



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

รหัสวิชา MAT2203	ชื่อวิชา ทฤษฎีจำนวน	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันอังคาร ที่ 4 ตุลาคม 2559	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 30%
---------------------	------------------------	-----------------------------------------------------------------	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 ถ้า 7 หาร a และ b เหลือเศษ 2 และ 5 ตามลำดับ แล้ว 7 หาร $a^2 + b^2$ เหลือเศษเท่าใด _____

1.2 เลขท้ายของ 7^{77} คือเลขใด _____

1.3 ถ้า $a125a64$ เป็นเลข 7 หลักที่ 9 หารลงตัว จงหาเลขโดด a _____

1.4 จงยกตัวอย่างค้านข้อความ "สำหรับ $a, b \in \mathbb{Z}$ ถ้า $a \mid c$ และ $b \mid c$ แล้ว $ab \mid c$ " _____

1.5 ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะที่มากกว่า 5 ซึ่ง $p \mid (140^3 + p)^{123}$ จงหา p _____

1.6 จงหา $\gcd(4875, 4095)$ _____

1.7 ให้ n เป็นจำนวนเต็มคี่ จงหา $\gcd(n^2 - 1, n^2 + 1)$ _____

1.8 ถ้า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ $\text{lcm}(a, b) = 299$ จงหา $a + b$ _____

1.9 จงหาจำนวนตัวหารทั้งหมดของ 2700 _____

1.10 จงยกตัวอย่างจำนวนพาลินโดมสามหลักที่เป็นจำนวนเฉพาะมาอย่างน้อย 1 จำนวน (จำนวนพาลินโดม คือจำนวนที่อ่านจากซ้ายไปขวาเหมือนกับขวาไปซ้าย) _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (5 คะแนน) เมื่อนำ 8 ไปหารจำนวน $1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ จะเหลือเศษเท่าใด

2.2 (8 คะแนน) จงพิสูจน์ว่าสำหรับจำนวนนับ n ใดๆ $6 \mid (n + 2)(n^2 + 4n + 3)$ โดยใช้ขั้นตอนการหาร (Division Algorithm)

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็ม n ทั้งหมดที่สอดคล้องกับ $(n + 1) \mid (n^2 + 1)$

3.2 (8 คะแนน) จงพิสูจน์ว่า $21 \mid (4^{n+1} + 5^{2n-1})$ ทุกๆจำนวนนับ n โดยใช้วิธีอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

4. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) ให้ a, b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์พร้อมกัน และ $c \in \mathbb{Z}$ เมื่อ $d = \gcd(a, b)$ จงพิสูจน์ว่า

$$a \mid b \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad \frac{a}{d} \mid c$$

4.2 (5 คะแนน) ให้ d เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ซึ่ง 1059, 1417 และ 2312 หารด้วย d แล้วเหลือเท่ากันคือ r จงหา $d + r$

5. จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) กำหนดให้ $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ จงหาจำนวนสามหลักหลัก abc ที่มีค่ามากที่สุดโดยสอดคล้องเงื่อนไข

$$abc = ab + ba + ac + ca + bc + cb$$

เมื่อ ab, ba, ac, ca, bc, cb เป็นจำนวนสองหลัก

5.2 (5 คะแนน) ถ้า abc เป็นจำนวนเต็มบวกสามหลักซึ่งแต่ละหลักไม่ซ้ำกันและสอดคล้องกับ

$$3 \mid (abc - a), \quad 5 \mid (abc - b) \quad \text{และ} \quad 13 \mid (abc - c)$$

จำนวนเต็มบวก abc ทั้งหมดที่สอดคล้องสมบัติข้างต้นมีจำนวนใดบ้าง

6. จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (3 คะแนน) จงแสดงว่า 3 หาร $3^n + 5^n$ ไม่ลงตัว ทุกๆจำนวนนับ n

6.2 (4 คะแนน) ให้ a, b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์พร้อมกัน และ $d \in \mathbb{Z}^+$ จงแสดงว่า

$$\text{ถ้า } \gcd(a, b) = d \text{ แล้ว } \gcd(a^2, b^2) = d^2$$

-
7. (8 คะแนน) ให้ $d = \gcd(567, 345)$ จงหาจำนวนเต็ม d, x, y ซึ่งสอดคล้องสมการ $d = 567x + 345y$

8. จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 4, 5, 6 และ 7 แล้วเหลือเศษ 2, 3, 4, 5 และ 6

8.2 (5 คะแนน) ให้ $d, n \in \mathbb{N}$ จงพิสูจน์ว่า $d \mid n$ แล้ว $(2^d - 1) \mid (2^n - 1)$ (ข้อเสนอแนะ ใช้อนุกรมเรขาคณิต)

9. จงตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 (4 คะแนน) จงเขียนจำนวน $(20!)^5$ ในรูปแบบบัญญัติ (Canonical form)

9.2 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่มากที่สุดที่ทำให้ 10^n หาร $1000!$

9.3 (5 คะแนน) ให้ a เป็นจำนวนเต็มลงท้ายด้วยศูนย์ทั้งหมด 7 ตัว และอยู่ในรูปแบบบัญญัติ

$$a = 2^p \cdot 3^2 \cdot 5^q \cdot 7^2 \cdot 11^4$$

ถ้า p, q เป็นจำนวนเต็มที่ $p > q$ และ a มีจำนวนตัวหารทั้งหมด 4320 ตัว จงหา $p + q$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (5 คะแนน) จงหาจำนวนเฉพาะที่ใหญ่ที่สุด (พร้อมแสดงว่าเป็นจำนวนเฉพาะโดยใช้ทฤษฎี) ที่หาร $200!$ ลงตัว

10.2 (5 คะแนน) จงตรวจสอบว่าจำนวน $\sqrt{(20)(21)(22)(23) + 1}$ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่