



คณิตศาสตร์

Quiz 1 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ ลิมิตของฟังก์ชัน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 3) ปีการศึกษา 2/2565

ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2}$

2. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x)$



คณิตศาสตร์

เฉลย Quiz 1 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ ลิมิตของฟังก์ชัน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 3) ปีการศึกษา 2/2565

ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2}$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 1)}{(x + 2)(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x + 2)(x^2 + 1)}{(x + 2)(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x - 2)(x^2 + 1)}{(x + 1)} \\ &= \frac{(-4)(5)}{-1} = 20 \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x)$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} + x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 2x} - x}{\sqrt{x^2 - 2x} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 2x})^2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 2x} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 - 2x) - x^2}{\sqrt{x^2 - 2x} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2(1 - \frac{2}{x})} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2} \sqrt{1 - \frac{2}{x}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{-x \sqrt{1 - \frac{2}{x}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{-x (\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + 1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{1 + 0} + 1} = 1 \quad \# \end{aligned}$$



Quiz 1 (เพิ่ม) : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ ลิมิตของฟังก์ชัน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 3) ปีการศึกษา 2/2565

ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^2 - 3x - 4}$

2. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$



เฉลย Quiz 1 (เพิ่ม) : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ ลิมิตของฟังก์ชัน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 3) ปีการศึกษา 2/2565

ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^2 - 3x - 4}$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^2 - 3x - 4} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x^2 - x - 2)}{(x+1)(x-4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)(x-2)}{(x+1)(x-4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x-2)}{x-4} \\ &= \frac{-1(-3)}{-5} = -\frac{3}{5} \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงหาลิมิต $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 1})^2 - x^2}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + x + 1) - x^2}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{\sqrt{x^2} \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{-x \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(1 + \frac{1}{x})}{-x (\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(1 + \frac{1}{x})}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} \\ &= \frac{-(1 + 0)}{\sqrt{1 + 0 + 0} + 1} = -\frac{1}{2} \quad \# \end{aligned}$$



คณิตศาสตร์

Quiz 2 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ กฏอนุพันธ์ กฎลูกโซ่ และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกโพแนนเชียล คะแนนเต็ม 10 คะแนน
เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 5) ปีการศึกษา 2/2565
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) กำหนดให้ $y = f(2e^u + 3)$ และ $u = \frac{x}{x+1}$ โดยที่ $f'(5) = 2$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$

2. (5 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ของ $y = x^{x \ln x}$



คณิตศาสตร์

เฉลย Quiz 2 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ กฏอนุพันธ์ กฎลูกโซ่ และอนุพันธ์ของฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล คะแนนเต็ม 10 คะแนน
เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 5) ปีการศึกษา 2/2565
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) กำหนดให้ $y = f(2e^u + 3)$ และ $u = \frac{x}{x+1}$ โดยที่ $f'(5) = 2$ จงหา $\frac{dy}{dx}$ เมื่อ $x = 0$

แนวคำตอบ ให้ $v = 2e^u + 3$ จะได้ว่า $y = f(v)$ โดยกฎลูกโซ่

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= f'(v) \cdot (2e^u) \cdot \left[\frac{(x+1)(x)' - x(x+1)'}{(x+1)^2} \right] \\ &= f'(v) \cdot (2e^u) \cdot \left[\frac{(x+1)(1) - x(1)}{(x+1)^2} \right] \\ &= f'(v) \cdot (2e^u) \cdot \frac{1}{(x+1)^2}\end{aligned}$$

แทน $x = 0$ จะได้ว่า $u = \frac{0}{0+1} = 0$ และ $v = 2e^0 + 3 = 5$ ดังนั้น

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = f'(5) \cdot (2e^0) \cdot \frac{1}{(0+1)^2} = 2(2)(1) = 4 \quad \#$$

2. (5 คะแนน) จงหาอนุพันธ์ของ $y = x^{x \ln x}$

แนวคำตอบ พิจารณา $x > 0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\ln y &= \ln x^{x \ln x} = (x \ln x) \ln x = x(\ln x)^2 \\ \frac{d}{dx}(\ln y) &= x \cdot \frac{d}{dx}(\ln x)^2 + \frac{d}{dx}x \cdot (\ln x)^2 \\ \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} &= x \cdot 2(\ln x) \frac{d}{dx}(\ln x) + 1 \cdot (\ln x)^2 \\ \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} &= 2x(\ln x) \cdot \frac{1}{x} + (\ln x)^2 \\ \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} &= 2 \ln x + (\ln x)^2 \\ \frac{dy}{dx} &= y[\ln x + (\ln x)^2] \\ &= x^{x \ln x}[\ln x + (\ln x)^2] \quad \#\end{aligned}$$



คณะวิทยาศาสตร์

เฉลย Quiz 3 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ การหาปริพันธ์โดยการเปลี่ยนตัวแปรและทีละส่วน คะแนนเต็ม 10 คะแนน
เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 11) ปีการศึกษา 2/2565
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ $\int_{0.5}^1 x\sqrt{2x-1} dx$

แนวคำตอบ ให้ $u = 2x - 1$ จะได้ว่า $x = \frac{u+1}{2}$ และ $dx = \frac{1}{2} du$ โดยที่

$$u(0.5) = 0 \quad \text{และ} \quad u(1) = 1$$

ฉะนั้น

$$\begin{aligned} \int_{0.5}^1 x\sqrt{2x-1} dx &= \int_{u(0.5)}^{u(1)} \left(\frac{u+1}{2}\right) \sqrt{u} \frac{1}{2} du \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 (u+1)u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \right] - 0 = \frac{4}{15} \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ $\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$

แนวคำตอบ ให้ $u = \ln x$ และ $dv = \sqrt{x} dx$ จะได้ว่า

$$du = \frac{1}{x} dx \quad \text{และ} \quad v = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$$

ฉะนั้น

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x} \cdot \ln x dx &= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \ln x - \int \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{2}{3} \int x^{\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \ln x - \frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}} + C \quad \# \end{aligned}$$



Quiz 4 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ การหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะและฟังก์ชันตรีโกณมิติ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 13) ปีการศึกษา 2/2565
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$

2. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$



คณะวิทยาศาสตร์

เฉลย Quiz 4 : แคลคูลัส ๑ MAC1302

หัวข้อ การหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตรรกยะและฟังก์ชันตรีโกณมิติ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
 เวลา 30 นาที (สัปดาห์ที่ 13) ปีการศึกษา 2/2565
 ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
 ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$

แนวคำตอบ พิจารณา

$$\frac{1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{1}{(x + 1)(x + 2)} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x + 2}$$

$$1 = A(x + 2) + B(x + 1)$$

$$x = -1; \quad 1 = A$$

$$x = -2; \quad 1 = -B \quad \therefore B = -1$$

ดังนั้น

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x + 2} dx$$

$$= [\ln |x + 1| - \ln |x + 2|]_0^1$$

$$= [\ln 2 - \ln 3] - [\ln 1 - \ln 2] = 2 \ln 2 - \ln 3 \quad \#$$

2. (5 คะแนน) จงหาปริพันธ์ของ $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$

แนวคำตอบ

วิธีที่ 1 ให้ $u = \sin x$ แล้ว $du = \cos x$ และ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ จะได้ว่า

$$\int \sin^2 x \cos^3 x dx = \int \sin^2 x \cos^2 x (\cos x dx) = \int \sin^2 x (1 - \sin^2 x) (\cos x dx)$$

$$= \int u^2 (1 - u^2) du = \int u^2 - u^4 du$$

$$= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} + C$$

$$= \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C \quad \#$$

วิธีที่ 2

$$\int \sin^2 x \cos^3 x dx = \int \sin^2 x \cos^2 x (\cos x dx) = \int \sin^2 x (1 - \sin^2 x) d(\sin x)$$

$$= \int \sin^2 x - \sin^4 x d(\sin x)$$

$$= \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C \quad \#$$