



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561

รหัสวิชา MAP1404	ชื่อวิชา ทฤษฎีเซต	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันศุกร์ ที่ 5 ตุลาคม 2561	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	----------------------	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 หน้า จำนวน 10 ข้อ
2. เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
3. ห้ามใช้ เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
4. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. ห้าม นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงนิเสธของประพจน์ ถ้า $xy = 0$ แล้ว $x = 0$ หรือ $y = 0$

1.2 จงเขียนข้อความต่อไปนี้ในรูปสัญลักษณ์ ผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวนใด ๆ เป็นจำนวนบวกเสมอ

1.3 ให้ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $A = \{1, 2\}$ จงหา $B - A$

1.4 ให้ $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ และ $p(x)$ แทนข้อความ 3 ทหาร x ลงตัว
จงหาเซต B ที่เกิดจาก axiom of specification

1.5 ถ้าสับเซตแท้ของ A มี $\emptyset, \{\emptyset\}$ และ $\{\{\emptyset\}\}$ จงหาเซต A

1.6 ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A : x - 2y = 1\}$ จงหา r

1.7 ให้ $r = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : xy = x + 2\}$ จงหา $\text{Dom}(r)$

1.8 ให้ $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 2)\}$ และ $g = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$
จงหา $(f \circ g)(2) + (g \circ f)(2)$

1.9 ให้ $f = \{(1, 3), (2, -1), (3, 4)\}$ และ $g = \{(1, 2), (2, 3), (4, 2)\}$ จงหา $f + g$

1.10 ให้ $f(3x + 1) = 3x - 1$ จงหา $f^{-1}(-1)$

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (3 คะแนน) จงหานิเสธของประพจน์ $\forall x, y \in \mathbb{R}, (\forall \varepsilon > 0, |x - y| < \varepsilon) \rightarrow (x = y)$

2.2 (10 คะแนน) ให้ a เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า

$a + 1$ เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ $a^2 + 2$ เป็นจำนวนคี่

3. (10 คะแนน) จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้ โดยอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \quad \text{สำหรับจำนวนนับ } n \text{ ใด ๆ}$$

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (2 คะแนน) จงเขียนนิยามของ $A \subseteq B$ ในรูปสัญลักษณ์

$$A \subseteq B \leftrightarrow$$

4.2 (2 คะแนน) จงเขียนนิยามของ $A \not\subseteq B$ ในรูปสัญลักษณ์

$$A \not\subseteq B \leftrightarrow$$

4.3 (5 คะแนน) ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว $A \subseteq B$

4.4 (5 คะแนน) ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จงพิสูจน์ว่า $(A^c - B)^c = A \cup B$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ และ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ จงพิสูจน์ว่า

$$\text{ถ้า } A \subseteq B \text{ แล้ว } B^c \subseteq A^c$$

5.2 (5 คะแนน) จงยกตัวอย่างค้าน ที่ทำให้ประพจน์ต่อไปนี้เป็นเท็จ

$$\text{ถ้า } \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B \cup C) \text{ แล้ว } \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B) \cup \mathcal{P}(C)$$

6. (8 คะแนน) ให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จงพิสูจน์ว่า $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

7. กำหนดให้ $r = \{(1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3)\}$

สำหรับจำนวนนับ n ใด ๆ นิยาม r^n หมายถึง $r \circ r \circ \dots \circ r$ (คอมโพสิท n ครั้ง)

จงหา

7.1 (2 คะแนน) r^2

7.2 (2 คะแนน) r^3

7.3 (2 คะแนน) r^4

7.4 (3 คะแนน) r^{2561}

8. (8 คะแนน) ให้ r เป็นความสัมพันธ์บนจำนวนเต็ม นิยามโดย

$$x r y \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad 2 \mid (x + y + 2)$$

จงแสดงว่า r เป็นความสัมพันธ์สมมูล (equivalent relation) และหาชั้นสมมูล (equivalent class) ทั้งหมด

9. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{เมื่อ } x > 0 \\ -x^2 + 1 & \text{เมื่อ } x \leq 0 \end{cases}$$

9.1 (8 คะแนน) จงแสดงว่า f เป็นฟังก์ชัน 1-1 แบบทั่วถึง

9.2 (5 คะแนน) จงหา $f^{-1}(x)$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (4 คะแนน) ให้ $f : A \rightarrow B$ เมื่อ $S \subseteq B$ และ $T \subseteq B$ จงพิสูจน์ว่า

$$f^{-1}(S \cap T) = f^{-1}(S) \cap f^{-1}(T)$$

10.2 (6 คะแนน) ให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ นิยามโดย $f(x) = x^2 + 1$

จงหาภาพและภาพผกผันต่อไปนี้ โดยวาดกราฟประกอบคำอธิบาย

(ก) $f([-1, \infty))$

(ข) $f^{-1}((1, 10))$