



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ข้อสอบกลางภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

รหัสวิชา MAC1304	ชื่อวิชา ความน่าจะเป็นและสถิติ	วันเวลาสอบ เวลา 17:00 - 20:00 วันอังคาร ที่ 7 กุมภาพันธ์ 2566	คะแนนเต็ม 100 คะแนน 25%
---------------------	-----------------------------------	---------------------------------------------------------------------	-------------------------------

ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

คำชี้แจง

- ข้อสอบมี 26 ข้อ 14 หน้า แบ่งออกเป็น 3 ตอน ประกอบด้วย
 - ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบ 5 ตัวเลือกจำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน)
 - ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำตอบจำนวน 10 ข้อ (ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน)
 - ตอนที่ 3 ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำจำนวน 6 ข้อ (ข้อละ 10 คะแนน รวม 60 คะแนน)
- เขียนรหัสนักศึกษา และหมู่เรียนด้วยตัวบรรจงลงในข้อสอบทุกหน้า
- สามารถใช้เครื่องคำนวณ ยกเว้นใช้จากเครื่องมือสื่อสาร
- อนุญาตให้นำกระดาษที่เขียนด้วยตัวเอง 1 แผ่น
- ห้ามนำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- หากมีการทุจริตในการสอบ จะได้รับการลงโทษตามระเบียบของมหาวิทยาลัย

ข้าพเจ้าจะปฏิบัติตามข้อตกลงอย่างเคร่งครัด
ลงชื่อผู้เข้าสอบ

.....

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชศ จำปาหวาย

ข้อ	ตอนที่ 1 1-10	ตอนที่ 2 11-20	ตอนที่ 3 21	ตอนที่ 3 22	ตอนที่ 3 23	ตอนที่ 3 24	ตอนที่ 3 25	ตอนที่ 3 26	รวม
คะแนน									

ตอนที่ 1 : (20 คะแนน) จงกากบาทข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อละ 2 คะแนน

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. ข้อมูลรหัสนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
- ข. "ภาพยนตร์เรื่องทศนอย ที่นำแสดงโดย อัม- พัชราภา ไชยเชื้อ ทำรายได้ประจำสัปดาห์ 26-29 มกราคม 2566 จำนวน 6.49 ล้านบาท" เป็นข้อมูลทางสถิติ
- ค. ครูลักษณ์ทราบมาจากแอปพลิเคชันพยากรณ์อากาศว่าวันนี้ "กรุงเทพมหานครจะมีอากาศเย็น และท้องฟ้าสดใส" ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ
- ง. การสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในชั้นเรียน ไม่ใช่การเก็บข้อมูลทางสถิติ
- จ. สถิติหมายถึงตัวเลขหรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

2. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. ประชากรในทางสถิติไม่รวมถึงสิ่งไม่มีชีวิต
- ข. การเก็บรวบรวมข้อมูลบางหน่วยของประชากร เรียกว่าการทำสำมะโน
- ค. ผลรายงานคะแนนสอบวิจัยของนักศึกษาฝึกสอน เป็นข้อมูลปฐมภูมิ
- ง. การนำเสนอข้อมูลโดยแผนภาพจุด เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงอนุมาน
- จ. ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาแคลคูลัส ๒ เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงพรรณนา

3. ข้อมูลจำนวนนักเรียนที่สมัคร TCAS รอบ 1 ของคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา ประจำปีการศึกษา 2566 แสดงดังตารางต่อไปนี้

สาขาวิชา	ชำระค่าสมัคร (คน)	ไม่ชำระค่าสมัคร (คน)	รวมผู้สมัคร (คน)
ภาษาไทย	377	277	654
ภาษาอังกฤษ	234	146	380
คณิตศาสตร์	315	183	498
วิทยาศาสตร์ทั่วไป	119	86	205
การศึกษาปฐมวัย	433	386	819
สังคมศึกษา	261	181	442
เทคโนโลยีดิจิทัลเพื่อการศึกษา	34	27	61
รวม	1,773	1,286	3,059

* ข้อมูลจาก กองบริการการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา ณ วันที่ 20 มกราคม 2566

ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลคุณภาพ
- ข. สาขาวิชาคณิตศาสตร์เป็นอันดับ 3 เมื่อเรียงจากจำนวนผู้สมัครมากที่สุด
- ค. สาขาวิชาสังคมศึกษามีผู้ไม่ชำระค่าสมัครเกือบ 70% ของผู้สมัครทั้งหมดที่สนใจสาขานี้
- ง. สาขาที่มีเปอร์เซ็นต์ของจำนวนผู้สมัครที่ชำระค่าสมัครสูงสุดคือสาขาวิชาคณิตศาสตร์
- จ. สาขาที่มีผู้สนใจมากที่สุดของคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา มีจำนวนมากกว่า 1 ใน 4 ของผู้สมัครทั้งหมด

4. คะแนนสอบย่อยวิชาสถิติถูกนำเสนอในตารางต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สัมพัทธ์
1 – 5	4	4	x
6 – 10	y	z	0.35
11 – 15	w	34	t
16 – 20	6	n	0.15

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

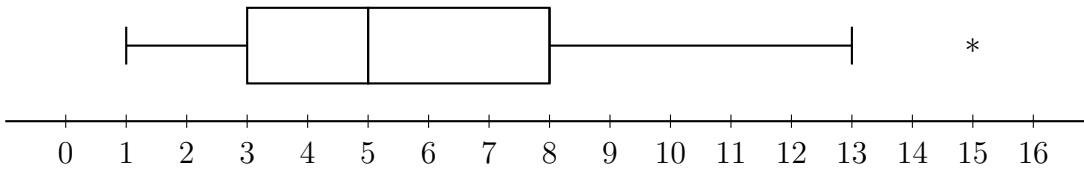
- ก. จำนวนชั้นของตารางแจกแจงความถี่เป็นไปตามสูตรของ สตรูเกส (Sturges's formula)
 - ข. ชั้นที่คะแนน 11-15 มีจำนวนคนมากที่สุด
 - ค. คนที่ได้คะแนนมากกว่า 10 มีจำนวนไม่ถึง 50% ของจำนวนทั้งหมด
 - ง. $y + z = n$
 - จ. คนที่ได้คะแนนมัธยฐานและฐานนิยมอยู่ชั้นเดียวกัน
5. แผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้แสดงค่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์

5	9	4	1	0
6	5	3	3	
7	8	7	5	

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. ค่าฐานนิยมเท่ากับค่ามัธยฐาน
 - ข. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับค่ามัธยฐาน
 - ค. มีอย่างน้อย 50% สอบได้คะแนนมากกว่า 63
 - ง. พิสัยของข้อมูลเท่ากับ 16
 - จ. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มีการแจกแจงปกติ
6. อายุของคนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วย 5, 8, 8, 11, 50 ปี ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
- ก. ไม่ควรใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นตัวแทนของข้อมูล
 - ข. ถ้าวัดคนที่อายุ 50 ปี ออกจากกลุ่ม ข้อมูลชุดใหม่จะมีการแจกแจงปกติ
 - ค. ข้อมูลชุดนี้ไม่มีค่าฐานนิยม
 - ง. สัมประสิทธิ์พิสัยของข้อมูลชุดนี้ประมาณ 75%
 - จ. ค่ามัธยฐานคือตัวแทนของข้อมูลที่เหมาะสมที่สุด

7. ข้อมูลคะแนนสอบย่อยวิชา Number Theory แสดงด้วยแผนภาพกล่องดังนี้



ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. มีพิสัยของข้อมูลนี้เท่ากับ 12 คะแนน
 - ข. มัชฐานเท่ากับ 5 คะแนน
 - ค. จำนวนคนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 3 ถึง 5 คะแนน เท่ากับจำนวนคนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 5 ถึง 8 คะแนน
 - ง. มีพิสัยควอไทล์ (IQR) เท่ากับ 5 คะแนน
 - จ. คะแนนสูงผิดปกติคือ 15 คะแนน
8. ข้อมูลประชากรชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ ซึ่ง

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 230 \quad \text{และ} \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i - 31)^2 = 800$$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. มีค่าเฉลี่ย $\mu = 230$
- ข. มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma = 16$
- ค. $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 23)^2 = 300$
- ง. ข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเบ้ทางขวา (Right-skewed distribution)
- จ. $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 5450$

9. สุ่มหมายเลขฉลากกินแบ่งรัฐบาลจากแผงขายที่เหลือสลาก 10 ใบที่มีหมายเลขท้ายครบ 10 ตัวพอดี ให้ X แทนตัวเลขท้ายของฉลาก ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. X มีค่าเป็น 0, 1, 2, ..., 10
- ข. แต่ละ x มีความน่าจะเป็นเท่ากันทุกค่า
- ค. X เป็นการแจกแจงยูนิฟอร์ม
- ง. X เป็นการแจกแจงแบร์นูลลี
- จ. ความน่าจะเป็นที่ $X > 5$ เท่ากับ 0.4

10. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. การทดลองโยนเหรียญจนกว่าจะขึ้นหัวครั้งแรกเป็นการทดลองทวินาม
- ข. การแจกแจงทวินามโดยมีตัวอย่างที่เลือกมาไม่จำกัดคือการแจกแจงปัวส์ซง
- ค. การทดลองแต่ละครั้งมีการจำแนกผลออกเป็นกลุ่ม ๆ เรียกว่า การทดลองพหุนาม
- ง. การแจกแจงทวินามสามารถประมาณค่าโดยการแจกไฮเพอร์จีโอเมตริกได้
- จ. การแจกแจงแบร์นูลลีอาจเกิดจากการทดลองมากกว่า 1 ครั้งได้

ตอนที่ 2 : (20 คะแนน) จงเติมคำตอบในช่องว่าง (ด้านซ้ายมือ) ให้ถูกต้อง ข้อละ 2 คะแนน

11. _____

ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2566}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 202 + 3x_i \text{ เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, 2566$$

ถ้าความแปรปรวนของชุด Y เท่ากับ 1296 จงหาส่วนเบี่ยงมาตรฐานของชุด X

12. _____

ข้อมูลพื้นที่ของรูปวงกลมจำนวน 15 วง คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{15}$ ตารางหน่วย โดยที่พื้นที่เฉลี่ยของวงกลมทั้ง 15 วงเท่ากับ 25π ตารางหน่วย ถ้ารัศมีเฉลี่ยของวงกลมทั้ง 15 วงเท่ากับ 3 หน่วย จงหาความแปรปรวนของรัศมีวงกลมทั้ง 15 วงนี้

13. _____

ลูกเต๋าลูกหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะเกิดแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6 มีอัตราส่วนเป็น 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 ในการโยนลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมกันเท่ากับ 7

14. _____

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(2X + 3) = 2023$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

15. _____

การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y แสดงค่า $f(x, y)$ ดังตาราง

		x		
		0	1	2
y	-1	0.05	0.15	0.25
	0	0.10	0.05	0.20
	1	0.05	0.10	0.05

จงหาความแปรปรวนร่วมของ X และ Y

16. _____

การแจกแจงแบร์นูลลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{12}{49}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ

17. _____

สวนมะม่วงแห่งหนึ่งมีมะม่วงมันไว้จำหน่ายแก่พ่อค้าคนกลางที่มารับซื้อที่สวน โดยพ่อค้าทราบข้อมูลมาว่าสวนแห่งนี้มีมะม่วงที่มีรสเปรี้ยวผลสมอยู่ 1 ใน 50 ผล ก่อนพ่อค้าจะตัดสินใจซื้อจะชิมมะม่วงก่อนเสมอ ถ้าพบมะม่วงเปรี้ยวเขาจะหยุดชิมทันที อยากทราบว่าโอกาสที่พ่อค้าจะชิมมะม่วงเพียง 5 ลูกเท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

18. _____

ถ้าทราบว่าโอกาสที่นักเรียนที่สมัครสอบ TCAS รอบ 1 ของสาขาวิชาคณิตศาสตร์จะชำระค่าสมัครเพื่อเข้าสอบ
สัมภาษณ์เท่ากับ 70% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่สมัครสอบแล้วชำระค่าสมัครเป็นคนที่ 63

19. _____

ในการเลือกกรรมการสภานักศึกษาคณะครุศาสตร์จำนวน 5 คน มีผู้สมัครเป็นชาย 8 คน และเป็นหญิง 12 คน
จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนผู้ชายที่จะถูกเลือกในครั้งนี้

20. _____

ในการเรียนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติแต่ละสัปดาห์พบว่าโดยเฉลี่ยแล้วจำนวนนักศึกษาจะเข้าเรียนสาย 2 คน
จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 คน

ตอนที่ 3 : (60 คะแนน) จงแสดงวิธีโดยละเอียด ข้อละ 10 คะแนน

21. (10 คะแนน) คะแนนสอบย่อยของวิชาแคลคูลัส ๒ เต็ม 10 คะแนน แสดงดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์
1	5
2	10
3	20
a	60
6	70
8	90
9	100

เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.55 แล้วความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้ (ประชากร) เท่ากับเท่าใด

22. (10 คะแนน) สีน้ำและสีฝุ่นชวนเพื่อนไปเที่ยวด้วยกันอีก 8 คน มีบ้านพัก 3 หลัง หลังที่หนึ่งพักได้ 2 คน และหลังที่สองและสามพักได้รวมกัน 8 คน ถ้าจำนวนวิธีที่สีน้ำและสีฝุ่นจะเข้าพักหลังที่หนึ่งเท่ากับ 56 วิธี
- 22.1 (5 คะแนน) บ้านพักหลังที่สองและสามพักได้หลังละกี่คน
- 22.2 (5 คะแนน) จงหาความน่าจะเป็นที่สีน้ำและสีฝุ่นจะพักบ้านหลังเดียวกัน

23. (10 คะแนน) ร้านโดนัทนิวคันทรีขายโดนัทแบบส่ม 20 ชิ้นต่อกล่อง ราคากล่องละ 199 บาท รวมค่าส่ง มีพนักงาน 4 คนคือ กีตาร์ เอ็มโบ ดิณฑิณ และมัทธิ จัดเตรียมโดนัทใส่กล่องแบบส่มก่อนที่ rider จะมารับเพื่อไปส่งให้ลูกค้า ในวันนี้เอ็มโบจัดเตรียมโดนัท 35% ของจำนวนทั้งหมด ดิณฑิณจัดเตรียมโดนัท 25% ของจำนวนทั้งหมด วันนี้กีตาร์ไม่มาทำงานเพียงคนเดียว โดยโอกาสที่เอ็มโบจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 1 ใน 10 กล่อง โอกาสที่ดิณฑิณจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 2 ใน 25 กล่อง และโอกาสที่มัทธิจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 3 ใน 40 กล่อง
- 23.1 (5 คะแนน) ถ้าสุ่มสินค้ามา 1 กล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่สินค้ากล่องนี้จะไม่มีโดนัทที่มีรู
- 23.2 (5 คะแนน) สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งที่ได้รับสินค้าแล้วพบว่าในกล่องไม่มีโดนัทที่มีรู จงหาความน่าจะเป็นที่กล่องนี้จะถูกจัดเตรียมโดยมัทธิ

24. (10 คะแนน) ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^2 & \text{เมื่อ } -2 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

24.1 (3 คะแนน) จงหา a

24.2 (3 คะแนน) จงหา $P(|X| > 1)$

24.3 (4 คะแนน) จงหา $E(X)$

25. (10 คะแนน) สุ่มเลือกผลไม้ 3 ผล จากถุงใบหนึ่งที่บรรจุผลไม้ 3 ชนิด ส้ม 3 ผล มะม่วง 2 ผล มังคุด 3 ผล ให้ X คือจำนวนส้มที่หยิบได้ และ Y คือจำนวนมะม่วงที่หยิบได้

25.1 (5 คะแนน) จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y

25.2 (5 คะแนน) จงหา σ_{X+Y}^2

26. (10 คะแนน) ในการทอดลูกเต๋า (ไม่เที่ยงตรง) ลูกหนึ่ง 20 ครั้ง จำนวนครั้งที่ขึ้นแต้ม 3 โดยเฉลี่ยแล้ว 6 ครั้ง ให้ X เป็นจำนวนครั้งที่ขึ้นแต้ม 3
- 26.1 (2 คะแนน) X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดใด และ X มีค่าใดบ้าง
- 26.2 (3 คะแนน) จงหาความแปรปรวนของ X
- 26.3 (5 คะแนน) จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 3 มากกว่า 5 ครั้ง



มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
คณะครุศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
เฉลยข้อสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

รหัสวิชา	ชื่อวิชา	วันเวลาสอบ	คะแนนเต็ม
MAC1304	ความน่าจะเป็นและสถิติ	เวลา 17:00 - 20:00 วันอังคาร ที่ 7 กุมภาพันธ์ 2566	100 คะแนน 25%

โดย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัชชยศ จำปาหวาย

ตอนที่ 1 : (20 คะแนน) จงกากบาทข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อละ 2 คะแนน

1. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. ข้อมูลรหัสนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
- ข. "ภาพยนตร์เรื่องทศน้อย ที่นำแสดงโดย อัม- พัชราภา ไชยเชื้อ ทำรายได้ประจำสัปดาห์ 26-29 มกราคม 2566 จำนวน 6.49 ล้านบาท" เป็นข้อมูลทางสถิติ
- ค. ครูลักษณ์ทราบมาจากแอปพลิเคชันพยากรณ์อากาศว่าวันนี้ "กรุงเทพมหานครจะมีอากาศเย็น และท้องฟ้าสดใส" ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ
- ง. การสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในชั้นเรียน ไม่ใช่การเก็บข้อมูลทางสถิติ **Answer**
- จ. สถิติหมายถึงตัวเลขหรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

ตอบข้อ ง. การสังเกตการสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนในชั้นเรียน เป็นเก็บข้อมูลโดยการสำรวจทางสถิติโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรม

2. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. ประชากรในทางสถิติไม่รวมถึงสิ่งไม่มีชีวิต
- ข. การเก็บรวบรวมข้อมูลบางหน่วยของประชากร เรียกว่าการทำสำมะโน
- ค. ผลรายงานคะแนนสอบวิจัยของนักศึกษาฝึกสอน เป็นข้อมูลปฐมภูมิ
- ง. การนำเสนอข้อมูลโดยแผนภาพจุด เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงอนุมาน
- จ. ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาแคลคูลัส ๒ เป็นส่วนหนึ่งของสถิติเชิงพรรณนา **Answer**

ตอบข้อ จ. สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive Statistics) เป็นการวิเคราะห์ขั้นต้นที่มุ่งวิเคราะห์เพื่อหาลักษณะกว้าง ๆ ของข้อมูลชุดนั้น ซึ่งข้อสรุปและผลที่ได้จะพรรณนาลักษณะหรือแจกแจงข้อมูลตามที่ได้รวบรวมมาเท่านั้น มักนำเสนอในรูปแบบของ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิ ร้อยละ เปอร์เซ็นไทล์ การแจกแจงความถี่ การหาค่าเฉลี่ย

3. ข้อมูลจำนวนนักเรียนที่สมัคร TCAS รอบ 1 ของคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา ประจำปีการศึกษา 2566 แสดงดังตารางต่อไปนี้

สาขาวิชา	ชำระค่าสมัคร (คน)	ไม่ชำระค่าสมัคร (คน)	รวมผู้สมัคร (คน)
ภาษาไทย	377	277	654
ภาษาอังกฤษ	234	146	380
คณิตศาสตร์	315	183	498
วิทยาศาสตร์ทั่วไป	119	86	205
การศึกษาปฐมวัย	433	386	819
สังคมศึกษา	261	181	442
เทคโนโลยีดิจิทัลเพื่อการศึกษา	34	27	61
รวม	1,773	1,286	3,059

*ข้อมูลจาก กองบริการการศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา ณ วันที่ 20 มกราคม 2566

ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลคุณภาพ
- สาขาวิชาคณิตศาสตร์เป็นอันดับ 3 เมื่อเรียงจากจำนวนผู้สมัครมากที่สุด
- สาขาวิชาสังคมศึกษามีผู้ไม่ชำระค่าสมัครเกือบ 70% ของผู้สมัครทั้งหมดที่สนใจสาขานี้ **Answer**
- สาขาที่มีเปอร์เซ็นต์ของจำนวนผู้สมัครที่ชำระค่าสมัครสูงสุดคือสาขาวิชาคณิตศาสตร์
- สาขาที่มีผู้สนใจมากที่สุดของคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา มีจำนวนมากกว่า 1 ใน 4 ของผู้สมัครทั้งหมด

ตอบข้อ ค. สาขาวิชาสังคมศึกษามีผู้ไม่ชำระค่าคิดเป็น $\frac{181}{442} \times 100\% = 40.95\%$ ของผู้สมัครทั้งหมดที่สนใจสาขานี้

4. คะแนนสอบย่อยวิชาสถิติถูกนำเสนอในตารางต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สัมพัทธ์
1 – 5	4	4	x
6 – 10	y	z	0.35
11 – 15	w	34	t
16 – 20	6	n	0.15

ข้อใดต่อไปนี้อีกกล่าวถูกต้อง

- จำนวนชั้นของตารางแจกแจงความถี่เป็นไปตามสูตรของ สตอร์เกส (Sturges's formula)
- ชั้นที่คะแนน 11-15 มีจำนวนคนมากที่สุด **Answer**
- คนที่ได้คะแนนมากกว่า 10 มีจำนวนไม่ถึง 50% ของจำนวนทั้งหมด
- $y + z = n$
- คนที่ได้คะแนนมัธยฐานและฐานนิยมอยู่ชั้นเดียวกัน **Answer**

ตอบข้อ ข. หรือ จ. จะได้ว่า $n = 34 + 6 = 40$ ทำให้ได้ว่า $\frac{y}{40} = 0.35$ นั่นคือ $y = 14$

ฉะนั้น $40 = 4 + y + w + 6 = 10 + y + w = 10 + 14 + w$ ดังนั้น $w = 16$

สรุปได้ว่าชั้นที่คะแนน 11-15 มีจำนวนคนมากที่สุดคือ 16 และคนที่ได้คะแนนมัธยฐานและฐานนิยมอยู่ชั้นที่ 3 (ตอบข้อใดข้อหนึ่งหรือ 2 ข้อ ได้คะแนน 2 คะแนนเช่นกัน)

5. แผนภาพต้น-ใบที่กำหนดให้แสดงค่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์

5		9	4	1	0
6		5	3	3	
7		8	7	5	

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก. ค่าฐานนิยมเท่ากับค่ามัธยฐาน **Answer**
- ข. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับค่ามัธยฐาน
- ค. มีอย่างน้อย 50% สอบได้คะแนนมากกว่า 63
- ง. พิสัยของข้อมูลเท่ากับ 16
- จ. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์มีการแจกแจงปกติ

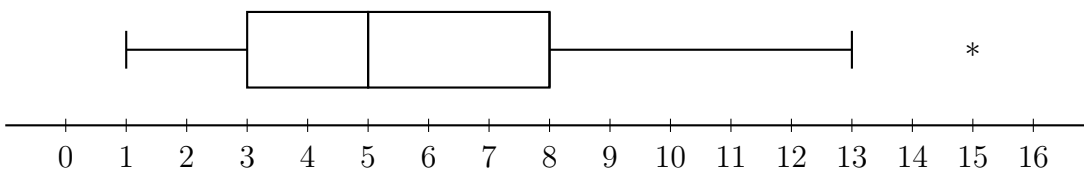
ตอบข้อ ก. พิจารณาข้อมูล 50, 51, 54, 59, 63, 63, 65, 75, 77, 78 จะได้ว่า $Med = 63$ และ $Mod = 63$

6. อายุของคนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วย 5, 8, 8, 11, 50 ปี ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. ไม่ควรใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นตัวแทนของข้อมูล
- ข. ถ้าตัดคนที่อายุ 50 ปี ออกจากกลุ่ม ข้อมูลชุดใหม่จะมีการแจกแจงปกติ **Answer**
- ค. ข้อมูลชุดนี้ไม่มีค่าฐานนิยม **Answer**
- ง. สัมประสิทธิ์พิสัยของข้อมูลชุดนี้ประมาณ 75%
- จ. ค่ามัธยฐานคือตัวแทนของข้อมูลที่เหมาะสมที่สุด

ตอบข้อ ข. หรือ ค. ถ้าตัดคนที่อายุ 50 ปี ออกจากกลุ่ม ข้อมูลชุดใหม่ 5, 8, 8, 11 ปี คำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ได้เป็น 7.25, 8 และ 8 ตามลำดับ เนื่องจากทั้ง 3 ค่าไม่เท่ากัน ดังนั้นข้อมูลชุดใหม่จะไม่เป็นการแจกแจงปกติ (**ตอบข้อใดข้อหนึ่งหรือ 2 ข้อ ได้คะแนน 2 คะแนนเช่นกัน**)

7. ข้อมูลคะแนนสอบย่อยวิชา Number Theory แสดงด้วยแผนภาพกล่องดังนี้



ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. มีพิสัยของข้อมูลนี้เท่ากับ 12 คะแนน **Answer**
- ข. มัธยฐานเท่ากับ 5 คะแนน
- ค. จำนวนคนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 3 ถึง 5 คะแนน เท่ากับจำนวนคนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 5 ถึง 8 คะแนน
- ง. มีพิสัยควอไทล์ (IQR) เท่ากับ 5 คะแนน
- จ. คะแนนสูงผิดปกติคือ 15 คะแนน

ตอบข้อ ก. จากแผนภาพกล่องมีค่าสูงสุดเท่ากับ 15 และค่าต่ำสุด 1 ดังนั้นพิสัยเท่ากับ $15 - 1 = 14$

8. ข้อมูลประชากรชุดหนึ่งประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ ซึ่ง

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 230 \quad \text{และ} \quad \sum_{i=1}^{10} (x_i - 31)^2 = 800$$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. มีค่าเฉลี่ย $\mu = 230$

ข. มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma = 16$

ค. $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 23)^2 = 300$

ง. ข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงเบ้ทางขวา (Right-skewed distribution)

จ. $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 5450$ **Answer**

ตอบข้อ จ. เนื่องจาก

$$800 = \sum_{i=1}^{10} (x_i - 31)^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i^2 - 62x_i + 961)$$

$$800 = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 62 \sum_{i=1}^{10} x_i + \sum_{i=1}^{10} 961$$

$$800 = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 62(230) + 961(10)$$

$$5450 = 800 + 62(230) - 9610 = \sum_{i=1}^{10} x_i^2$$

9. สุ่มหมายเลขฉลากกินแบ่งรัฐบาลจากแผงขายที่เหลือฉลาก 10 ใบที่มีหมายเลขท้ายครบ 10 ตัวพอดี ให้ X แทนตัวเลขท้ายของฉลาก ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

ก. X มีค่าเป็น 0, 1, 2, ..., 10 **Answer**

ข. แต่ละ x มีความน่าจะเป็นเท่ากันทุกค่า

ค. X เป็นการแจกแจงยูนิฟอร์ม

ง. X เป็นการแจกแจงแบร์นูลลี **Answer**

จ. ความน่าจะเป็นที่ $X > 5$ เท่ากับ 0.4

ตอบข้อ ก. และ ง. x มีความน่าจะเป็นเท่ากันทุกค่าคือ $\frac{1}{10}$ ทำให้ได้ว่า X เป็นการแจกแจงยูนิฟอร์ม และ $X = 0, 1, 2, \dots, 9$ (ตอบข้อใดข้อหนึ่งหรือ 2 ข้อ ได้คะแนน 2 คะแนนเช่นกัน)

10. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. การทดลองโยนเหรียญจนกว่าจะขึ้นหัวครั้งแรกเป็นการทดลองทวินาม

ข. การแจกแจงทวินามโดยมีตัวอย่างที่เลือกมาไม่จำกัดคือการแจกแจงปัวส์ซง **Answer**

ค. การทดลองแต่ละครั้งมีการจำแนกผลออกเป็นกลุ่ม ๆ เรียกว่า การทดลองพหุนาม

ง. การแจกแจงทวินามสามารถประมาณค่าโดยการแจกไฮเพอร์จีโอเมตริกได้

จ. การแจกแจงแบร์นูลลีอาจเกิดจากการทดลองมากกว่า 1 ครั้งได้

ตอบข้อ ข. การทดลองปัวส์ซงคือการทดลองทวินามของตัวแปรสุ่มโดยที่ตัวอย่างที่เลือกมามีค่าไม่จำกัด

ตอนที่ 2 : (20 คะแนน) จงเติมคำตอบในช่องว่าง (ด้านซ้ายมือ) ให้ถูกต้อง ข้อละ 2 คะแนน

11. ตอบ **12**

ให้ข้อมูลเชิงปริมาณชุด X ประกอบด้วย $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2566}$ กำหนดให้ข้อมูลชุด Y คือ

$$y_i = 202 + 3x_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, 2566$$

ถ้าความแปรปรวนของชุด Y เท่ากับ 1296 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X

แนวคำตอบ โดยสมบัติเชิงเส้น

$$1296 = \sigma_Y^2 = 3^2 \sigma_X^2$$

จะได้ว่า $\sigma_X^2 = 144$ ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุด X เท่ากับ 12 #

12. ตอบ **16**

ข้อมูลพื้นที่ของรูปวงกลมจำนวน 15 วง คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{15}$ ตารางหน่วย โดยที่พื้นที่เฉลี่ยของวงกลมทั้ง 15 วงเท่ากับ 25π ตารางหน่วย ถ้ารัศมีเฉลี่ยของวงกลมทั้ง 15 วงเท่ากับ 3 หน่วย จงหาความแปรปรวนของรัศมีวงกลมทั้ง 15 วงนี้

แนวคำตอบ ให้ $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{15}$ เป็นรัศมีวงกลม 15 วง จะได้ว่า

$$x_i = \pi r_i^2 \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \dots, 15$$

และ $\mu_r = 3$ จะได้ว่า

$$25\pi = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = \frac{\sum_{i=1}^{15} \pi r_i^2}{15} = \frac{\pi \sum_{i=1}^{15} r_i^2}{15}$$

จะเห็นว่า $\sum_{i=1}^{15} r_i^2 = 25 \times 15 = 375$ จะได้ว่าความแปรปรวนของรัศมีวงกลมทั้ง 15 วงนี้ เท่ากับ

$$\sigma_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} r_i^2}{15} - \mu_r^2 = \frac{375}{15} - 3^2 = 16 \quad \#$$

13. ตอบ **$\frac{8}{63}$**

ลูกเต๋าลูกหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะเกิดแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6 มีอัตราส่วนเป็น 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 ในการโยนลูกเต๋าลูกนี้ 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มรวมกันเท่ากับ 7

แนวคำตอบ ให้ w เป็นน้ำหนักของแต้ม i นั่นคือ

แต้ม	1	2	3	4	5	6	รวม
น้ำหนัก	w	$2w$	$3w$	$4w$	$5w$	$6w$	$21w = 1$

จะได้ว่า $w = \frac{1}{21}$ ให้ E เป็นเหตุการณ์ของผลรวมของลูกเต๋าจะเท่ากับ 7 นั่นคือ

$$E = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

เนื่องจากการโยนแต่ละครั้งอิสระต่อกัน ดังนั้น

$$P(E) = w(6w) + 2w(5w) + 3w(4w) + 4w(3w) + 5w(2w) + 6w(w) = 56w^2 = 56 \cdot \frac{1}{21^2} = \frac{8}{63} \quad \#$$

14. ตอบ 1010

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่ง $E(2X + 3) = 2023$ จงหาค่าคาดคะเนของ X

แนวคำตอบ โดยสมบัติของค่าคาดคะเน

$$2023 = E(2X + 3) = 2E(X) + 3$$

$$\text{ดังนั้นค่าคาดคะเนของ } X \text{ คือ } E(X) = \frac{2023 - 3}{2} = 1010 \quad \#$$

15. ตอบ -0.125

การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y แสดงค่า $f(x, y)$ ดังตาราง

		x		
		0	1	2
y	-1	0.05	0.15	0.25
	0	0.10	0.05	0.20
	1	0.05	0.10	0.05

จงหาความแปรปรวนร่วมของ X และ Y

แนวคำตอบ พิจารณา

		x			$f_Y(y)$
		0	1	2	
y	-1	0.05	0.15	0.25	0.45
	0	0.10	0.05	0.20	0.35
	1	0.05	0.10	0.05	0.20
$f_X(x)$		0.20	0.30	0.50	1

จะได้ว่า

$$E(X) = \sum x f_X(x) = 0(0.20) + 1(0.30) + 2(0.50) = 1.30$$

$$E(Y) = \sum y f_Y(y) = -1(0.45) + 0(0.35) + 1(0.20) = -0.25$$

$$E(XY) = \sum_x \sum_y xy f(x, y)$$

$$= 0(-1)f(0, -1) + 0(0)f(0, 0) + 0(1)f(0, 1) +$$

$$1(-1)f(1, -1) + 1(0)f(1, 0) + 1(1)f(1, 1) +$$

$$2(-1)f(2, -1) + 2(0)f(2, 0) + 2(1)f(2, 1)$$

$$= -1(0.15) + 1(0.10) - 2(0.25) + 2(0.05) = -0.45$$

ดังนั้นความแปรปรวนร่วมของ X และ Y เท่ากับ

$$\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0.45 - (1.3)(-0.25) = -0.125 \quad \#$$

16. ตอบ $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}$

การแจกแจงแบร์นูลลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ $\frac{12}{49}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ

แนวคำตอบ ให้คือความน่าจะเป็นที่จะสำเร็จ p จะได้ว่า $\sigma^2 = pq = p(1 - p)$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} p(1 - p) &= \frac{12}{49} \\ 49(p - p^2) &= 12 \\ 49p^2 - 49p + 12 &= 0 \\ (7p - 3)(7p - 4) &= 0 \quad \therefore p = \frac{3}{7}, \frac{4}{7} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ #

17. ตอบ 1.84

สวนมะม่วงแห่งหนึ่งมีมะม่วงมันไว้จำหน่ายแกพ้อค้าคนกลางที่มารับซื้อที่สวน โดยพ้อค้าทราบข้อมูลมาว่าสวนแห่งนี้มีมะม่วงที่มีรสเปรี้ยวผลมอยู่ 1 ใน 50 ผล ก่อนพ้อค้าจะตัดสินใจซื้อจะชิมมะม่วงก่อนเสมอ ถ้าพบมะม่วงเปรี้ยวเขาจะหยุดชิมทันที อยากทราบว่าโอกาสที่พ้อค้าจะชิมมะม่วงเพียง 5 ลูกเท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

แนวคำตอบ เป็นจำนวนมะม่วงที่ชิมแล้วพบว่ามีรสเปรี้ยวลูกแรก ดังนั้น $X \sim \text{Geo}(p = \frac{1}{50} = 0.02)$ จะได้ว่า

$$P(X = 5) = g(5; 0.02) = 0.02(0.98)^4 = 0.0184$$

ดังนั้นโอกาสที่พ้อค้าจะชิมมะม่วงเพียง 5 ลูกเท่ากับ 1.84% #

18. ตอบ 90

ถ้าทราบว่าโอกาสที่นักเรียนที่สมัครสอบ TCAS รอบ 1 ของสาขาวิชาคณิตศาสตร์จะชำระค่าสมัครเพื่อเข้าสอบสัมภาษณ์เท่ากับ 70% จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่สมัครสอบแล้วชำระค่าสมัครเป็นคนที่ 63

แนวคำตอบ ให้ X เป็นจำนวนนักเรียนที่สมัครสอบแล้วชำระค่าสมัครเป็นคนที่ 63 แล้ว $X \sim \text{NB}(r = 63, p = 0.7)$ จะได้ว่า

$$\mu = \frac{r}{p} = \frac{63}{0.7} = 90$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนที่สมัครสอบแล้วชำระค่าสมัครเป็นคนที่ 63 เท่ากับ 90 คน

19. ตอบ 2

ในการเลือกกรรมการสภานักศึกษาคณะครุศาสตร์จำนวน 5 คน มีผู้สมัครเป็นชาย 8 คน และเป็นหญิง 12 คน จงหาค่าเฉลี่ยของจำนวนผู้ชายที่จะถูกเลือกในครั้งนี้

แนวคำตอบ ให้ X เป็นจำนวนนักเรียนชายที่ได้รับเลือกเป็นกรรมการ จะได้ว่า $n = 5$, $N = 20$ และ $M = 8$ ทำให้ได้ว่า $X \sim \text{HG}(n = 5, N = 20, M = 8)$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของจำนวนผู้ชายที่จะถูกเลือกในครั้งนี้เท่ากับ

$$\mu = \frac{nM}{N} = \frac{5(8)}{20} = 2 \quad \#$$

20. ตอบ 0.9834

ในการเรียนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติแต่ละสัปดาห์พบว่าโดยเฉลี่ยแล้วจำนวนนักศึกษาจะเข้าเรียนสาย 2 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 คน

แนวคำตอบ ให้ X จำนวนนักศึกษาจะเข้าเรียนสายแต่ละสัปดาห์ โดยเฉลี่ยมี 2 คนต่อสัปดาห์ ดังนั้น $X \sim \text{Pois}(\lambda = 2)$ ใช้เครื่องคำนวณ จะได้ว่า

$$P(X \leq 5) = \sum_{x=0}^5 p(x; 2) = 0.9834$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 คนในหนึ่งสัปดาห์ เท่ากับ 0.9834 #

ตอนที่ 3 : (60 คะแนน) จงแสดงวิธีโดยละเอียด ข้อละ 10 คะแนน

21. (10 คะแนน) คะแนนสอบย่อยของวิชาแคลคูลัส ๒ เต็ม 10 คะแนน แสดงดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์
1	5
2	10
3	20
a	60
6	70
8	90
9	100

เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.55 แล้วความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้ (ประชากร) เท่ากับเท่าใด

แนวคำตอบ ให้จำนวนคนที่เข้าสอบย่อยของวิชาแคลคูลัส ๒ เท่ากับ N คน พิจารณาตาราง

คะแนน	ร้อยละของความถี่สะสมสัมพัทธ์	ร้อยละความถี่สัมพัทธ์	จำนวนคน
1	5	5	$0.05N$
2	10	5	$0.05N$
3	20	10	$0.10N$
a	60	40	$0.40N$
6	70	10	$0.10N$
8	90	20	$0.20N$
9	100	10	$0.10N$

จะได้ว่า

$$5.55N = 1 \cdot 0.05N + 2 \cdot 0.05N + 3 \cdot 0.10N + a \cdot 0.40N + 6 \cdot 0.10N + 8 \cdot 0.20N + 9 \cdot 0.10N$$

$$5.55 = 0.4a + 3.55$$

$$2 = 0.4a$$

นั่นคือ $a = 5$ พิจารณา

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 \\ &= \frac{1^2 \cdot 0.05N + 2^2 \cdot 0.05N + 3^2 \cdot 0.1N + 5^2 \cdot 0.4N + 6^2 \cdot 0.1N + 8^2 \cdot 0.2N + 9^2 \cdot 0.1N}{N} - 5.55^2 \\ &= 1^2 \cdot 0.05 + 2^2 \cdot 0.05 + 3^2 \cdot 0.1 + 5^2 \cdot 0.4 + 6^2 \cdot 0.1 + 8^2 \cdot 0.2 + 9^2 \cdot 0.1 - 30.8025 \\ &= 35.65 - 30.8025 = 4.8475\end{aligned}$$

ดังนั้นความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 4.8475 #

22. (10 คะแนน) สีน้าและสีฝุ่นชวนเพื่อนไปเที่ยวด้วยกันอีก 8 คน มีบ้านพัก 3 หลัง หลังที่หนึ่งพักได้ 2 คน และหลังที่สองและสามพักได้รวมกัน 8 คน ถ้าจำนวนวิธีที่สีน้าและสีฝุ่นจะเข้าพักหลังที่หนึ่งเท่ากับ 56 วิธี

22.1 (5 คะแนน) บ้านพักหลังที่สองและสามพักได้หลังละกี่คน

22.2 (5 คะแนน) จงหาความน่าจะเป็นที่สีน้าและสีฝุ่นจะพักบ้านหลังเดียวกัน

แนวคำตอบ ให้บ้านหลังที่สองและสามพักได้ x และ y คน ตามลำดับ จะได้ว่า $x + y = 8$ ฉะนั้น

x	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1

กรณี $x = y = 4$ จะได้ว่า $\binom{8}{4,4} \cdot 2 \cdot 1 = \frac{8!}{4! \cdot 4! \cdot 2!} = 70 \neq 56$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

กรณี $x \neq y$ นั่นคือ $56 = \binom{8}{x,y} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{8!}{x! \cdot y!}$ ตรวจสอบค่า x และ y จะได้ตาราง

x	y	$\binom{8}{x,y}$
5	3	$\frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56$
6	2	$\frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$
7	1	$\frac{8!}{7! \cdot 1!} = 8$

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = 3$ หรือ $x = 3$ และ $y = 5$

เพียงพอละเลือกใช้กรณีเดียวคือ $x = 5$ และ $y = 3$ เนื่องจากทั้งสองกรณีได้จำนวนวิธีเท่ากัน

พิจารณาเหตุการณ์ที่สีน้าและสีฝุ่นจะพักบ้านหลังเดียวกันแบ่งได้ 3 กรณีคือ

- กรณีที่ 1 สีน้าและสีฝุ่นพักหลังที่หนึ่ง ทำได้ 56 วิธี (จากโจทย์กำหนด)
- กรณีที่ 2 สีน้าและสีฝุ่นพักหลังที่สอง
อีก 8 คน จะจัดเข้าพักหลังที่หนึ่ง 5 คน หลังที่สอง 1 คน และหลังที่สาม 2 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{8}{5,1,2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{8!}{5! \cdot 1! \cdot 2!} = 168$$

- กรณีที่ 3 สีน้าและสีฝุ่นพักหลังที่สาม
อีก 8 คน จะจัดเข้าพักหลังที่หนึ่ง 5 คน และหลังที่สอง 3 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{8}{5,3} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 112$$

ดังนั้นจำนวนวิธีที่จัดสีน้าและสีฝุ่นเข้าพักบ้านหลังเดียวกันเท่ากับ $56 + 168 + 112 = 336$ #

23. (10 คะแนน) ร้านโดนัทนิวคันทรีขายโดนัทแบบสุ่ม 20 ชิ้นต่อกล่อง ราคากล่องละ 199 บาท รวมค่าส่ง มีพนักงาน 4 คนคือ กีตาร์ เอ็มโบ ดิณดิณ และมัทธิ จัดเตรียมโดนัทใส่กล่องแบบสุ่มก่อนที่ rider จะมารับเพื่อไปส่งให้ลูกค้า ในวันนี้เอ็มโบจัดเตรียมโดนัท 35% ของจำนวนทั้งหมด ดิณดิณจัดเตรียมโดนัท 25% ของจำนวนทั้งหมด วันนี้กีตาร์ไม่มาทำงานเพียงคนเดียว โดยโอกาสที่เอ็มโบจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 1 ใน 10 กล่อง โอกาสที่ดิณดิณจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 2 ใน 25 กล่อง และโอกาสที่มัทธิจะลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง 3 ใน 40 กล่อง

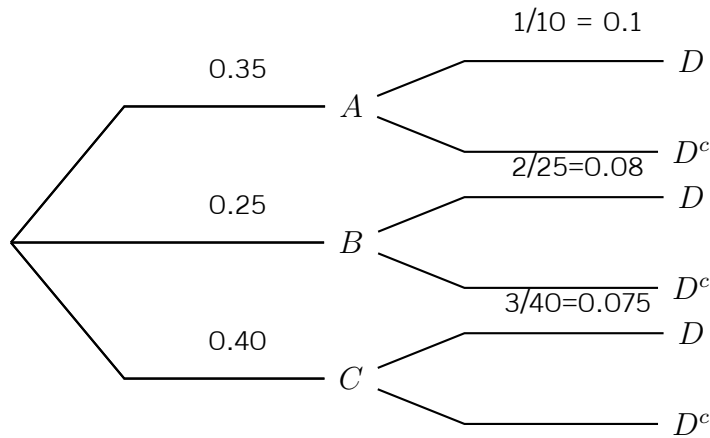
23.1 (5 คะแนน) ถ้าสุ่มสินค้ามา 1 กล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่สินค้ากล่องนี้จะไม่มียโดนัทที่มีรู

23.2 (5 คะแนน) สมมติว่ามีลูกค้าคนหนึ่งที่ได้รับสินค้าแล้วพบว่าในกล่องไม่มีโดนัทที่มีรู จงหาความน่าจะเป็นที่กล่องนี้จะถูกจัดเตรียมโดยมัทธิ

แนวคำตอบ กำหนดให้

- A คือเหตุการณ์ที่เอ็มโบจัดเตรียมโดนัทใส่กล่อง นั่นคือ $P(A) = 0.35$
- B คือเหตุการณ์ที่ดิณดิณจัดเตรียมโดนัทใส่กล่อง นั่นคือ $P(B) = 0.25$
- C คือเหตุการณ์ที่มัทธิจัดเตรียมโดนัทใส่กล่อง นั่นคือ $P(C) = 0.40$
- D คือเหตุการณ์ที่ลืมนำโดนัทที่มีรูลงไปใส่กล่อง

แสดงได้ดังแผนภาพ



จะได้ว่า

$$P(D) = P(A)P(D | A) + P(B)P(D | B) + P(C)P(D | C) \\ = 0.35(0.1) + 0.25(0.08) + 0.40(0.075) = 0.085$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สินค้ากล่องนี้จะไม่มียโดนัทที่มีรู เท่ากับ 0.085 #

$$P(C | D) = \frac{P(C)P(D | C)}{P(D)} = \frac{0.40(0.075)}{0.085} = 0.3529$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่กล่องนี้จะถูกจัดเตรียมโดยมัทธิเท่ากับ 0.3529 #

24. (10 คะแนน) ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^2 & \text{เมื่อ } -2 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

24.1 (3 คะแนน) จงหา a

24.2 (3 คะแนน) จงหา $P(|X| > 1)$

24.3 (4 คะแนน) จงหา $E(X)$

แนวคำตอบ หา a จาก

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-2}^2 3ax^2 dx = [ax^3]_{-2}^2 = a[8 - (-8)] = 16a$$

ดังนั้น $a = \frac{1}{16}$ # จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(|X| > 1) &= 1 - P(|X| \leq 1) = 1 - P(-1 \leq X \leq 1) \\ &= 1 - \int_{-1}^1 f(x) dx = 1 - \int_{-1}^1 3ax^2 dx \\ &= 1 - [ax^3]_{-1}^1 = 1 - a[1 - (-1)] \\ &= 1 - 2a = 1 - 2 \cdot \frac{1}{16} = \frac{7}{8} = 0.875 \quad \# \end{aligned}$$

และค่าคาดคะเนได้เป็น

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = \int_{-2}^2 x \cdot 3ax^2 dx \\ &= 3a \int_{-2}^2 x^3 dx = 3a \left[\frac{x^4}{4} \right]_{-2}^2 \\ &= 3a \left[\frac{16}{4} - \frac{16}{4} \right] = 0 \quad \# \end{aligned}$$

25. (10 คะแนน) สุ่มเลือกผลไม้ 3 ผล จากถุงใบหนึ่งที่บรรจุผลไม้ 3 ชนิด ส้ม 3 ผล มะม่วง 2 ผล มังคุด 3 ผล ให้ X คือจำนวนส้มที่หยิบได้ และ Y คือจำนวนมะม่วงที่หยิบได้

25.1 (5 คะแนน) จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y

25.2 (5 คะแนน) จงหา σ_{X+Y}^2

แนวคำตอบ จะได้ว่า $X = 0, 1, 2, 3$ และ $Y = 0, 1, 2$

ดังนั้นตารางของฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y คือ

$f(x, y)$	0	1	2	3
0	$\frac{{}^3C_3}{{}^8C_3} = \frac{1}{56}$	$\frac{{}^3C_2 \cdot {}^3C_1}{{}^8C_3} = \frac{9}{56}$	$\frac{{}^3C_1 \cdot {}^3C_2}{{}^8C_3} = \frac{9}{56}$	$\frac{{}^3C_3}{{}^8C_3} = \frac{1}{56}$
1	$\frac{{}^3C_2 \cdot {}^2C_1}{{}^8C_3} = \frac{6}{56}$	$\frac{{}^3C_1 \cdot {}^2C_1 \cdot {}^3C_1}{{}^8C_3} = \frac{18}{56}$	$\frac{{}^3C_2 \cdot {}^2C_1}{{}^8C_3} = \frac{6}{56}$	0
2	$\frac{{}^3C_1 \cdot {}^2C_2}{{}^8C_3} = \frac{3}{56}$	$\frac{{}^3C_1 \cdot {}^2C_2}{{}^8C_3} = \frac{3}{56}$	0	0

พิจารณตารางมาจึ้นล

$f(x, y)$	0	1	2	3	$f_Y(y)$
0	$\frac{1}{56}$	$\frac{9}{56}$	$\frac{9}{56}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{20}{56}$
1	$\frac{6}{56}$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	0	$\frac{30}{56}$
2	$\frac{3}{56}$	$\frac{3}{56}$	0	0	$\frac{6}{56}$
$f_X(x)$	$\frac{10}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

จะได้ว่า

$$E(X) = \sum x f_X(x) = 1 \cdot \frac{30}{56} + 2 \cdot \frac{15}{56} + 3 \cdot \frac{1}{56} = \frac{63}{56}$$

$$E(X^2) = \sum x^2 f_X(x) = 1^2 \cdot \frac{30}{56} + 2^2 \cdot \frac{15}{56} + 3^2 \cdot \frac{1}{56} = \frac{99}{56}$$

$$E(Y) = \sum y f_Y(y) = 1 \cdot \frac{30}{56} + 2 \cdot \frac{6}{56} = \frac{42}{56}$$

$$E(Y^2) = \sum y^2 f_Y(y) = 1^2 \cdot \frac{30}{56} + 2^2 \cdot \frac{6}{56} = \frac{54}{56}$$

$$E(XY) = \sum_x \sum_y xy f(x, y) = 1 \cdot 1 f(1, 1) + 2 \cdot 1 f(x, y) + 1 \cdot 2 f(1, 2) = 1 \cdot \frac{18}{56} + 2 \cdot \frac{6}{56} + 2 \cdot \frac{3}{56} = \frac{36}{56}$$

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{99}{56} - \left[\frac{63}{56}\right]^2 = \frac{225}{448}$$

$$\sigma_Y^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = \frac{54}{56} - \left[\frac{42}{56}\right]^2 = \frac{45}{112}$$

$$\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{36}{56} - \frac{63}{56} \cdot \frac{42}{56} = -\frac{45}{224}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \sigma_{X+Y}^2 &= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\text{cov}(X, Y) \\ &= \frac{225}{448} + \frac{45}{112} + 2 \left(-\frac{45}{224} \right) = \frac{225}{448} = 0.5022 \quad \# \end{aligned}$$

26. (10 คะแนน) ในการทอดลูกเต๋า (ไม่เที่ยงตรง) ลูกหนึ่ง 20 ครั้ง จำนวนครั้งที่ขึ้นแต้ม 3 โดยเฉลี่ยแล้ว 6 ครั้ง ให้ X เป็นจำนวนครั้งที่ขึ้นแต้ม 3

26.1 (2 คะแนน) X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดใด และ X มีค่าใดบ้าง

26.2 (3 คะแนน) จงหาความแปรปรวนของ X

26.3 (5 คะแนน) จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 3 มากกว่า 5 ครั้ง

แนวคำตอบ จะได้ว่า $X = 0, 1, 2, \dots, 20$ ทดลอง $n = 20$ ครั้งแต่ละครั้งอิสระต่อกัน และมีโอกาสสำเร็จ (ขึ้นแต้ม 3) เท่ากับ p ดังนั้น X เป็นตัวแปรสุ่มทวินาม โดยที่มีค่าเฉลี่ย

$$6 = \mu = np = 20p$$

จะได้ว่า $p = 0.3$ นั่นคือ

$$X \sim \text{Bin}(n = 20, p = 0.3)$$

ความแปรปรวนของ X คือ $\sigma^2 = npq = 20(0.3)(0.7) = 4.2$ พิจารณา

$$P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^5 b(x; 20, 0.3)$$

$$= 1 - 0.4164$$

$$= 0.5836$$

โดยเครื่องคำนวณ

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 3 มากกว่า 5 ครั้ง เท่ากับ 0.5836 #