



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

| | | | |
|---------------------|------------------------|--|-------------------------------|
| รหัสวิชา MAP1405 | ชื่อวิชา ทฤษฎีจำนวน | วันเวลาสอบ เวลา 13:00 - 16:00 วันศุกร์ ที่ 9 มีนาคม 2561 | คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30% |
|---------------------|------------------------|--|-------------------------------|

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
2. เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
3. ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
4. ไม่นอญญาติให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

| | | | | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|
| ข้อที่ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | รวม |
| คะแนน | | | | | | | | | | | |

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 ถ้า 6 หาร a และ b เหลือเศษ 3 และ 4 ตามลำดับ แล้ว 6 หาร $a^3 + b^2$ เหลือเศษเท่าใด _____

1.2 ให้ $a337$ เป็นเลขสี่หลักและ $3 \mid a337$ จงหา a ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ _____

1.3 จงหาจำนวนเต็ม a ที่มากที่สุดที่สอดคล้อง $a \mid [(a + 1)^2 + 4]^2$ _____

1.4 ให้ $N = 20a3b$ เป็นเลขห้าหลัก ซึ่ง $55 \mid N$ จงหาจำนวนเต็ม N ที่น้อยที่สุด _____

1.5 จงหาค่าของ $\gcd(65, -403)$ _____

1.6 ถ้ามีจำนวนเต็ม x, y ซึ่ง $2561x + 2018y = 1$ จงหา $\gcd(2561, y)$ _____

1.7 ให้ $a, b \in \mathbb{Z}$ ซึ่ง $\gcd(a, b) = 13$ และ $ab = 585$ จงหา $\text{lcm}(a, b)$ _____

1.8 จงตัวอย่างจำนวนเฉพาะ P มาอย่างน้อยหนึ่งจำนวน เมื่อ $P = 5a7$ เป็นเลขสามหลัก _____

1.9 จงหาจำนวนตัวหารทั้งหมดของ 2018 _____

1.10 ถ้ารูปแบบบัญญัติ $2561 = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2}$ จงหาค่าของ $p_1 + p_2$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็ม และ ทั้งหมด ที่สอดคล้องสมการ $a^2 + b^2 + 9 = 2(2a + b + 2)$

2.2 (6 คะแนน) จงพิสูจน์โดยหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ว่า

$$2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 \cdots (4n - 2) = \frac{(2n)!}{n!} \quad \text{สำหรับจำนวนนับ } n$$

3. (10 คะแนน) จงพิสูจน์ว่า $24 \mid n(n^2 - 1)$ ทุกจำนวนเต็ม n
(ข้อเสนอแนะ: ใช้ขั้นตอนการหาร และทฤษฎีบทที่ว่า ถ้า $a \mid c$ และ $b \mid c$ และ $\gcd(a, b) = 1$ แล้ว $ab \mid c$)

4. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) จงหาเลขสองหลักสุดท้ายของ 7^{2018}

4.2 (5 คะแนน) ถ้า $N = 8a8b8a8$ เป็นจำนวนเต็มเจ็ดหลัก ซึ่ง $33 \mid (N + 111111)$ จงหา N ทั้งหมดที่เป็นไปได้

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็ม a ทั้งหมดที่สอดคล้อง $(a + 2) \mid (2a^2 + 1)$

5.2 (5 คะแนน) จงพิสูจน์ข้อความ $3 \mid (2 \cdot 7^n - 5)$ สำหรับจำนวนนับ n โดยวิธีหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (5 คะแนน) สำหรับจำนวนเต็ม a, b, c ที่ไม่มี 2 ตัวเป็นศูนย์พร้อมกัน จงแสดงว่า

$$\text{ถ้า } \gcd(a, c) = 1 \text{ และ } \gcd(b, c) = 1 \text{ แล้ว } \gcd(ab, c) = 1$$

6.2 (5 คะแนน) จำนวนเต็มตั้งแต่ 200 ถึง 600 ที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 15 มีกี่จำนวน

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (6 คะแนน) จงหาจำนวนเต็ม x, y ซึ่ง $443x + 729y = 1$

7.2 (4 คะแนน) จงหา $\gcd(14097, 14351)$ พร้อมแสดงวิธีการหา

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (5 คะแนน) ให้ n เป็นจำนวนคู่บวก จงพิสูจน์ว่า $\text{lcm}(n, n + 2) = \frac{1}{2}n(n + 2)$

8.2 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดซึ่ง 7 หาร n เหลือเศษเท่ากับ 4 เมื่อ 9 และ 11 หาร $n - 2$ ลงตัว

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (6 คะแนน) จงหาจำนวนประกอบที่น้อยที่สุดที่อยู่ในรูป $n^2 + n + 17$ เมื่อ $n \in \mathbb{Z}$ ซึ่ง $n \geq 0$

9.2 (7 คะแนน) ให้ x, y เป็นจำนวนเต็มในรูปแบบบัญญัติดังนี้

$$x = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

$$y = 2^5 \cdot 3^a \cdot 5^b \cdot 7^4$$

ถ้า $\gcd(x, y) = 2^3 \cdot 3^b \cdot 5^2 \cdot 7^3$ และ $\text{lcm}(x, y) = 2^5 \cdot 3^a \cdot 5^2 \cdot 7^4$

จงหาตัวหารทั้งหมดของ $25^{a-2} \cdot 2^b \cdot 5^{b-1}$ โดยแสดงแผนภาพ

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (6 คะแนน) ให้ $N = 10! \cdot 15!$

(ก) (4 คะแนน) จงเขียน N ในรูปแบบบัญญัติ

(ข) (2 คะแนน) N มีตัวหารทั้งหมดกี่ตัว

10.2 (5 คะแนน) จงบอกความรู้สึกที่เกิดขึ้นหลังจากได้จากรียนทฤษฎีจำนวนในส่วนแรก