



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559

รหัสวิชา MED1401	ชื่อวิชา หลักการคณิตศาสตร์ สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันพฤหัสบดี ที่ 6 ตุลาคม 2559	คะแนนเต็ม 104 คะแนน 30%
---------------------	--	---	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า จำนวน 12 ข้อ
- เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อ

.....

อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.ธัญชศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	รวม
คะแนน													

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงหานิเสธของข้อความ "สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ ถ้า $x > 0$ แล้ว $x^2 > 0$ "

1.2 จงหา x ที่ทำให้ข้อความนี้เป็นจริง $\exists x \in \mathbb{R}, x = \sin \pi x$

1.3 จงเขียนข้อความแย้งสลับที่ (contrapositive) ของข้อความ $\sim p \rightarrow (q \vee r)$

1.4 การพิสูจน์ข้อความที่มีเพียงหนึ่งเดียว (Uniqueness) ของ $\exists! x \in \mathcal{U}, p(x)$ ต้องพิสูจน์อะไรบ้าง

1.5 จงหา $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} [1 - \frac{1}{n}, 1)$

1.6 จงยกตัวอย่างค้าน (counter example) ข้อความ สำหรับเซต A, B และ C ถ้า $A \cap B = A \cap C$ แล้ว $B = C$

1.7 ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 7\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่มีสมาชิกเพียง 2 ตัว

1.8 ให้ $r = (1, 2), (3, 4), (5, 6)$ และ $s = \{(2, 1), (2, 4), (6, 2)\}$ จงหา $r \circ s$

1.9 ให้ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{1-x}\}$ จงหา $\text{Dom}(r)$ และ $\text{Im}(r)$

1.10 ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ และผลแบ่งกัน $\Pi = \{\{1, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}\}$ จงหา A/Π

ข้อ 2 ถึง 12 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงเขียนประโยคต่อไปนี้ในรูปประโยคสัญลักษณ์พร้อมทั้งหานิเสธของข้อความนั้น

2.1 (3 คะแนน) ไม่ว่า x จะเป็นจำนวนจริงใดก็ตาม $x \neq 0$ ก็ต่อเมื่อ $x^2 > 0$

2.2 (3 คะแนน) ผลคูณของจำนวนตรรกยะและอตรรกยะเป็นจำนวนอตรรกยะ

3. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์ $U = \{-1, 0, 1\}$ จงตรวจสอบค่าความจริงของข้อความต่อไปนี้

3.1 (3 คะแนน) $\forall x \exists y, xy = 1$

3.2 (3 คะแนน) $\exists x \forall y, x \neq y \rightarrow x^2 \geq y$

4. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

4.1 (5 คะแนน) สำหรับจำนวนเต็ม a ถ้า $a^2 + 1$ เป็นจำนวนเต็มคี่ แล้ว $a^{100} + 1$ เป็นจำนวนเต็มคี่

4.2 (10 คะแนน) ให้ x เป็นจำนวนเต็มใดๆ

$x + 1$ เป็นจำนวนเต็มคู่ ก็ต่อเมื่อ $x^2 + x + 3$ เป็นจำนวนเต็มคี่

5. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

5.1 (5 คะแนน) จงพิสูจน์ข้อความ $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 + x - 1 \neq 0$ โดยวิธีขัดแย้ง (contradiction)

5.2 (5 คะแนน) จงพิสูจน์ว่ามีจำนวนตรรกยะ p เพียงตัวเดียวที่ทำให้ $(\sqrt{2} - 2)(2\sqrt{2} + p) = 2 - 3\sqrt{2}$

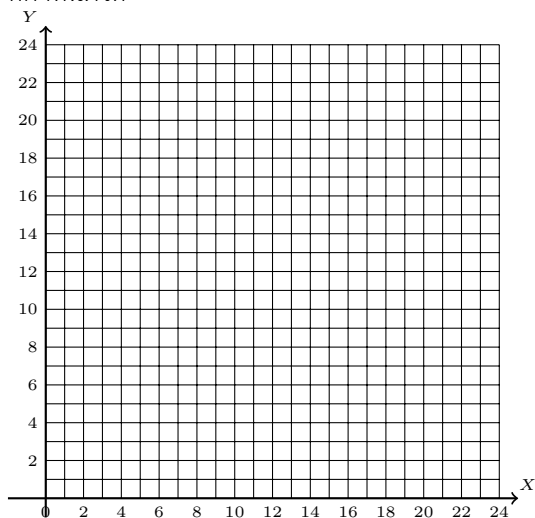
6. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้โดยวิธีอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical induction)

6.1 (4 คะแนน) สำหรับจำนวนนับ n ใดๆ $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

6.2 (6 คะแนน) จงหา n_0 ที่ทำให้ข้อความ $n^3 < 3^n$ เป็นจริง และพิสูจน์ข้อความดังกล่าวเป็นจริงทุกๆจำนวนนับ $n \geq n_0$

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงหาแจกแจงสมาชิกของ $r = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid xy + y - x - 25 = 0\}$ พร้อมทั้งแผนภาพในกราฟที่กำหนดให้



7.2 (5 คะแนน) ให้ A, B และ C เป็นเซตไม่ว่าง จงพิสูจน์ว่า $A \cup B = A \cap B$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$

8. จงหาผลตัดและผนวกของเซตต่อไปนี้ และพิสูจน์คำตอบดังกล่าว

8.1 (4 คะแนน) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n})$

8.2 (4 คะแนน) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} (2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n})$

9. ให้ $x, y \in \mathbb{R}$ นิยามความสัมพันธ์ r คือ

$$x r y \text{ ก็ต่อเมื่อ } y = \sqrt{9 - x^2}$$

9.1 (3 คะแนน) จงหา $\text{Dom}(r)$ พร้อมทั้งพิสูจน์

9.2 (3 คะแนน) จงหา $\text{Im}(r)$ พร้อมทั้งพิสูจน์

10. ให้ $x, y \in \mathbb{Z}$ นิยามความสัมพันธ์ r คือ

$$x r y \text{ ก็ต่อเมื่อ } 2 \mid (x + y)$$

10.1 (6 คะแนน) จงแสดงว่า r เป็นความสัมพันธ์สมมูล (equivalence relation)

10.2 (4 คะแนน) จงหาชั้นสมมูล (equivalence class) ทั้งหมดของ r

11. (6 คะแนน) ให้ r เป็นความสัมพันธ์บน $A \neq \emptyset$ จงพิสูจน์

11.1 (4 คะแนน) จงแสดงว่า ถ้า r มีสมบัติสมมาตร (symmetric) แล้ว $r \circ r$ มีสมบัติสมมาตร

11.2 (4 คะแนน) ให้ r เป็นความสัมพันธ์บน A จงพิสูจน์ว่า $\forall x, y \in A, [x]_r \neq [y]_r \leftrightarrow [x]_r \cap [y]_r = \emptyset$

12. (5 คะแนน) ให้ A, B, C และ D เป็นเซตใดๆ ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B และ s เป็นความสัมพันธ์จาก B ไป C และ t เป็นความสัมพันธ์จาก C ไป D จงแสดงว่า

$$t \circ (s \circ r) = (t \circ s) \circ r$$