

# Quiz 1 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ            ลิมิต และความต่อเนื่อง           คะแนน 10 คะแนน  
เวลา             วันอังคาร ที่ 4 กันยายน 2561 สัปดาห์ที่ 3 1/2561  
ผู้สอน          อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา  
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....

---

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (3 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos^3 x}$

2. (4 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x})$

3. (3 คะแนน) ให้  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว ถ้าฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} & \text{เมื่อ } x < -1 \\ ax + 3 & \text{เมื่อ } -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบนจำนวนจริง จงหาค่าของ  $a$  และ  $b$

# เฉลย Quiz 1 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ      ลิมิต และความต่อเนื่อง      คะแนน 10 คะแนน  
เวลา      วันอังคาร ที่ 4 กันยายน 2561 สัปดาห์ที่ 3 1/2561  
ผู้สอน      อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. (3 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos^3 x}$   
วิธีทำ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos^3 x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x + \cos^2 x)} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{(1 - \cos^2 x)(1 + \cos x + \cos^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x(1 + \cos x + \cos^2 x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x + \cos^2 x} \\ &= 1^2 \cdot \frac{1 + 1}{1 + 1 + 1} \\ &= \frac{2}{3} \quad \# \end{aligned}$$

2. (4 คะแนน) จงหาค่าของลิมิต  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x})$   
วิธีทำ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x}) \cdot \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - (x^2 - 2x)}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x - \sqrt{x^2(1 - \frac{2}{x})}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x - |x|\sqrt{1 - \frac{2}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x + x\sqrt{1 - \frac{2}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{x}}} \\ &= \frac{2}{1 + \sqrt{1 - 0}} \\ &= 1 \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) ให้  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว ถ้าฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x-3}{x+1} & \text{เมื่อ } x < -1 \\ ax + 3 & \text{เมื่อ } -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + b & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

มีความต่อเนื่องบนจำนวนจริง จงหาค่าของ  $a$  และ  $b$

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $f$  ต่อเนื่องที่  $x = -1$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -1^+} ax + 3 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x + 1)(x - 3)}{x + 1} &= -a + 3 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} x - 3 &= -a + 3 \\ -4 &= -a + 3 \\ a &= 7 \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $f$  ต่อเนื่องที่  $x = 2$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} ax + 3 &= \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 + b \\ 7(2) + 3 &= 2^2 + b \\ b &= 13 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $a = 7$  และ  $b = 13$  #

## Quiz 2 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ           อนุพันธ์ของฟังก์ชัน           คะแนน 10 คะแนน  
เวลา           วันอังคาร ที่ 18 กันยายน 2561 สัปดาห์ที่ 3 1/2561  
ผู้สอน           อาจารย์ ดร.ธัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา  
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....

---

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. ( 4 คะแนน) ให้  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{เมื่อ } x > 1 \\ x^2 + 2x & \text{เมื่อ } x \leq 1 \end{cases}$

จงตรวจสอบว่า  $f$  มีอนุพันธ์ที่  $x = 1$  หรือไม่ (ใช้บทนิยาม)

2. ( 3 คะแนน) ให้  $f\left(\frac{g(x)+1}{g(x)-1}\right) = e^{\sin x} \cos x$  โดยที่  $g(0) = 2$  และ  $g'(0) = 1$  จงหา  $f'(3)$

3. ( 3 คะแนน) จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยที่  $y = (\arctan x)^{\arctan x}$

## เฉลย Quiz 2 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ	อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	คะแนน 10 คะแนน
เวลา	วันอังคาร ที่ 18 กันยายน 2561 สัปดาห์ที่ 3 1/2561	
ผู้สอน	อาจารย์ ดร.ธัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา	

### จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. ( 4 คะแนน) ให้  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{เมื่อ } x > 1 \\ x^2 + 2x & \text{เมื่อ } x \leq 1 \end{cases}$

จงตรวจสอบว่า  $f$  มีอนุพันธ์ที่  $x = 1$  หรือไม่ (ใช้บทนิยาม)

วิธีทำ พิจารณาลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1}$  นั่นคือ

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x^2 - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x - 1)(x + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 2(x + 1) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x + 3)(x - 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} x + 3 = 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = 4 \quad \#$$

2. ( 3 คะแนน) ให้  $f\left(\frac{g(x) + 1}{g(x) - 1}\right) = e^{\sin x} \cos x$  โดยที่  $g(0) = 2$  และ  $g'(0) = 1$  จงหา  $f'(3)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{g(x) + 1}{g(x) - 1}\right) \cdot \left(\frac{g(x) + 1}{g(x) - 1}\right)' &= e^{\sin x} (\cos x)' + \cos x (e^{\sin x})' \\ f'\left(\frac{g(x) + 1}{g(x) - 1}\right) \cdot \left[\frac{(g(x) - 1)g'(x) - (g(x) + 1)g'(x)}{[g(x) - 1]^2}\right] &= e^{\sin x} (-\sin x) + \cos x e^{\sin x} (\cos x) \end{aligned}$$

แทน  $x = 0$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{g(0) + 1}{g(0) - 1}\right) \cdot \left[\frac{(g(0) - 1)g'(0) - (g(0) + 1)g'(0)}{[g(0) - 1]^2}\right] &= e^{\sin 0} (-\sin 0) + \cos 0 e^{\sin 0} (\cos 0) \\ f'\left(\frac{2 + 1}{2 - 1}\right) \cdot \left[\frac{(2 - 1)1 - (2 + 1)1}{[2 - 1]^2}\right] &= 0 + 1 \\ f'(3) \cdot (-2) &= 1 \\ f'(3) &= -\frac{1}{2} \quad \# \end{aligned}$$

3. ( 3 คะแนน) จงหา  $\frac{dy}{dx}$  โดยที่  $y = (\arctan x)^{\arctan x}$   
วิธีทำ

$$\ln y = \arctan x \ln(\arctan x)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} &= (\arctan x)(\ln(\arctan x))' + (\arctan x)' \ln(\arctan x) \\ &= (\arctan x) \frac{1}{\arctan x} (\arctan x)' + \frac{1}{1+x^2} \ln(\arctan x) \\ &= \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^2} \ln(\arctan x) \\ \frac{dy}{dx} &= (\arctan x)^{\arctan x} \left[ \frac{1 + \ln(\arctan x)}{x^2 + 1} \right] \quad \# \end{aligned}$$

# Quiz 3 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ ปฏิยานุพันธ์ ปริพันธ์จำกัดเขต และการหาปริพันธ์ที่ละส่วน คะแนน 10 คะแนน  
เวลา วันอังคาร ที่ 30 ตุลาคม 2561 สัปดาห์ที่ 11 1/2561  
ผู้สอน อาจารย์ ดร.ธนชัย จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา  
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....

---

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int \sin t(\cot t + \sec^2 t) dt$

2. (3 คะแนน) จงหาค่าของ  $\int_1^5 (x+1)\sqrt{x-1} dx$

3. (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int x \cdot \arctan x dx$

# เฉลย Quiz 3 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ	ปฏิยานุพันธ์ ปริพันธ์จำกัดเขต และการหาปริพันธ์ที่ละส่วน	คะแนน	10 คะแนน
เวลา	วันอังคาร ที่ 30 ตุลาคม 2561 สัปดาห์ที่ 11 1/2561		
ผู้สอน	อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา		

## จงแสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int \sin t(\cot t + \sec^2 t) dt$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\int \sin t(\cot t + \sec^2 t) dt &= \int (\sin t \cot t + \sin t \sec^2 t) dt \\ &= \int \left( \sin t \cdot \frac{\cos t}{\sin t} + \sin t \cdot \frac{1}{\cos^2 t} \right) dt \\ &= \int \left( \cos t + \frac{1}{\cos t} \cdot \frac{\sin t}{\cos t} \right) dt \\ &= \int (\cos t + \sec t \tan t) dt \\ &= \sin t + \sec t + C \quad \# \end{aligned}$$

2. (3 คะแนน) จงหาค่าของ  $\int_1^5 (x+1)\sqrt{x-1} dx$

วิธีทำ ให้  $u = x - 1$  จะได้ว่า  $du = dx$  และ  $x = u + 1$  ทำให้ได้ว่า  $u(1) = 0$  และ  $u(5) = 4$  ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int_1^5 (x+1)\sqrt{x-1} dx &= \int_0^4 ((u+1)+1)\sqrt{u} du \\ &= \int_0^4 (u+2)u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \int_0^4 u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \left[ \frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3}u^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 \\ &= \frac{2}{5}4^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3}4^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{2}{5}(32) + \frac{4}{3}(8) \\ &= \frac{352}{15} \quad \# \end{aligned}$$



3. (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int x \cdot \arctan x \, dx$

วิธีทำ ให้  $u = \arctan x$  และ  $dv = x \, dx$  ทำให้ได้ว่า

$$du = \frac{1}{1+x^2} dx \quad \text{และ} \quad v = \frac{x^2}{2}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \int x \cdot \arctan x \, dx &= \frac{x^2}{2} \arctan x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{1+x^2} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{1+x^2} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \int \frac{(1+x^2) - 1}{1+x^2} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \int 1 - \frac{1}{1+x^2} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \arctan x - \frac{1}{2}(x - \arctan x) + C \\ &= \frac{1}{2}x^2 \arctan x + \frac{1}{2} \arctan x - \frac{1}{2}x + C \quad \# \end{aligned}$$

## Quiz 4 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ      ปริพันธ์เศษส่วนย่อย รูปแบบกรณฑ์ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ      คะแนน 10 คะแนน  
เวลา      วันอังคาร ที่ 13 พฤศจิกายน 2561 สัปดาห์ที่ 13 1/2561  
ผู้สอน      อาจารย์ ดร.ชนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา  
ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ตอนเรียน.....

---

1. (4 คะแนน)      จงหาปริพันธ์ของ  $\int \frac{2}{(x-1)(x^2+1)} dx$  โดยใช้ Partial Fraction
2. (3 คะแนน)      จงหาปริพันธ์ของ  $\int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx$
3. (3 คะแนน)      จงหาปริพันธ์ของ  $\int (\sec x + \tan x)^2 dx$

# เฉลย Quiz 4 : MAP1402 คณิตศาสตร์ 1

หัวข้อ	ปริพันธ์เศษส่วนย่อย รูปแบบกรณฑ์ และฟังก์ชันตรีโกณมิติ	คะแนน	10 คะแนน
เวลา	วันอังคาร ที่ 13 พฤศจิกายน 2561 สัปดาห์ที่ 13 1/2561		
ผู้สอน	อาจารย์ ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา		

1. (4 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int \frac{2}{(x-1)(x^2+1)} dx$  โดยใช้ Partial Fraction  
วิธีทำ พิจารณา

$$\begin{aligned}\frac{2}{(x-1)(x^2+1)} &= \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \\ 2 &= A(x^2+1) + (Bx+C)(x-1) \\ x=1; \quad 2 &= 2A \quad \therefore A=1 \\ x=0; \quad 2 &= A-C \\ 2 &= 1-C \quad \therefore C=-1 \\ x=2; \quad 2 &= 5A+2B+C \\ 2 &= 5+2B-1 \quad \therefore B=-1\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int \frac{2}{(x-1)(x^2+1)} dx &= \int \frac{1}{x-1} + \frac{-x-1}{x^2+1} dx \\ &= \int \frac{1}{x-1} dx - \int \frac{x}{x^2+1} dx - \int \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= \int \frac{1}{x-1} dx - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+1} d(x^2) - \int \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x^2+1| - \arctan x + C \quad \# \end{aligned}$$

2. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx$   
วิธีทำ ให้  $u = \sqrt{1+\sqrt{x}}$  จะได้ว่า  $u^2 = 1 + \sqrt{x}$  นั่นคือ  $\sqrt{x} = u^2 - 1$  และ

$$\begin{aligned}\frac{du}{dx} &= \frac{1}{2}(1+\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{u} \cdot \frac{1}{u^2-1} \\ 4u(u^2-1) du &= dx\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\int \sqrt{1+\sqrt{x}} dx &= \int u \cdot 4u(u^2-1) du \\ &= 4 \int u^4 - u^2 du \\ &= \frac{4}{5}u^5 - \frac{4}{3}u^3 + C \\ &= \frac{4}{5}(1+\sqrt{x})^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}(1+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}} + C \quad \# \end{aligned}$$

3. (3 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ  $\int (\sec x + \tan x)^2 dx$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\int (\sec x + \tan x)^2 dx &= \int \sec^2 x + 2 \sec x \tan x + \tan^2 x dx \\ &= \int \sec^2 x + 2 \sec x \tan x + \sec^2 x - 1 dx \\ &= \int 2 \sec^2 x + 2 \sec x \tan x - 1 dx \\ &= 2 \tan x + 2 \sec x - x + C \quad \# \end{aligned}$$