



มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2560

รหัสวิชา MED2403	ชื่อวิชา สมการเชิงอนุพันธ์ สำหรับครู	วันเวลาสอบ เวลา 13:00 - 16:00 วันจันทร์ ที่ 25 มิถุนายน 2561	คะแนนเต็ม 105 คะแนน 35%
---------------------	--	--	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 11 หน้า จำนวน 10 ข้อ
2. เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และตอนเรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
3. ห้ามใช้ เครื่องคำนวณ และอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดในขณะที่สอบ
4. อนุญาตให้นำใบสูตรที่แจกให้โดยไม่มีข้อความที่เขียนเพิ่มเติมใด ๆ เข้าห้องสอบได้
5. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารการเรียน ตำราเรียนทุกชนิดเข้าห้องสอบ
6. ห้าม นำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
7. หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน ดร.ธัญยศ จำปาหวาย

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
คะแนน											

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ (ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน)

1.1 จงบอก **อันดับ** (order) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\sqrt{y' + y} = xy'$ _____

1.2 ถ้า $y = Ax^2$ เป็นผลเฉลยเฉพาะของสมการ $y'' + xy' + y = 4 + 6x^2$ จงหา A _____

1.3 ถ้าสมการ $c_1x + c_2 \sin x = 0$ ทุก ๆ $x \in \mathbb{R}$ จงยกตัวอย่างค่า c_1, c_2 และเลือกค่า x ที่ทำให้ $x, \sin x$ **ไม่เป็น**อิสระเชิงเส้นต่อกัน _____

1.4 **จำนวนค่าคงที่ไม่เจาะจง**ของผลเฉลยเต็มเต็ม (y_c) สมการ $y^{(5)} + xy = \cos x$ มีทั้งหมดกี่จำนวน _____

1.5 จงหาผลเฉลยมูลฐานของสมการ $y''' - 8y = 0$ _____

1.6 ถ้า $y = 4(c_1 \cos x + e^x) + 5(\cos 2x - c_2 \sin x)$ เป็นผลเฉลยบริบูรณ์ของเชิงอนุพันธ์อันดับสองไม่เอกพันธ์ จงหา**ปริพันธ์เฉพาะ** (y_p) _____

1.7 จงหาผลเฉลยบริบูรณ์ของสมการ $y'' - 2y' + 2y = 0$ _____

1.8 จงหานิพจน์ของ $(D^2 + D)(xe^x + e^x)$ _____

1.9 จงหา**ตัวดำเนินการ**ลบข้างของ $x^2e^x \sin^2 x$ _____

1.10 จงหา**ปริพันธ์เฉพาะ**ของสมการ $y''' + y'' + 2y = e^{2x}$ _____

ข้อ 2 ถึง 10 จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยของเฉพาะของสมการ $\frac{dy}{dx} = (x - xy)e^x$ เมื่อ $y(0) = 0$

2.2 (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(x^2 + y^2)dx + 3xydy = 0$

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(\sin x + \cos y)dx = (y + x \sin y)dy$

3.2 (6 คะแนน) จงหาผลเฉลยของเฉพาะของสมการ $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$ เมื่อ $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

4. จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 (8 คะแนน) จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน e^x, xe^x, x^2e^x เป็นอิสระเชิงเส้นต่อกันหรือไม่

4.2 (8 คะแนน) จงใช้ฟังก์ชัน $x^{-2}, x, x \ln x$ หาผลเฉลยปริบูรณ์ของสมการ $x^2y'' + 2xy' - 2y = x$
(พร้อมพิสูจน์เพื่อยืนยันคำตอบตามทฤษฎีบท)

5. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการต่อไปนี้ โดยใช้สมการช่วย

5.1 (4 คะแนน) $y^{(4)} - 3y'' - 4y = 0$

5.2 (6 คะแนน) $y^{(6)} - y = 0$

6. กำหนดให้ $D = \frac{d}{dx}$ จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1 (5 คะแนน) ให้ $L_1 = D - xD$ และ $L_2 = xD^2 + D$ เป็นตัวดำเนินการเชิงเส้น จงหา L_1L_2

6.2 (4 คะแนน) จงหาฟังก์ชันของ $(D - 1)(D + x)(x \cos x)$

7. จงใช้ตัวดำเนินการ หาผลเฉลยของสมการต่อไปนี้

7.1 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $(D^4 - 1)^2(D^2 - 2D + 10)^2(D^2 - 1)(D^2 + D)y = 0$

7.2 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะ $y''' + 4y' = 0$ เมื่อ $y(0) = 0, y'(0) = 2$ และ $y''(0) = -12$

8. (10 คะแนน) จงหาผลเฉลยของสมการ $y'' - 7y' + 12y = 2xe^{3x}$ โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

9. จงหาผลเฉลยต่อไปนี้โดยใช้ตัวดำเนินการผกผัน

9.1 (5 คะแนน) จงหาผลเฉลยเฉพาะของสมการ $y'' - 2y' + y = x^2 + x + 1$ เมื่อ $y(0) = 10$ และ $y'(0) = 8$

9.2 (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์เฉพาะ (y_p) ของสมการ $(D^3 - 1)y = 2 \cos x - 6e^{-x}$

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1 (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์เฉพาะ (y_p) ของสมการ $(D^2 - 2D + 5)y = 4e^x \sin 2x$

10.2 (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์เฉพาะ (y_p) ของสมการ $(D^2 - 2D + 1)y = xe^x \cos x$