



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

รหัสวิชา MAP1404	ชื่อวิชา ทฤษฎีเซต	วันเวลาสอบ เวลา 9:00 - 12:00 วันศุกร์ ที่ 6 ตุลาคม 2560	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	----------------------	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

ผู้สอน อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้ลงในช่องว่างโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ

1.1 จงหานิเสธของข้อความ "มีนักเรียนบางคนเป็นคนที่น่ารักและใจดี"

1.2 จงหาสมมูลของข้อความ "ถ้า $5 > 2$ แล้ว $5 = 2$ หรือ $5 < 2$ " โดยใช้กฎแย้งกลับที่ (contrapositive)

1.3 ถ้าสับเซตของ A ทั้งหมดที่มีสมาชิก 3 ตัวเท่ากับ 10 สับเซต แล้ว A มีสมาชิกกี่ตัว

1.4 ให้ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A - B = \{1, 3, 5, 7\}$ และ $B - A = \{2, 4, 6\}$ จงหา $A \cap B$

1.5 กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ และ $p(x)$ แทนข้อความ " $x^2 + 1$ เป็นจำนวนคี่" ถ้าเซต B สร้างโดยสัจพจน์แบบเฉพาะเจาะจง (axiom of specification) จงหาจำนวนสมาชิกของเซต B

1.6 ให้ $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ และ $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $A \times B$

1.7 ให้ $r = \{(x, y) : y = x^2\}$ และ $s = \{(x, y) : y = x + 2\}$ เป็นความสัมพันธ์บน \mathbb{R} จงหา $\text{Dom}(r \cap s)$

1.8 ให้ $r = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 5)\}$ และ s เป็นความสัมพันธ์บน $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ถ้า $r \cup s$ มีสมบัติสมมาตร (symmetric) จงหา s ที่เป็นไปได้

1.9 ในโพเซต $(\mathbb{Z}, |)$ ถ้า $B = \{16, 36, 48\}$ จงหา $\sup B$

1.10 ถ้า $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(\emptyset)$ จงหาเซต A ที่เป็นไปได้

2. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

2.1 (6 คะแนน) สำหรับจำนวนเต็ม x ใดๆ x เป็นจำนวนคี่ ก็ต่อเมื่อ $2017x$ เป็นจำนวนคี่

2.2 (6 คะแนน) มีจำนวนเต็ม x เพียงจำนวนเดียวเท่านั้นที่ทำให้ $3x^2 - x = 2$

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (4 คะแนน) สับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{1\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, 1\}, \{1, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

จงหาเซต $A - \{\emptyset\}$

3.2 (6 คะแนน) กำหนดให้

$$A = \{a + b : a = 3m + 2 \text{ และ } b = 3n + 5 \text{ เมื่อ } m, n \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{3k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$$

จงแสดงว่า $A = B$

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) ให้ A, B, C และ D เป็นเซต จงแสดงว่า $(A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D)$

4.2 (5 คะแนน) ให้ A, B และ C เป็นเซต ข้อความต่อไปนี้จริงหรือเท็จ ถ้าจริงจงพิสูจน์ถ้าเท็จจงยกตัวอย่างค้าน
ถ้า $A \subseteq B \cup C$ แล้ว $A \subseteq B$ หรือ $A \subseteq C$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) ให้ $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{Z} : |x| < 30\}$

$$A = \{x \in \mathcal{U} : 3 \mid x\}$$

$$B = \{x \in \mathcal{U} : 2 \mid x\}$$

จงหาจำนวนสมาชิกของ $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B^c)$

5.2 (5 คะแนน) ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ จงพิสูจน์ว่า $A = B$ ก็ต่อเมื่อ $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (4 คะแนน) ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ และ $B = \{6, 7, 8, \dots, 20\}$
จงหาจำนวนสมาชิกของ $(A \times B) - (B \times A)$

6.2 (6 คะแนน) ให้ A, B และ C เป็นเซต จงแสดงว่า

$$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$$

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ และ

$$r = \left\{ (x, y) \in A \times A : y = \frac{x+3}{8} \right\}$$

จงแจกแจงสมาชิกของ r และหา $\text{Dom}(r)$ และ $\text{Ran}(r)$

7.2 (5 คะแนน) ให้ r และ s เป็นความสัมพันธ์ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $r^{-1} \subseteq s$ แล้ว $\text{Ran}(r) = \text{Ran}(s^{-1})$

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (5 คะแนน) ให้ r เป็นความสัมพันธ์บน A จงเขียนนิยาม สมบัติของความสัมพันธ์ทั้ง 5 ข้อ

1. สะท้อน (Reflexive)
2. สมมาตร (Symmetric)
3. ถ่ายทอด (Transitive)
4. ปฏิสมมาตร (Antisymmetric)
5. Total

8.2 (5 คะแนน) ให้ r เป็นความสัมพันธ์บน A จงพิสูจน์ว่า r มีสมบัติสมมาตร ก็ต่อเมื่อ r^{-1} มีสมบัติสมมาตร

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (6 คะแนน) ให้ $(A, |)$ เมื่อ $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ จงเขียนแผนภาพเฮสเส (Hessa diagram) และหาค่าสูงสุดเฉพาะกลุ่ม (maximal element) และค่าต่ำสุดเฉพาะกลุ่ม (minimal element)

9.2 (6 คะแนน) ให้โพเซต $(A, |)$ เมื่อ $A = \{2, 4, 6, \dots, 5000\}$ กำหนดให้ $B = \{84, 378, 504\}$ จงหา $B_U, B_L, \inf B$ และ $\sup B$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) ให้ $A = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, X, \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\}$

พิจารณาโพเซต (A, \subseteq) ถ้าโพเซตนี้เป็น chain ที่มีสมาชิกตัวมากที่สุด (the greatest element) คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 จงหาเซต X ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

10.2 (6 คะแนน) สมมติว่าคุณได้ฝึกสอนในโรงเรียนแห่งหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม.4 ในคาบหนึ่งคุณได้ทำการสอนเรื่องเซตกำลัง (power set) ปรากฏว่าหลังจบการสอนมีนักเรียนคนหนึ่งเกิดข้อสงสัยว่า

ครูครับ... จำนวนสมาชิกของเซตกำลังเป็นจำนวนคี่ได้ไหมครับ

คุณจะอธิบายอย่างไรให้นักเรียนเข้าใจ เพื่อขจัดข้อสงสัยดังกล่าว