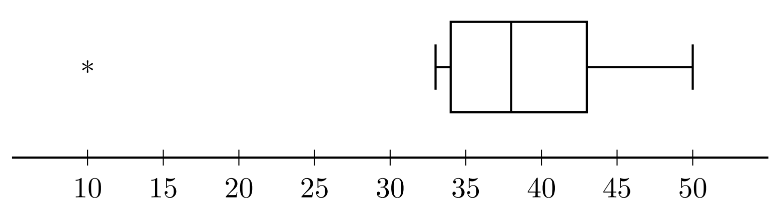
วิธีทำ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังต่อไปนี้



จะได้ว่า $Q_1 = \frac{33+35}{2} = 34$, $Q_2 = 38$ และ $Q_3 = \frac{41+45}{2} = 43$

IQR $= Q_3 - Q_1 = 43 - 34 = 9$ เนื่องจาก $10 < 20.5 = 34 - 1.5(9)$ ดังนั้น 10 เป็นค่าต่ำผิดปกติ

นำไปเขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้



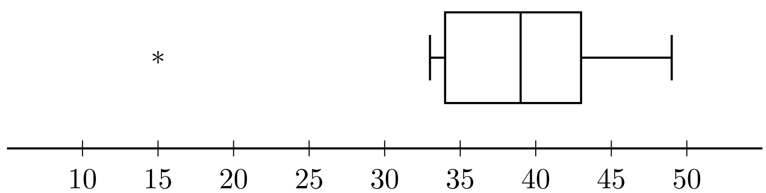
18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$15,\ 33,\ 35,\ 36,\ 39,\ 40,\ 41,\ 45,\ 49$$

วิธีทำ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังต่อไปนี้

15	33	35	36	39	40	41	45	49
X_{Min}	Q_1			Q_2		Q_3		X_{Max}

จะได้ว่า $Q_1 = \frac{33+35}{2} = 34$, $Q_2 = 39$ และ $Q_3 = \frac{41+45}{2} = 43$
IQR $= Q_3 - Q_1 = 43 - 34 = 9$ เนื่องจาก $15 < 20.5 = 34 - 1.5(9)$ ดังนั้น 10 เป็นค่าต่ำผิดปกติ
นำไปเขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้



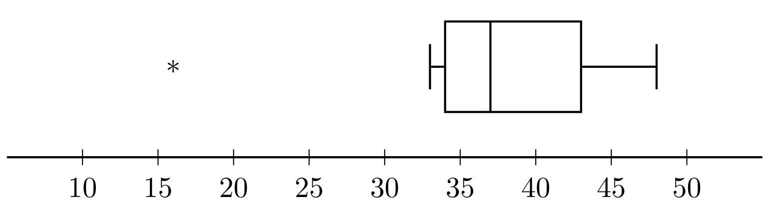
18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$16,\ 33,\ 35,\ 36,\ 37,\ 40,\ 41,\ 45,\ 48$$

วิธีทำ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังต่อไปนี้

16	33	35	36	37	40	41	45	48
X_{Min}	Q_1			Q_2		Q_3		X_{Max}

จะได้ว่า $Q_1 = \frac{33+35}{2} = 34$, $Q_2 = 37$ และ $Q_3 = \frac{41+45}{2} = 43$
IQR $= Q_3 - Q_1 = 43 - 34 = 9$ เนื่องจาก $16 < 20.5 = 34 - 1.5(9)$ ดังนั้น 10 เป็นค่าต่ำผิดปกติ
นำไปเขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้



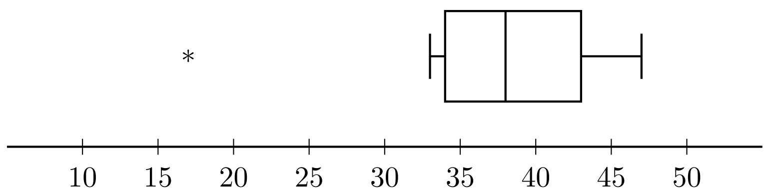
18.2 จงเขียน**แผนภาพกล่อง** (Box plot) ของคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 9 คน ดังข้อมูลต่อไปนี้

$$17,\ 33,\ 35,\ 36,\ 38,\ 40,\ 41,\ 45,\ 47$$

วิธีทำ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ดังต่อไปนี้

17	33	35	36	38	40	41	45	47
X_{Min}	Q_1			Q_2		Q_3		X_{Max}

จะได้ว่า $Q_1 = \frac{33+35}{2} = 34$, $Q_2 = 38$ และ $Q_3 = \frac{41+45}{2} = 43$
IQR $= Q_3 - Q_1 = 43 - 34 = 9$ เนื่องจาก $17 < 20.5 = 34 - 1.5(9)$ ดังนั้น 10 เป็นค่าต่ำผิดปกติ
นำไปเขียนแผนภาพกล่องได้ดังนี้



ข้อ 19

19.1 ต้องการสร้างจำนวนห้าหลักจากเลขโดด 1, 2, 3 โดยที่แต่ละหลักซ้ำกันได้ และจำนวนห้าหลักประกอบด้วย

ตัวเลข 1 อย่างน้อย 1 หลัก **ตัวเลขที่** 2 อย่างน้อย 1 หลัก และ**ตัวเลข** 3 อย่างมาก 2 หลัก

จะมีจำนวนห้าหลักดังกล่าวได้กี่จำนวน

วิธีทำ แบ่งออกเป็น 3 กรณี

1 **ไม่มีเลข 3**
เป็นได้คือ 12222, 11222, 11122, 11112 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{2!3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{4!}=30 \quad \text{จำนวน}$$

2 **มีเลข 3 จำนวน 1 หลัก**
เป็นได้คือ 12223, 11223, 11123 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{3!}=70 \quad \text{จำนวน}$$

3 **ไม่มีเลข 3 จำนวน 2 หลัก**
เป็นได้คือ 12233, 11233 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{2!2!}=60 \quad \text{จำนวน}$$

ดังนั้นจำนวนห้าหลักดังกล่าวสร้างได้ $30+70+30=160$ จำนวน #

19.1 ต้องการสร้างจำนวนห้าหลักจากเลขโดด 1, 3, 5 โดยที่แต่ละหลักซ้ำกันได้ และจำนวนห้าหลักประกอบด้วย

ตัวเลข 1 อย่างน้อย 1 หลัก **ตัวเลขที่** 3 อย่างน้อย 1 หลัก และ**ตัวเลข** 5 อย่างมาก 2 หลัก

จะมีจำนวนห้าหลักดังกล่าวได้กี่จำนวน

วิธีทำ แบ่งออกเป็น 3 กรณี

1 **ไม่มีเลข 5**
เป็นได้คือ 13333, 11333, 11133, 11113 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{4!}+\frac{5!}{2!3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{4!}=30 \quad \text{จำนวน}$$

2 **มีเลข 5 จำนวน 1 หลัก**
เป็นได้คือ 13335, 11335, 11135 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{3!}+\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{3!}=70 \quad \text{จำนวน}$$

3 **ไม่มีเลข 5 จำนวน 2 หลัก**
เป็นได้คือ 13355, 11355 เรียงแบบของซ้ำได้ทั้งหมด

$$\frac{5!}{2!2!}+\frac{5!}{2!2!}=60 \quad \text{จำนวน}$$

ดังนั้นจำนวนห้าหลักดังกล่าวสร้างได้ $30+70+30=160$ จำนวน #

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 2 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5

วิธีทำ ให้ w เป็นน้ำหนักของแต้มคี่ นั่นคือ

แต้ม	1	2	3	4	5	6	รวม
น้ำหนัก	w	$2w$	w	$2w$	w	$2w$	$9w = 1$

จะได้ว่า $w = \frac{1}{9}$ ให้ E เป็นเหตุการณ์ของผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5 นั่นคือ

$$E = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$$

เนื่องจากการโยนแต่ละครั้งอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(E) = w(2w) + 2w(w) + w(2w) + 2w(w) = 8w^2 = \frac{8}{81} \quad \#$$

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 2 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6

วิธีทำ ให้ w เป็นน้ำหนักของแต้มคี่ นั่นคือ

แต้ม	1	2	3	4	5	6	รวม
น้ำหนัก	w	$2w$	w	$2w$	w	$2w$	$9w = 1$

จะได้ว่า $w = \frac{1}{9}$ ให้ E เป็นเหตุการณ์ของผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6 นั่นคือ

$$E = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$$

เนื่องจากการโยนแต่ละครั้งอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(E) = w(w) + 2w(2w) + w(w) + 2w(2w) + w(w) = 11w^2 = \frac{11}{81} \quad \#$$

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 3 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5

วิธีทำ ให้ w เป็นน้ำหนักของแต้มคี่ นั่นคือ

แต้ม	1	2	3	4	5	6	รวม
น้ำหนัก	w	$3w$	w	$3w$	w	$3w$	$12w = 1$

จะได้ว่า $w = \frac{1}{12}$ ให้ E เป็นเหตุการณ์ของผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 5 นั่นคือ

$$E = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$$

เนื่องจากการโยนแต่ละครั้งอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(E) = w(3w) + 3w(w) + w(3w) + 3w(w) = 12w^2 = \frac{1}{12} \quad \#$$

19.2 ลูกเต๋าลูกหนึ่งถูกถ่วงน้ำหนักให้ขึ้นแต้มคู่เป็น 3 เท่าของแต้มคี่ ถ้าทอดลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6

วิธีทำ ให้ w เป็นน้ำหนักของแต้มคี่ นั่นคือ

แต้ม	1	2	3	4	5	6	รวม
น้ำหนัก	w	$3w$	w	$3w$	w	$3w$	$12w = 1$

จะได้ว่า $w = \frac{1}{12}$ ให้ E เป็นเหตุการณ์ของผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 6 นั่นคือ

$$E = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$$

เนื่องจากการโยนแต่ละครั้งอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(E) = w(w) + 3w(3w) + w(w) + 3w(3w) + w(w) = 21w^2 = \frac{21}{144} \quad \#$$

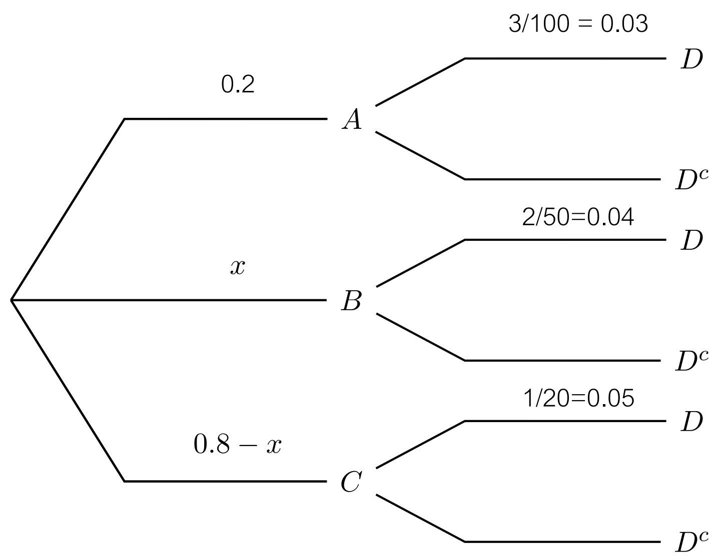
ข้อ 20

1. ในเทศกาลตรุษจีนเจ้าของร้านขนมเปี๊ยะจะมอบอั่งเปาให้ลูกค้าที่มาซื้อสินค้าที่ร้าน โดยให้พนักงาน 3 คนคือ ม่านฟ้า ม่านหมอก และม่านเมฆ เป็นคนจัดเตรียมซองอังเปาโดยใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง โดยที่ม่านฟ้าจัดซองอั่งเปา 20% ของจำนวนทั้งหมด โอกาสที่ม่านฟ้าจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 3 ใน 100 ซอง โอกาสที่ม่านหมอกจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 2 ใน 50 ซอง และโอกาสที่ม่านเมฆจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 1 ใน 20 ซอง โดยมีความน่าจะเป็นที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองเท่ากับ 4.1%

วิธีทำ กำหนดให้

- A คือเหตุการณ์ที่ม่านฟ้าจัดเตรียมซองอั่งเปา นั่นคือ $P(A) = 0.2$
- B คือเหตุการณ์ที่ม่านหมอกจัดเตรียมซองอั่งเปา ให้ $P(B) = x$
- C คือเหตุการณ์ที่ม่านเมฆจัดเตรียมซองอั่งเปา ให้ $P(C) = y$
- D คือเหตุการณ์ที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง นั่นคือ $P(D) = 0.041$

จะได้ว่า $x + y = 0.8$ หรือ $y = 0.8 - x$ จะได้แผนภาพดังนี้



20.1 จงหาม่านหมอก และม่านเมฆทำงานนี้คนละกี่เปอร์เซนต์

$$
\begin{aligned}
P(D) &= P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) + P(C)P(D \mid C) \\
0.041 &= 0.2(0.03) + 0.04x + 0.05(0.8 - x) \\
0.041 &= 0.006 + 0.04x + 0.040 - 0.05x \\
0.01x &= 0.005 \qquad \therefore \qquad x = 0.5 \text{ และ } y = 0.3
\end{aligned}
$$

ดังนั้นม่านหมอกและม่านเมฆจัดเตรียมซองอั่งเปาเท่ากับ 50% และ 30% ของจำนวนทั้งหมดตามลำดับ $\#$

20.2 สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งกลับมาต่อว่าทางร้านว่าในซองไม่มีอะไรอยู่ในนั้นเลย จงหาความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านหมอก

$$P(B \mid D) = \frac{P(B)P(D \mid B)}{P(D)} = \frac{0.5(0.04)}{0.041} = 0.4878$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านหมอกเท่ากับ 0.4878 $\#$

2. ในเทศกาลตรุษจีนเจ้าของร้านขนมเปี๊ยะจะมอบอั่งเปาให้ลูกค้าที่มาซื้อสินค้าที่ร้าน โดยให้พนักงาน 3 คนคือ ม่านฟ้า ม่านหมอก และม่านเมฆ เป็นคนจัดเตรียมซองอังเปาโดยใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง โดยที่ม่านฟ้าจัดซองอั่งเปา 20% ของจำนวนทั้งหมด โอกาสที่ม่านฟ้าจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 3 ใน 100 ซอง โอกาสที่ม่านหมอกจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 1 ใน 20 ซอง และโอกาสที่ม่านเมฆจะลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองคือ 7 ใน 100 ซอง โดยมีความน่าจะเป็นที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซองเท่ากับ 5.2%

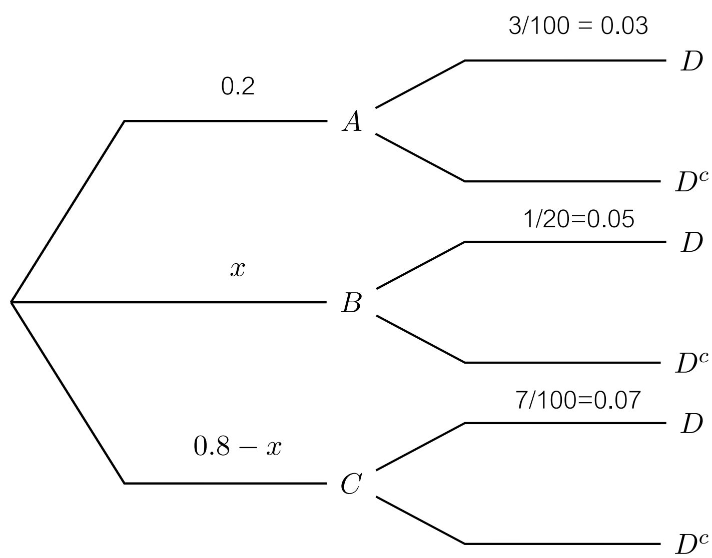
20.1 จงหาม่านหมอก และม่านเมฆทำงานนี้คนละกี่เปอร์เซนต์

20.2 สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งกลับมาต่อว่าทางร้านว่าในซองไม่มีอะไรอยู่ในนั้นเลย จงหาความน่าจะเป็นที่ซองอังเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านหมอก

วิธีทำ กำหนดให้

- A คือเหตุการณ์ที่ม่านฟ้าจัดเตรียมซองอั่งเปา นั่นคือ $P(A) = 0.2$
- B คือเหตุการณ์ที่ม่านหมอกจัดเตรียมซองอั่งเปา ให้ $P(B) = x$
- C คือเหตุการณ์ที่ม่านเมฆจัดเตรียมซองอั่งเปา ให้ $P(C) = y$
- D คือเหตุการณ์ที่ลืมใส่คูปองเงินสดเข้าไปในซอง นั่นคือ $P(D) = 0.052$

จะได้ว่า $x + y = 0.8$ หรือ $y = 0.8 - x$ จะได้แผนภาพดังนี้



20.1 จงหาม่านหมอก และม่านเมฆทำงานนี้คนละกี่เปอร์เซนต์

$$P(D) = P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) + P(C)P(D \mid C)$$
$$0.052 = 0.2(0.03) + 0.05x + 0.07(0.8 - x)$$
$$0.052 = 0.006 + 0.05x + 0.056 - 0.07x$$
$$0.02x = 0.01 \qquad \therefore \qquad x = 0.5 \text{ และ } y = 0.3$$

ดังนั้นม่านหมอกและม่านเมฆจัดเตรียมซองอั่งเปาเท่ากับ 50% และ 30% ของจำนวนทั้งหมดตามลำดับ #

20.2 สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งกลับมาต่อว่าทางร้านว่าในซองไม่มีอะไรอยู่ในนั้นเลย จงหาความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านหมอก

$$P(B \mid D) = \frac{P(B)P(D \mid B)}{P(D)} = \frac{0.5(0.05)}{0.052} = 0.4808$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ซองอั่งเปานี้จะถูกทำขึ้นโดยม่านเมฆกเท่ากับ 0.4808 #

ข้อ 21

21.1 จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 5 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
สร้างตารางแจกแจกความน่าจะเป็นได้ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{^{10}C_3}{^{15}C_3} = \frac{24}{91}$	$\frac{^{10}C_2 \cdot {}^{5}C_1}{^{15}C_3} = \frac{45}{91}$	$\frac{^{10}C_1 \cdot {}^{5}C_2}{^{15}C_3} = \frac{20}{91}$	$\frac{^{5}C_3}{^{15}C_3} = \frac{2}{91}$

จะได้ว่า

$$P(X \neq 2) = 1 - P(X = 2) = 1 - \frac{20}{91} = \frac{71}{91} \quad \#$$

21.1 จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 6 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
สร้างตารางแจกแจกความน่าจะเป็นได้ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{^{12}C_3}{^{18}C_3} = \frac{55}{204}$	$\frac{^{12}C_2 \cdot {}^{6}C_1}{^{18}C_3} = \frac{33}{68}$	$\frac{^{12}C_1 \cdot {}^{6}C_2}{^{18}C_3} = \frac{15}{68}$	$\frac{^{5}C_3}{^{15}C_3} = \frac{5}{204}$

จะได้ว่า

$$P(X \neq 2) = 1 - P(X = 2) = 1 - \frac{15}{68} = \frac{53}{68} \quad \#$$

21.1 จำนวนนักเรียนที่สมัครเพื่อสมัครเข้ารับการคัดเลือกเป็นตัวแทนคณะกรรมการสภาโรงเรียนประกอบด้วยตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 ชั้นละ 7 คน ถ้าต้องการคณะกรรมการสภาชุดหนึ่งจำนวน 3 คน ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จงสร้างตารางความน่าจะเป็น (p.m.f) และใช้ตารางหาค่าของ $P(X \neq 2)$

วิธีทำ ให้ X เป็นจำนวนตัวแทนจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
สร้างตารางแจกแจกความน่าจะเป็นได้ดังนี้

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{^{14}C_3}{^{21}C_3} = \frac{26}{95}$	$\frac{^{14}C_2 \cdot {}^{7}C_1}{^{21}C_3} = \frac{91}{190}$	$\frac{^{14}C_1 \cdot {}^{7}C_2}{^{21}C_3} = \frac{21}{95}$	$\frac{^{7}C_3}{^{21}C_3} = \frac{1}{38}$

จะได้ว่า

$$P(X \neq 2) = 1 - P(X = 2) = 1 - \frac{21}{95} = \frac{74}{95} \quad \#$$

21.2 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} ax^4 & \text{เมื่อ } -3 < x < 3 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(|X| > 2)$

วิธีทำ หา a จาก

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-3}^{3} ax^4\,dx = \left[a\frac{x^5}{5}\right]_{-3}^{3} = a\left[\frac{243}{5} + \frac{243}{5}\right] = \frac{486}{5}a$$

ดังนั้น $a = \dfrac{5}{486}$ # จะได้ว่า

$$P(|X| > 2) = 1 - P(|X| \le 2) = 1 - P(-2 \le X \le 2) = 1 - \int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 1 - \int_{-2}^{2} ax^4\,dx$$

$$= 1 - \left[\frac{ax^5}{5}\right]_{-2}^{2} = 1 - a\left[\frac{32}{5} + \frac{32}{5}\right] = 1 - a \cdot \frac{64}{5} = 1 - \frac{5}{486} \cdot \frac{64}{5} = \frac{211}{243} \quad \#$$

21.2 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} ax^4 & \text{เมื่อ } -2 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(|X| > 1)$

วิธีทำ หา a จาก

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-3}^{3} ax^4\,dx = \left[a\frac{x^5}{5}\right]_{-2}^{2} = a\left[\frac{32}{5} + \frac{32}{5}\right] = \frac{64}{5}a$$

ดังนั้น $a = \dfrac{5}{64}$ # จะได้ว่า

$$P(|X| > 1) = 1 - P(|X| \le 1) = 1 - P(-1 \le X \le 1) = 1 - \int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 1 - \int_{-1}^{1} ax^4\,dx$$

$$= 1 - \left[\frac{ax^5}{5}\right]_{-1}^{1} = 1 - a\left[\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right] = 1 - a \cdot \frac{2}{5} = 1 - \frac{5}{64} \cdot \frac{2}{5} = \frac{31}{32} \quad \#$$

21.2 ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y) = \begin{cases} axy^2 & \text{เมื่อ } 0 < x < 2 \text{ และ } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x, y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า a และ $P(X > 1)$

วิธีทำ หา a จาก

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^1\int_0^2 axy^2\,dx\,dy = \int_0^1\int_0^2 ay^2\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x=0}^{x=2} dy$$

$$= \int_0^1\int_0^2 2ay^2\,dy = 2a\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^1 = \frac{2}{3}a$$

ดังนั้น $a = \dfrac{3}{2}$ # จะได้ว่า

$$P(X > 1) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{1}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^1\int_1^2 axy^2\,dx\,dy$$

$$= \int_0^1\int_0^2 ay^2\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x=1}^{x=2} dy$$

$$= \int_0^1\int_0^2 \frac{3}{2}ay^2\,dy = \frac{3}{2}a\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3}{4} \quad \#$$

ข้อ 22

ถ้าเก็บข้อมูลนักเรียนในโรงเรียนแห่วหนึ่งเพื่อศึกษาต่อระดับอุมศึกษา และจำนวนนักเรียนที่สนใจเข้าศึกษา มรภ.สวนสุนันทา (SSRU) จำนวน 400 คน และถามจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X) และจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y) ได้ดังข้อมูล

จำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y)	จำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X)				รวม
	0	1	2	3	
0	20	100	70	30	220
1	0	40	50	25	115
2	0	0	30	15	45
3	0	0	0	20	20
รวม	20	140	150	90	400

1. จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมหามาร์จินัลของ X และ Y

   วิธีทำ

$f(x,y)$	0	1	2	3	$f_Y(y)$
0	0.05	0.25	0.175	0.075	0.55
1	0	0.10	0.125	0.0625	0.2875
2	0	0	0.075	0.0375	0.1125
3	0	0	0	0.05	0.05
$f_X(x)$	0.05	0.35	0.375	0.225	

2. จงหาโอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา

   วิธีทำ พิจารณา

$$P(Y \geq 1) = \sum_{y=1}^{3}\sum_{x=0}^{3} f(x,y) = \sum_{y=1}^{3} f_Y(y)$$
$$= f_Y(1) + f_Y(2) + f_Y(3) = 0.2875 + 0.1125 + 0.05 = 0.45$$

   ดังนั้น โอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา เท่ากับ 0.45 #

3. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย หรือ $E(X)$

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$E(X) = \sum_{x=0}^{3}\sum_{y=0}^{3} xf(x,y) = \sum_{x=0}^{3} xf_X(x) = 0f_X(0) + 1f_X(1) + 2f_X(2) + 3f_X(3)$$
$$= 0 + 0.35 + 2(0.375) + 3(0.225) = 1.775 \quad \#$$

4. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU หรือ $E(Y)$

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$E(Y) = \sum_{y=0}^{3}\sum_{x=0}^{3} yf(x,y) = \sum_{y=0}^{3} yf_Y(y) = 0f_Y(0) + 1f_Y(1) + 2f_Y(2) + 3f_Y(3)$$
$$= 0 + 0.2875 + 2(0.1125) + 3(0.05) = 0.6625 \quad \#$$

5. จงหาความแปรปรวนร่วมกันของ X และ Y หรือ Cov(X,Y)

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$E(XY) = \sum_{y=0}^{3}\sum_{x=0}^{3} xyf(x,y) = f(1,1) + 2f(2,1) + 3f(3,1) + 4f(2,2) + 6f(3,2) + 9f(3,3)$$
$$= 0.1 + 2(0.125) + 3(0.0625) + 4(0.075) + 6(0.0375) + 9(0.05) = 1.5125$$
$$\text{Cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 1.5125 - (1.775)(0.6625) = 0.3365 \quad \#$$

ถ้าเก็บข้อมูลนักเรียนในโรงเรียนแห่วหนึ่งเพื่อศึกษาต่อระดับอุมศึกษา และจำนวนนักเรียนที่สนใจเข้าศึกษา มรภ.สวนสุนันทา (SSRU) จำนวน 400 คน และถามจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X) และจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y) ได้ดังข้อมูล

จำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU (Y)	จำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย (X)				รวม
	0	1	2	3	
0	20	90	80	30	220
1	0	40	50	15	105
2	0	0	30	25	55
3	0	0	0	20	20
รวม	20	130	160	90	400

1. จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y พร้อมหามาร์จินัลของ X และ Y

   วิธีทำ

$f(x,y)$	0	1	2	3	$f_Y(y)$
0	0.05	0.225	0.2	0.075	0.55
1	0	0.10	0.125	0.0375	0.2625
2	0	0	0.075	0.0625	0.1375
3	0	0	0	0.05	0.05
$f_X(x)$	0.05	0.325	0.4	0.225	

2. จงหาโอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา

   วิธีทำ พิจารณา

$$\begin{aligned} P(Y \geq 1) &= \sum_{y=1}^{3}\sum_{x=0}^{3} f(x,y) = \sum_{y=1}^{3} f_Y(y) \\ &= f_Y(1) + f_Y(2) + f_Y(3) = 0.2625 + 0.1375 + 0.05 = 0.45 \end{aligned}$$

   ดังนั้น โอกาสที่นักเรียนจะสนใจสาขาของ SSRU อย่างน้อย 1 สาขา เท่ากับ 0.45 $\#$

3. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจในมหาวิทยาลัย หรือ $E(X)$

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{x=0}^{3}\sum_{y=0}^{3} xf(x,y) = \sum_{x=0}^{3} xf_X(x) = 0f_X(0) + 1f_X(1) + 2f_X(2) + 3f_X(3) \\ &= 0 + 0.325 + 2(0.4) + 3(0.225) = 1.8 \quad \# \end{aligned}$$

4. จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนสาขาที่สนใจของ SSRU หรือ $E(Y)$

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{y=0}^{3}\sum_{x=0}^{3} yf(x,y) = \sum_{y=0}^{3} yf_Y(y) = 0f_Y(0) + 1f_Y(1) + 2f_Y(2) + 3f_Y(3) \\ &= 0 + 0.2625 + 2(0.1375) + 3(0.05) = 0.6875 \quad \# \end{aligned}$$

5. จงหาความแปรปรวนร่วมกันของ X และ Y หรือ Cov(X,Y)

   วิธีทำ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E(XY) &= \sum_{y=0}^{3}\sum_{x=0}^{3} xyf(x,y) = f(1,1) + 2f(2,1) + 3f(3,1) + 4f(2,2) + 6f(3,2) + 9f(3,3) \\ &= 0.1 + 2(0.125) + 3(0.0375) + 4(0.075) + 6(0.0625) + 9(0.05) = 1.5875 \\ \text{Cov}(X,Y) &= E(XY) - E(X)E(Y) = 1.5875 - (1.8)(0.6875) = 0.35 \quad \# \end{aligned}$$

ข้อ 23

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10 และความแปรปรวนเท่ากับ 8 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p)
และหา $P(|X-10|<3)$

วิธีทำ จะเห็นว่า $\mu = np = 10$ และ $\sigma^2 = npq = np(1-p) = 8$ จะได้ว่า

$$8 = 10(1-p)$$
$$0.8 = 1-p \qquad \therefore\ p = 0.2$$

และ $n = \frac{10}{0.2} = 50$ ฉะนั้น

$$P(|X-10|<3) = P(-3<X-10<3) = P(7<X<13)$$
$$= \sum_{n=8}^{12} b(x;50,0.2) = 0.6235$$

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 20 และความแปรปรวนเท่ากับ 12 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p)
และหา $P(|X-20|<3)$

วิธีทำ จะเห็นว่า $\mu = np = 20$ และ $\sigma^2 = npq = np(1-p) = 12$ จะได้ว่า

$$12 = 20(1-p)$$
$$0.6 = 1-p \qquad \therefore\ p = 0.4$$

และ $n = \frac{20}{0.4} = 50$ ฉะนั้น

$$P(|X-20|<3) = P(-3<X-20<3) = P(17<X<23)$$
$$= \sum_{n=18}^{22} b(x;50,0.4) = 0.5291$$

23.1 ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 16 และความแปรปรวนเท่ากับ 12 จงหาจำนวนครั้งของการทดลองทวินาม (n) ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ (p)
และหา $P(|X-16|<3)$

วิธีทำ จะเห็นว่า $\mu = np = 16$ และ $\sigma^2 = npq = np(1-p) = 12$ จะได้ว่า

$$12 = 16(1-p)$$
$$0.75 = 1-p \qquad \therefore\ p = 0.25$$

และ $n = \frac{16}{0.25} = 64$ ฉะนั้น

$$P(|X-16|<3) = P(-3<X-16<3) = P(13<X<19)$$
$$= \sum_{n=14}^{18} b(x;64,0.25) = 0.5292$$

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 2 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 6 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

วิธีทำ เป็นการแจกแจงเรขาคณิตที่มี $p = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ จะได้ว่า

$$P(X = 6) = g\left(6; \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^{6-1} = 0.0670$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 6 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรกเท่ากับ 0.0670 #

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 7 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

วิธีทำ เป็นการแจกแจงเรขาคณิตที่มี $p = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ จะได้ว่า

$$P(X = 7) = g\left(7; \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{7-1} = 0.0445$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 7 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรกเท่ากับ 0.0445 #

23.2 ถ้าทราบจากลูกค้า 12 คนที่เข้าในร้านขายขนมโบราณแห่งหนึ่งจะมีลูกค้าที่ซื้อ 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 10 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

วิธีทำ เป็นการแจกแจงเรขาคณิตที่มี $p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ จะได้ว่า

$$P(X = 10) = g\left(10; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{10-1} = 0.0087$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 10 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรกเท่ากับ 0.0087 #

ข้อ 24

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 4 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 1 ครั้ง

วิธีทำ พิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน จะได้ว่า

$$\begin{array}{cccccc}
(1,H,H) & (2,H,H) & (3,H,H) & (4,H,H) & (5,H,H) & (6,H,H) \\
(1,H,T) & (2,H,T) & (3,H,T) & (4,H,T) & (5,H,T) & (6,H,T) \\
(1,T,H) & (2,T,H) & (3,T,H) & (4,T,H) & (5,T,H) & (6,T,H) \\
(1,T,T) & (2,T,T) & (3,T,T) & (4,T,T) & (5,T,T) & (6,T,T)
\end{array}$$

เป็นการแจงแจงพหุนามโดยที่

E_1 คือเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ $x_1 = 4$ และ $p_1 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

E_2 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกัน $x_2 = 3$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

E_3 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกัน $x_2 = 2$ และ $p_2 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

E_4 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกัน $x_2 = 1$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
f\left(4,3,2,1;\frac{1}{2},\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\right) &= \frac{10!}{4!3!2!1!}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{8}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{8}\right)^1 \\
&= 0.0120
\end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวเท่ากับ 0.0120 $\quad\#$

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 4 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 1 ครั้ง

วิธีทำ พิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน จะได้ว่า

$$\begin{matrix} (1,H,H) & (2,H,H) & (3,H,H) & (4,H,H) & (5,H,H) & (6,H,H) \\ (1,H,T) & (2,H,T) & (3,H,T) & (4,H,T) & (5,H,T) & (6,H,T) \\ (1,T,H) & (2,T,H) & (3,T,H) & (4,T,H) & (5,T,H) & (6,T,H) \\ (1,T,T) & (2,T,T) & (3,T,T) & (4,T,T) & (5,T,T) & (6,T,T) \end{matrix}$$

เป็นการแจงแจงพหุนามโดยที่

E_1 คือเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ $x_1 = 3$ และ $p_1 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

E_2 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกัน $x_2 = 4$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

E_3 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกัน $x_2 = 2$ และ $p_2 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

E_4 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกัน $x_2 = 1$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f\left(3,4,2,1;\frac{1}{2},\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\right) &= \frac{10!}{3!4!2!1!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{8}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{8}\right)^1 \\ &= 0.0030 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวเท่ากับ 0.0030 #

24.1 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 2 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกันจำนวน 3 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกันจำนวน 2 ครั้ง
ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกันจำนวน 2 ครั้ง

วิธีทำ พิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน จะได้ว่า

$$\begin{array}{cccccc} (1,H,H) & (2,H,H) & (3,H,H) & (4,H,H) & (5,H,H) & (6,H,H) \\ (1,H,T) & (2,H,T) & (3,H,T) & (4,H,T) & (5,H,T) & (6,H,T) \\ (1,T,H) & (2,T,H) & (3,T,H) & (4,T,H) & (5,T,H) & (6,T,H) \\ (1,T,T) & (2,T,T) & (3,T,T) & (4,T,T) & (5,T,T) & (6,T,T) \end{array}$$

เป็นการแจงแจงพหุนามโดยที่

E_1 คือเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ $x_1 = 3$ และ $p_1 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

E_2 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นหัวเหมือนกัน $x_2 = 3$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

E_3 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นต่างกัน $x_2 = 2$ และ $p_2 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

E_4 คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญทั้งสองขึ้นก้อยเหมือนกัน $x_2 = 2$ และ $p_2 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f\left(3,3,2,2;\frac{1}{2},\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\right) &= \frac{10!}{3!4!2!2!}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{8}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{8}\right)^2 \\ &= 0.0060 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวเท่ากับ 0.0060 #

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 70% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

วิธีทำ ให้ X คือจำนวนนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่งในปีการศึกษา 2565 ค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เมื่อมีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน เท่ากับ $\lambda = 90 \cdot (0.7) = 63$ คน ดังนั้น $X \sim \text{Pois}(\lambda = 63)$ จะได้ว่า

$$P(X > 50) = \sum_{x=51}^{\infty} p(x; 63) = 0.9463$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง มากกว่า 50 คน เท่ากับ 0.9463

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 80% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

วิธีทำ ให้ X คือจำนวนนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่งในปีการศึกษา 2565 ค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เมื่อมีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน เท่ากับ $\lambda = 90 \cdot (0.8) = 72$ คน ดังนั้น $X \sim \text{Pois}(\lambda = 72)$ จะได้ว่า

$$P(X > 50) = \sum_{x=51}^{\infty} p(x; 72) = 0.9974$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง มากกว่า 50 คน เท่ากับ 0.9974

24.2 ในแต่ละปีการศึกษา จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยที่ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เท่ากับ 60% ของจำนวนของนักศึกษาที่ลงทะเบียน ในปีการศึกษา 2565 มีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน จงหา**ความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษา**ได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง **มากกว่า 50 คน**

วิธีทำ ให้ X คือจำนวนนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่งในปีการศึกษา 2565 ค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติมากกว่าครึ่ง เมื่อมีนักศึกษาลงทะเบียนจำนวน 90 คน เท่ากับ $\lambda = 90 \cdot (0.6) = 54$ คน ดังนั้น $X \sim \text{Pois}(\lambda = 54)$ จะได้ว่า

$$P(X > 50) = \sum_{x=51}^{\infty} p(x; 54) = 0.7251$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีนักศึกษาได้คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเกินครึ่ง มากกว่า 50 คน เท่ากับ 0.7251