มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

รหัสวิชา	**ชื่อวิชา**	**วันเวลาสอบ**	**คะแนนเต็ม**
MAP2405	สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	เวลา 8:00 - 11:00 วันอังคาร ที่ 8 ตุลาคม 2562	105 คะแนน 30%

ชื่อ-สกุล..... **รหัสนักศึกษา**.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 **หน้า จำนวน** 10 **ข้อ**
2. เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วย**ตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า**
3. **ห้ามใช้** เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
4. **ไม่อนุญาต**ให้นำเอกาสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
5. **ห้าม** นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. หากมี**การทุจริต**ในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	**รวม**
คะแนน											

กำหนดให้

$$\int \tan x dx = \ln|\sec x| + C \qquad \int \sec x dx = \ln|\sec x + \tan x| + C$$
$$\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C \qquad \int \csc x dx = \ln|\csc x - \cot x| + C$$

1. **(10 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 จงบอก **ดีกรี** (degree) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\sqrt[3]{y'' + y} = xy' + y''$ _____

1.2 ถ้า $y = Ax^2$ เป็น**ผลเฉลยเฉพาะ**ของสมการ $y'' + 2xy' + y = 6 + 15x^2$ จงหา A _____

1.3 ถ้ารอนสเกรียน $W(y_1, y_2; x) = x\left(1 - \frac{1}{x}\right) + (1 - x)$ ทุก ๆ $x > 0$ _____

แล้ว y_1, y_2 เป็นอิสระเชิงเส้นต่อกันบนช่วงปกติ $(0, \infty)$ หรือไม่

1.4 **จำนวนค่าคงที่ไม่เจาะจง**ของผลเฉลยเติมเต็ม (y_c) ของสมการ $e^x y^{(6)} + xy' = \cos x$ _____

มีทั้งหมดกี่จำนวน

1.5 จงหา**ผลเฉลยมูลฐาน**ของสมการ $y'' + 4y = 0$ _____

1.6 ถ้า $y = 3(c_1 e^x + \cos x) - 4(x \sin x - 2c_2 x e^x)$ **เป็นผลเฉลยบริบูรณ์**ของเชิงอนุพันธ์ _____

อันดับสองไม่เอกพันธุ์ จงหา**ปริพันธ์เฉพาะ** (y_p)

1.7 ให้ $m = 1, 1, 1 \pm i$ เป็นรากของสมการช่วยที่ได้จากสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับ 4 _____

จงหา**ผลเฉลยบริบูรณ์**ของสมการนี้

1.8 จงหานิพจน์ของ $(D^2 + D)\sin^2 x$ _____

1.9 จงหา**ตัวดำเนินการลบล้าง**ของ $(x \cos x)^2$ _____

1.10 จงหา**ปริพันธ์เฉพาะ** (y_p) ของสมการ $3y''' - y'' + y = e^{-x}$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. **(12 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 **(6 คะแนน)** จงหาผลเฉลยของเฉพาะของสมการ $\frac{dy}{dx} = \frac{e^{-y^2}}{yx^2 + y}$ เมื่อ $y(0) = 0$

2.2 **(6 คะแนน)** จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(x^2 + 2y^2)dx + 3xydy = 0$

3. **(12 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 **(6 คะแนน)** จงหาผลเฉลยของเฉพาะของสมการ $\cos x \dfrac{dy}{dx} + y = \cos^2 x$ เมื่อ $y(0) = 0$

3.2 **(6 คะแนน)** ให้ y_1 และ y_2 เป็นผลเฉลยของสมการ $ay'' + by' + cy = 0$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว จง**พิสูจน์**ว่า $y = c_1 y_1 + c_2 y_2$ เป็นผลเฉลยของสมการนี้ด้วย เมื่อ c_1, c_2 เป็นค่าคงตัวไม่เจาะจง

4. **(14 คะแนน)** จงตอบคำถามต่อไปนี้

   4.1 **(7 คะแนน)** จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $x, \sin^2 x, \cos^2 x$ เป็นอิสระเชิงเส้นต่อกันบน $\mathbb{R}$ หรือไม่

   4.2 **(7 คะแนน)** จงใช้ฟังก์ชัน $1, x^2, x^2 \ln x$ หาผลเฉลยบริบูรณ์ของสมการ $xy'' - y' = 2x$
   (พร้อมพิสูจน์เพื่อยืนยันคำตอบตามทฤษฎีบท)

5. **(9 คะแนน)** จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการต่อไปนี้ **โดยใช้สมการช่วย**

5.1 **(4 คะแนน)** $y^{(4)} - 8y'' - 9y = 0$

5.2 **(5 คะแนน)** $y^{(7)} - y' = 0$

6. **(10 คะแนน)** กำหนดให้ $D = \dfrac{d}{dx}$ จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 **(5 คะแนน)** ให้ $L_1 = D + xD$ และ $L_2 = D^2 - xD$ เป็นตัวดำเนินการเชิงเส้น จงหา $L_1 L_2$

6.2 **(5 คะแนน)** จงหานิพจน์ของ $(xD + 1)(xD - 1)(xe^{-x})$

7. **(10 คะแนน)** จงใช้**ตัวดำเนินการ** หาผลเฉลยของสมการต่อไปนี้

7.1 **(5 คะแนน)** จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(D^4-16)^2(D+2)^2(D^2+2D+17)^2(D^2-2D)y=0$

7.2 **(5 คะแนน)** จงหาผลเฉลยเฉพาะ $y''-2y'+2y=0$ เมื่อ $y(0)=1$ และ $y'(0)=-1$

8. **(9 คะแนน)** จงหาผลเฉลยของสมการ $y'' + y' - 2y = 18xe^x$ **โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์**

9. **(12 คะแนน)** จงหา จงหา**ปริพันธ์เฉพาะ** (y_p) ของสมการต่อไปนี้ **โดยใช้ตัวดำเนินการผกผัน**

   9.1 **(6 คะแนน)** $(D^2+1)y = x\cos x$

9.2 **(6 คะแนน)** $y'' + 4y = \sin 3x \cos x$

10. **(7 คะแนน)** จงหาผลเฉลยบริบูรณ์ของสมการ $xy' + y = \sec^2 x$ **โดยการแปรพารามิเตอร์**