

Quiz 1 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ ลิมิต และความต่อเนื่อง คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันพฤหัสบดี ที่ 29 สิงหาคม 2562 สัปดาห์ที่ 3 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (3 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec^2 x}{x^2 + \sin^2 x}$

2. (4 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x - \sqrt{1 + x^2})$

3. (3 คะแนน) ให้ a และ b เป็นค่าคงตัว ถ้าฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{1 - x} & \text{เมื่อ } x < 1 \\ 3 - ax & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 2 \\ 2|x| + b & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบนจำนวนจริง จงหาค่าของ $a - b$

เฉลย Quiz 1 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ ลิมิต และความต่อเนื่อง คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันพฤหัสบดี ที่ 29 สิงหาคม 2562 สัปดาห์ที่ 3 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (3 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec^2 x}{x^2 + \sin^2 x}$

วิธีทำ

วิธีที่ 1

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec^2 x}{x^2 + \sin^2 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\tan^2 x}{x^2 + \sin^2 x} && \because \sec^2 x - \tan^2 x = 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{x^2(1 + \frac{\sin^2 x}{x^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{x^2}} \\ &= -1^2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1 + 1^2} = -\frac{1}{2} \quad \# \end{aligned}$$

วิธีที่ 2

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec^2 x}{x^2 + \sin^2 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{\cos^2 x}}{x^2 + \sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2 \cos^2 x (x^2 + \sin^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{x^2 \cos^2 x (x^2 + \sin^2 x)} && \because \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{\cos^2 x \cdot x^2 (1 + \frac{\sin^2 x}{x^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{x^2}} \\ &= -1^2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1 + 1^2} = -\frac{1}{2} \quad \# \end{aligned}$$

2. (4 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x - \sqrt{1 + x^2})$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x - \sqrt{1 + x^2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x - \sqrt{1 + x^2}) \cdot \frac{1 - x + \sqrt{1 + x^2}}{1 - x + \sqrt{1 + x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - x)^2 - (1 + x^2)}{1 - x + \sqrt{1 + x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 2x + x^2 - 1 - x^2}{1 - x + \sqrt{1 + x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{1 - x + \sqrt{1 + x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{1 - x + \sqrt{x^2(\frac{1}{x^2} + 1)}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{1 - x + |x|\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{1 - x - x\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{x(\frac{1}{x} - 1 - \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{\frac{1}{x} - 1 - \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}} \\ &= \frac{-2}{0 - 1 - 1} = 1 \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) ให้ a และ b เป็นค่าคงตัว ถ้าฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{1 - x} & \text{เมื่อ } x < 1 \\ 3 - ax & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 2 \\ 2|x| + b & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบนจำนวนจริง จงหาค่าของ $a - b$

วิธีทำ เนื่องจาก f ต่อเนื่องที่ $x = 1$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{1 - x} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 3 - ax \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{1 - x} &= 3 - a \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x^2 + x + 1) &= 3 - a \\ -3 &= 3 - a \\ a &= 6 \end{aligned}$$

เนื่องจาก f ต่อเนื่องที่ $x = 2$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} 3 - ax &= \lim_{x \rightarrow 2^+} 2|x| + b \\ 3 - 2a &= 4 + b \\ 3 - 2(6) &= 4 + b \\ -13 &= b \end{aligned}$$

ดังนั้น $a - b = 6 - (-13) = 19$ #

Quiz 2 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน กฎลูกโซ่ คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันพุธ ที่ 11 กันยายน 2562 สัปดาห์ที่ 5 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงตรวจสอบว่า f มีอนุพันธ์ที่ $x = 2$ หรือไม่ กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{เมื่อ } x < 2 \\ 4x - 1 & \text{เมื่อ } x \geq 2 \end{cases}$

2. (3 คะแนน) กำหนดให้ $y = f\left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x}\right)$ และ $f'(2) = -1$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$

3. (3 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ของ $y = (\sec x)^{\tan x}$

เฉลย Quiz 2 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน กฎลูกโซ่ คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันพุธ ที่ 11 กันยายน 2562 สัปดาห์ที่ 5 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงตรวจสอบว่า f มีอนุพันธ์ที่ $x = 2$ หรือไม่ กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{เมื่อ } x < 2 \\ 4x - 1 & \text{เมื่อ } x \geq 2 \end{cases}$

วิธีทำ พิจารณาลิมิต $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ จะเห็นว่า $f(2) = 7$ และ

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(4x - 1) - 7}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x^2 + 3) - 7}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$$

ดังนั้น f มีอนุพันธ์ที่ $x = 2$ และ $f'(2) = 4$ #

2. (3 คะแนน) กำหนดให้ $y = f\left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x}\right)$ และ $f'(2) = -1$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= f' \left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x} \right) \cdot \left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x} \right)' \\ &= f' \left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x} \right) \cdot \left[\frac{(\sin x + e^x)(\cos x + e^x)' - (\cos x + e^x)(\sin x + e^x)'}{(\sin x + e^x)^2} \right] \\ &= f' \left(\frac{\cos x + e^x}{\sin x + e^x} \right) \cdot \left[\frac{(\sin x + e^x)(-\sin x + e^x) - (\cos x + e^x)(\cos x + e^x)'}{(\sin x + e^x)^2} \right] \end{aligned}$$

แทน $x = 0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= f' \left(\frac{\cos 0 + e^0}{\sin 0 + e^0} \right) \cdot \left[\frac{(\sin 0 + e^0)(-\sin 0 + e^0) - (\cos 0 + e^0)(\cos 0 + e^0)'}{(\sin 0 + e^0)^2} \right] \\ &= f'(2) \cdot \left[\frac{(0 + 1)(-0 + 1) - (1 + 1)(1 + 1)'}{(0 + 1)^2} \right] = f'(2) \cdot (-3) = (-1)(-3) = 3 \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ของ $y = (\sec x)^{\tan x}$

วิธีทำ พิจารณา

$$\ln y = \ln(\sec x)^{\tan x} = (\tan x) \cdot \ln(\sec x)$$

$$\frac{d}{dx}(\ln y) = \frac{d}{dx}(\tan x) \cdot \ln(\sec x) = (\tan x)(\ln(\sec x))' + (\tan x)'(\ln(\sec x))$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \tan x \left(\frac{1}{\sec x} \cdot \sec x \tan x \right) + \sec^2 x \cdot \ln(\sec x)$$

$$\frac{dy}{dx} = y [\tan^2 x + \sec^2 x \cdot \ln(\sec x)]$$

ดังนั้น

$$\frac{dy}{dx} = (\sec x)^{\tan x} [\tan^2 x + \sec^2 x \cdot \ln(\sec x)] \quad \#$$

Quiz 3 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ การหาปริพันธ์โดยการเปลี่ยนตัวแปร และการหาปริพันธ์ที่ละส่วน คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันศุกร์ ที่ 25 ตุลาคม 2562 สัปดาห์ที่ 11 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_1^2 (x+1)^2 \sqrt{x-1} dx$

2. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{\sin^3 \theta}{1 - \cos \theta} d\theta$

3. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

เฉลย Quiz 3 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ การหาปริพันธ์โดยการเปลี่ยนตัวแปร และการหาปริพันธ์ที่ละส่วน คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันศุกร์ ที่ 25 ตุลาคม 2562 สัปดาห์ที่ 11 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_1^2 (x+1)^2 \sqrt{x-1} dx$

วิธีทำ ให้ $u = x - 1$ นั่นคือ $x = u + 1$ จะได้ว่า $du = dx$ และ $u(1) = 0$ และ $u(2) = 1$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \int_1^2 (x+1)^2 \sqrt{x-1} dx &= \int_{u(1)}^{u(2)} (u+1+1)^2 \sqrt{u} du \\ &= \int_0^1 (u+2)^2 u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \int_0^1 (u^2 + 4u + 4) u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \int_0^1 u^{\frac{5}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} + 4u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \left[\frac{2}{7} u^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{8}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{7} + \frac{8}{5} + \frac{8}{3} = \frac{478}{105} \quad \# \end{aligned}$$

2. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{\sin^3 \theta}{1 - \cos \theta} d\theta$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \int \frac{\sin^3 \theta}{1 - \cos \theta} d\theta &= \int \frac{\sin^2 \theta \sin \theta}{1 - \cos \theta} d\theta \\ &= \int \frac{(1 - \cos^2 \theta) \sin \theta}{1 - \cos \theta} d\theta \\ &= \int \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) \sin \theta}{1 - \cos \theta} d\theta \\ &= \int (1 + \cos \theta) \sin \theta d\theta \\ &= - \int (1 + \cos \theta) d \cos \theta \\ &= - \cos \theta - \frac{1}{2} \cos^2 \theta + C \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

วิธีทำ ให้ $u = \ln x$ จะได้ว่า $du = \frac{1}{x} dx$ และ ให้ $dv = \frac{1}{x^2} dx$ นั่นคือ $v = -\frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} \int \frac{\ln x}{x^2} dx &= -\frac{1}{x} \ln x + \int \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= -\frac{1}{x} \ln x + \int x^{-2} dx \\ &= -\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + C \quad \# \end{aligned}$$

Quiz 4 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ การหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะ ฟังก์ชันกรณ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันศุกร์ ที่ 8 พฤศจิกายน 2562 สัปดาห์ที่ 13 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผศ.ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{20}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} dx$

2. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{x} + 1}} dx$

3. (3 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_0^\pi \sec^5 x \tan^3 x dx$

เฉลย Quiz 4 : MAC1302 แคลคูลัส 1

หัวข้อ การหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะ ฟังก์ชันกรณ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ คะแนน 10 คะแนน

เวลา วันศุกร์ ที่ 8 พฤศจิกายน 2562 สัปดาห์ที่ 13 ปีการศึกษา 1/2562

ผู้สอน ผศ.ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{20}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} dx$

วิธีทำ พิจารณา

$$\begin{aligned}\frac{20}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} &= \frac{20}{(x^2 + 1)(x - 2)(x + 2)} \\ &= \frac{A}{x - 2} + \frac{B}{x + 2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1}\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$20 = A(x + 2)(x^2 + 1) + B(x - 2)(x^2 + 1) + (Cx + D)(x - 2)(x + 2)$$

$$x = 2; \quad 20 = 20A \quad \therefore A = 1$$

$$x = -2; \quad 20 = -20B \quad \therefore B = -1$$

$$x = 0; \quad 20 = 2A - 2B - 4D = 2 + 2 - 4D \quad \therefore D = -4$$

$$x = 1; \quad 20 = 6A - 2B + (C + D)(-3) = 6 + 2 - 3C + 12 \quad \therefore C = 0$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int \frac{20}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} dx &= \int \frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x + 2} - \frac{4}{x^2 + 1} dx \\ &= \ln|x - 2| - \ln|x + 2| - 4 \arctan x + C \quad \# \end{aligned}$$

2. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{x} + 1}} dx$

วิธีทำ ให้ $u = \sqrt[3]{\sqrt{x} + 1}$ แล้ว $u^3 = \sqrt{x} + 1$ นั่นคือ $u^3 - 1 = \sqrt{x}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{du}{dx} &= \frac{1}{3}(\sqrt{x} + 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{6(\sqrt{x} + 1)^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{6u^2} \cdot \frac{1}{u^3 - 1}\end{aligned}$$

$$\therefore 6u^2(u^3 - 1)du = dx$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}} dx &= \int \frac{1}{u} 6u^2(u^3-1) du \\ &= 6 \int u(u^3-1) du \\ &= 6 \int u^4 - u du \\ &= \frac{6}{5}u^5 - 3u^2 + C \\ &= \frac{6}{5}(\sqrt{x}+1)^{\frac{5}{3}} - 3(\sqrt{x}+1)^{\frac{2}{3}} + C \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) จงหาค่าของ $\int_0^\pi \sec^5 x \tan^3 x dx$

วิธีทำ พิจารณา

$$\begin{aligned}\int \sec^5 x \tan^3 x dx &= \int \sec^4 x \tan^2 x \cdot \sec x \tan x dx \\ &= \int \sec^4 x (\sec^2 x - 1) d \sec x \\ &= \int \sec^6 x - \sec^4 x d \sec x \\ &= \frac{1}{7} \sec^7 x - \frac{1}{5} \sec^5 x + C \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int_0^\pi \sec^5 x \tan^3 x dx &= \left[\frac{1}{7} \sec^7 x - \frac{1}{5} \sec^5 x \right]_0^\pi \\ &= \left[\frac{1}{7}(-1)^7 - \frac{1}{5}(-1)^5 \right] - \left[\frac{1}{7}(1)^7 - \frac{1}{5}(1)^5 \right] \\ &= \left[-\frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right] - \left[\frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right] \\ &= \frac{4}{35} \quad \# \end{aligned}$$