# Assignment 1
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** สถิติพื้นฐานและค่ากลางของข้อมูล **สัปดาห์ที่** 1 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน

**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. คะแนนวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษา 50 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน เป็นดังนี้

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 35 | 36 | 39 | 39 | 41 | 42 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 46 | 48 | 49 | 50 | 50 |
| 50 | 50 | 50 | 54 | 55 | 58 | 58 | 59 | 59 | 61 | 62 | 62 | 62 | 63 | 66 | 68 | 69 |
| 69 | 71 | 72 | 72 | 73 | 74 | 76 | 78 | 80 | 82 | 82 | 84 | 88 | 90 | 92 | 98 | |

   จากข้อมูลข้างต้นจงสร้างตารางแจกแจงความถี่พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วยฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่ และเส้นโค้งโอจีฟ

2. สำหรับข้อมูลที่จัดกลุ่มในรูปตารางแจกแจงความถี่ที่มีขนาด $N$ ฐานนิยมจะเป็นค่าที่อยู่ในชั้นที่มีความถี่สูงที่สุด จงพิสูจน์ว่า

$$\text{Mod } = L + I\left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)$$

   $L$ คือขอบล่างของชั้นฐานนิยม

   $d_1$ คือผลต่างของความถี่ชั้นฐานนิยมกับชั้นก่อนชั้นฐานนิยม

   $I$ คือความกว้างของอันตรภาคของชั้นฐานนิยม

   $d_2$ คือผลต่างของความถี่ชั้นฐานนิยมกับชั้นหลังชั้นฐานนิยม

3. สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่ง เมื่อเพิ่มอีกหนึ่งค่าซึ่งเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มนี้ จงแสดงว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตใหม่จะไม่เปลี่ยนแปลง

4. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, ..., x_{100}$ เมื่อ

$$x_n = \begin{cases} n^2 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ 2n & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$$

5. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 99 จำนวนเรียงจากน้อยไปมากได้เป็น $x_1, x_2, x_3, ..., x_{99}$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับมัธยฐาน จงแสดงว่า $\displaystyle\sum_{i=1}^{49}|x_{50}-x_i| = \sum_{i=51}^{99}|x_{50}-x_i|$

6. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและฐานนิยมจากตารางนี้ เมื่อค่ามัธยฐานเท่ากับ 11.75

| คะแนน | ความถี่ (คน) |
|---|---|
| $1-5$ | $5$ |
| $6-10$ | $x$ |
| $11-15$ | $8$ |
| $16-20$ | $7$ |

7. ข้อมูล $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ $\mu$ จงพิสูจน์ว่า $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$ มีค่าน้อยที่สุด

8. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่ามัธยฐา นและฐานนิยม ของประชากรที่ประกอบด้วย

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ..., \underbrace{100, 100, ..., 100}_{100\text{ตัว}}$$

# เฉลย Assignment 1
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** สถิติพื้นฐานและค่ากลางของข้อมูล **สัปดาห์ที่** 1 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. คะแนนวิชาแคลคูลัส 1 ของนักศึกษา 50 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน เป็นดังนี้

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 35 | 36 | 39 | 39 | 41 | 42 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 46 | 48 | 49 | 50 | 50 |
| 50 | 50 | 50 | 54 | 55 | 58 | 58 | 59 | 59 | 61 | 62 | 62 | 62 | 63 | 66 | 68 | 69 |
| 69 | 71 | 72 | 72 | 73 | 74 | 76 | 78 | 80 | 82 | 82 | 84 | 88 | 90 | 92 | 98 | |

จากข้อมูลข้างต้นจงสร้างตารางแจกแจงความถี่พร้อมทั้งแสดงข้อมูลด้วยฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมความถี่ และเส้นโค้งโอจีฟ

**แนวคำตอบ** เนื่องจาก $N = 50$ จากสูตรสเตอเกส $k = 1 + 3.3\log 50 = 6.61 \approx 7$ โดยที่ $X_{\text{max}} = 98$ และ $X_{\text{min}} = 30$ นั่นคือ $R = 98 - 30 = 68$ และความกว้างชั้นหาได้จาก

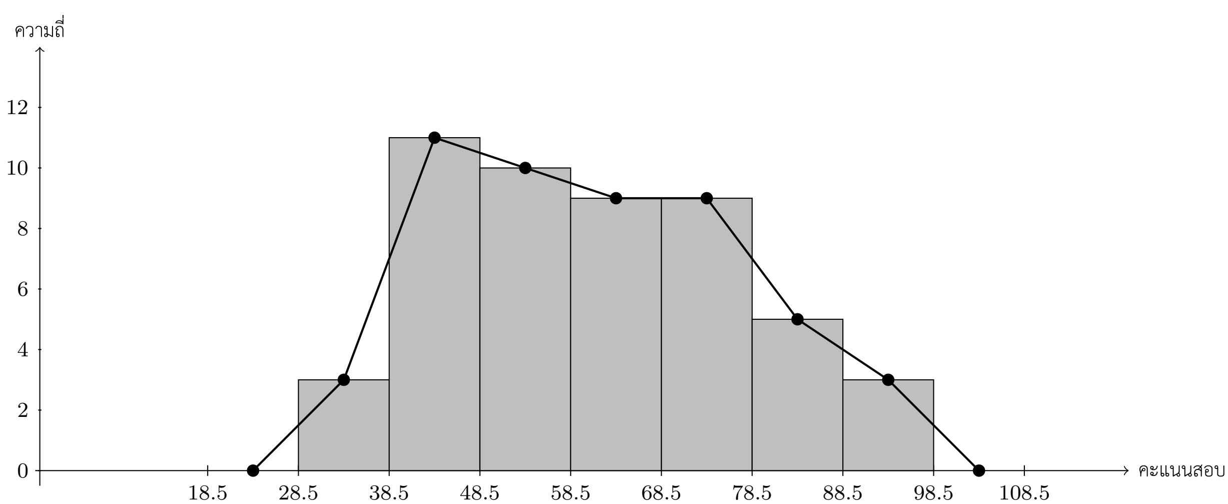
$$I = \frac{R}{k} = \frac{68}{7} = 9.71 \approx 10$$

ดังนั้นเลือก $k = 7$ และ $I = 10$ จะได้ว่า

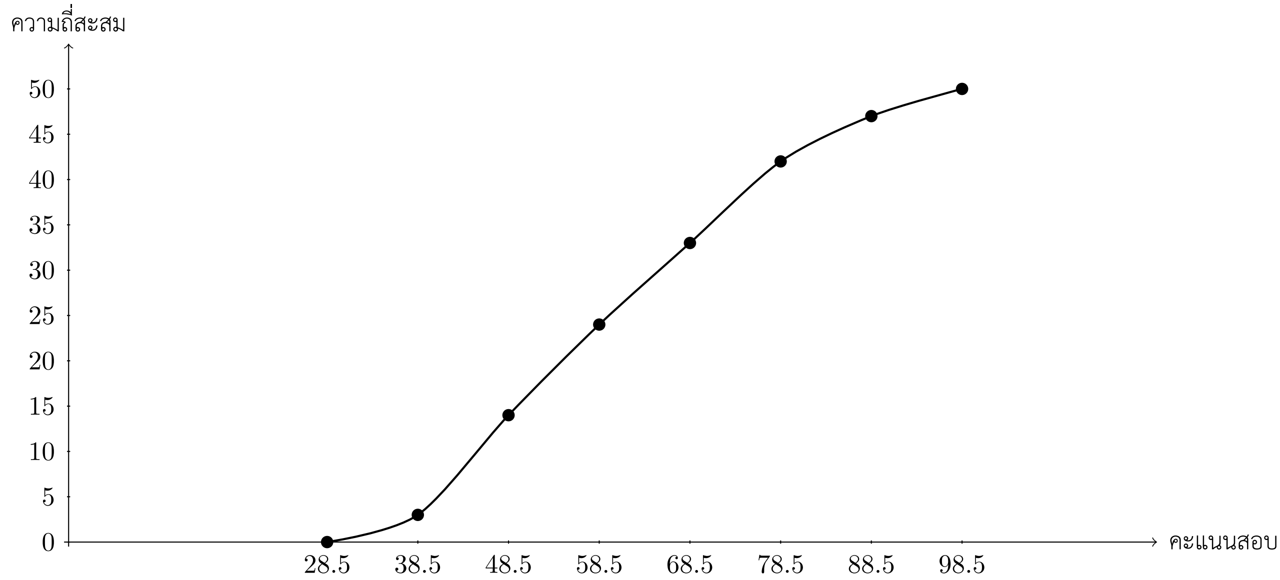
$$\text{ขีดจำกัดล่างของชั้นแรก} = X_{\text{min}} - \frac{Ik - R}{2} = 30 - \frac{10(7) - 68}{2} = 29$$
$$\text{ขีดจำกัดบนของชั้นแรก} = 29 + 10 - 1 = 38$$

| คะแนนวิชาแคลคูลัส 1 | รอยขีด | จำนวนคน | จำนวนคนสะสม |
|---|---|---|---|
| $29 - 38$ | $\vert\vert\vert$ | 3 | 3 |
| $39 - 48$ | $\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$ | 11 | 14 |
| $49 - 58$ | $\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \cancel{\vert\vert\vert\vert}$ | 10 | 24 |
| $59 - 68$ | $\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert\vert$ | 9 | 33 |
| $69 - 78$ | $\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert\vert$ | 9 | 42 |
| $79 - 88$ | $\cancel{\vert\vert\vert\vert}$ | 5 | 47 |
| $89 - 98$ | $\vert\vert$ | 3 | 50 |

แสดงฮิสโทรแกรมได้ดังนี้



และแสดงเส้นโค้งโอจีฟได้ดังนี้




2. สำหรับข้อมูลที่จัดกลุ่มในรูปตารางแจกแจงความถี่ที่มีขนาด $N$ ฐานนิยมจะเป็นค่าที่อยู่ในชั้นที่มีความถี่สูงที่สุด จงพิสูจน์ว่า

$$\text{Mod } = L + I\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$

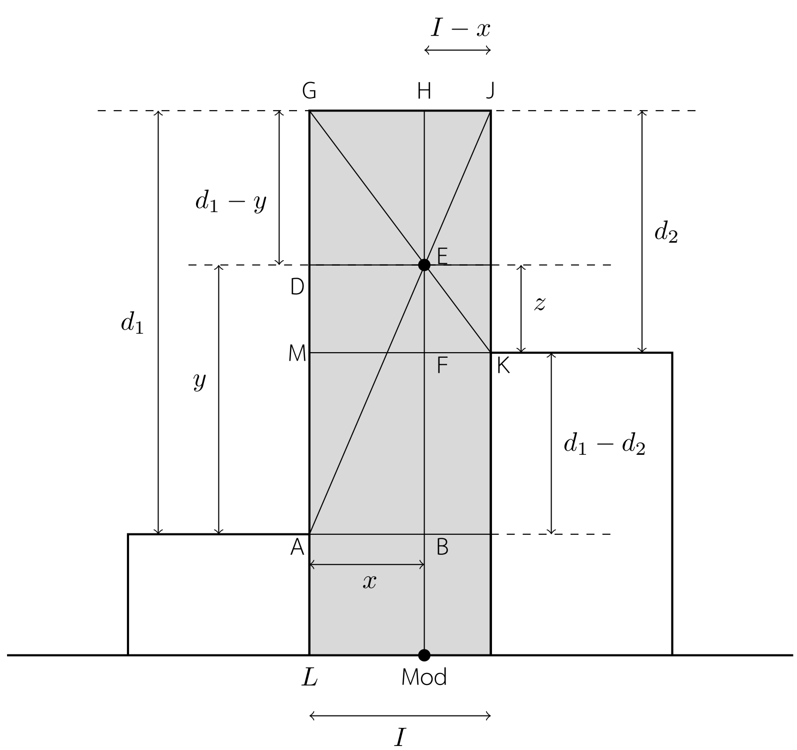
$L$ คือขอบล่างของชั้นฐานนิยม

$I$ คือความกว้างของอันตรภาคของชั้นฐานนิยม

$d_1$ คือผลต่างของความถี่ชั้นฐานนิยมกับชั้นก่อนชั้นฐานนิยม

$d_2$ คือผลต่างของความถี่ชั้นฐานนิยมกับชั้นหลังชั้นฐานนิยม

***บทพิสูจน์.*** พิจารณาฮิสโทแกรมชั้นที่มีความถี่สูงสุด ดังรูป



จากรูปที่ **??** จะได้ว่า Mod $= L + x$

เนื่องจาก $\Delta ABE \sim \Delta JHE$ ดังนั้น $\dfrac{y}{x} = \dfrac{d_1 - y}{I - x}$ หรือ

$$
\begin{aligned}
y(I-x) &= x(d_1 - y) = xd_1 - xy \\
yI - yx &= xd_1 - xy \\
y &= \frac{xd_1}{I}
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก $\Delta KFE \sim \Delta KMG$ ดังนั้น $\dfrac{z}{I-x} = \dfrac{d_2}{I}$ หรือ $z = \dfrac{d_2(I-x)}{I}$

เนื่องจาก $y = z + (d_1 - d_2)$ ฉะนั้น

$$
\begin{aligned}
\frac{xd_1}{I} &= \frac{d_2(I-x)}{I} + d_1 - d_2 \\
d_1 x &= d_2 I - d_2 x + d_1 I - d_2 I \\
x &= I\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)
\end{aligned}
$$

ดังนั้น Mod $= L + I\left(\dfrac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$ □

3. สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณชุดหนึ่ง เมื่อเพิ่มอีกหนึ่งค่าซึ่งเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มนี้ จงแสดงว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตใหม่จะไม่เปลี่ยนแปลง

***บทพิสูจน์***. ให้ประชากรขนาด $n$ ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_n$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\mu$ นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = n\mu$$

สมมติค่าที่เพิ่มคือ $y = \mu$ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ $x_1, x_2, ..., x_n, y$ เท่ากับ

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + y}{n+1} = \frac{n\mu + \mu}{n+1} = \frac{\mu(n+1)}{n+1} = \mu$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตใหม่จะไม่เปลี่ยนแปลง □

4. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $x_1, x_2, x_3, ..., x_{100}$ เมื่อ

$$x_n = \begin{cases} n^2 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ 2n & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases}$$

**แนวคำตอบ** ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ

$$\begin{aligned}
\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n}}{100} &= \frac{1^2 + 2(2) + 3^2 + 2(4) + 5^2 + 2(6) + \cdots + 99^2 + 2(100)}{100} \\
&= \frac{(1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + 99^2) + 4(1 + 2 + 3 + \cdots + 50)}{100} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{50}(2i-1)^2 + 4\sum_{i=1}^{50} i}{100} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{50}(4i^2 - 4i + 1) + \sum_{i=1}^{50} 4i}{100} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{50}(4i^2 - 4i + 1 + 4i)}{100} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{50}(4i^2 + 1)}{100} \\
&= \frac{4\sum_{i=1}^{50} i^2 + \sum_{i=1}^{50} 1}{100} \\
&= \frac{4 \cdot \frac{50(51)(101)}{6} + 1(50)}{100} \\
&= \frac{171750}{100} = 1717.5 \quad \#
\end{aligned}$$

5. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 99 จำนวนเรียงจากน้อยไปมากได้เป็น $x_1,\ x_2,\ x_3,\ ...,\ x_{99}$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับมัธฐาน จงแสดงว่า $\sum_{i=1}^{49} |x_{50} - x_i| = \sum_{i=51}^{99} |x_{50} - x_i|$

**แนวคำตอบ** เนื่องจากข้อมูล $x_1,\ x_2,\ x_3,\ ...,\ x_{99}$ เรียงน้อยไปมาก นั่นคือ

$$x_1 \le x_2 \le x_3 \le \cdots \le x_{99}$$

โดยมี $\mu = \text{Med} = x_{50}$ จะเห็นว่า

$$\begin{array}{llll} x_{50} - x_i \ge 0 & \text{เมื่อ } i = 1, 2, ..., 49 & \text{นั่นคือ} & |x_{50} - x_i| = x_{50} - x_i \\ x_{50} - x_i \le 0 & \text{เมื่อ } i = 51, 52, ..., 99 & \text{นั่นคือ} & |x_{50} - x_i| = -(x_{50} - x_i) \end{array}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{49} |x_{50} - x_i| - \sum_{i=51}^{99} |x_{50} - x_i| &= \sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i) + \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i) + 0 + \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i) + (x_{50} - x_{50}) + \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{99} (x_{50} - x_i) \\ &= \sum_{i=1}^{99} (\mu - x_i) = 0 \qquad \text{จากสมบัติขิงค่าเฉลี่ยเลขคณิต} \end{aligned}$$

สรุปได้ว่า $\sum_{i=1}^{49} |x_{50} - x_i| = \sum_{i=51}^{99} |x_{50} - x_i|$

6. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและฐานนิยมจากตารางนี้ เมื่อค่ามัธยฐานเท่ากับ 11.75

| คะแนน | ความถี่ (คน) |
|---|---|
| $1 - 5$ | $5$ |
| $6 - 10$ | $x$ |
| $11 - 15$ | $8$ |
| $16 - 20$ | $7$ |

**แนวคำตอบ** จะเห็นว่า $\text{Med} = 11.75$ อยู่ชั้นที่ 3 และ

| คะแนน | ความถี่ (คน) | จำนวนคนสะสม |
|---|---|---|
| $1 - 5$ | $5$ | $5$ |
| $6 - 10$ | $x$ | $5 + x$ |
| $11 - 15$ | $8$ | $13 + x$ |
| $16 - 20$ | $7$ | $20 + x$ |

จะได้ $N = 20 + x$, $L = 10.5$, $f_m = 8$, $\sum f_L = x + 5$ และ $I = 5$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}
11.75 &= 10.5 + \frac{5}{8}\left(\frac{20+x}{2} - (5+x)\right) \\
1.25 &= \frac{5}{8}\left(\frac{20+x}{2} - 5 - x\right) \\
10 &= \frac{100+5x}{2} - 25 - 5x \\
20 &= 100 + 5x - 50 - 10x \\
5x &= 30 \\
x &= 6
\end{aligned}$$

จะได้ตารางดังนี้

| คะแนน | $x_i$ | $f_i$ | $f_i x_i$ |
|---|---|---|---|
| $1 - 5$ | 3 | 5 | 15 |
| $6 - 10$ | 8 | 6 | 48 |
| $11 - 15$ | 13 | 8 | 104 |
| $16 - 20$ | 18 | 7 | 126 |
| รวม | | 26 | 293 |

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ

$$\mu = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{293}{26} = 11.27 \quad \#$$

ฐานนิยมอยู่ในชั้นที่ 3 โดยมี $L = 10.5$, $d_1 = 8 - 6 = 2$, $d_2 = 8 - 7 = 1$ และ $I = 5$ ดังนั้น

$$\text{Mod} = 10.5 + 5\left(\frac{2}{2+1}\right) = 13.83 \quad \#$$

7. ข้อมูล $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ $\mu$ จงพิสูจน์ว่า $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$ มีค่าน้อยที่สุด

***บทพิสูจน์.*** สำหรับจำนวนจริง $x$ ใด ๆ กำหนดให้

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2$$

เราจะพิสูจน์โดยอาศัยความรู้แคลคูลัสในเรื่องค่าสูงสุดต่ำสุด โดยการทดสอบอนุพันธ์ อันดับสอง พิจารณา

$$0 = f'(x) = \sum_{i=1}^{n} 2(x_i - x)(-1) = -2\sum_{i=1}^{n} x_i + 2\sum_{i=1}^{n} x = -2n\mu + 2nx$$

ฉะนั้น $x = \mu$ เป็นจุดวิกฤต เนื่องจาก

$$f''(x) = 2n > 0 \qquad \because n > 0$$

นั่นคือ $f''(\mu) > 0$ ดังนั้น $f(\mu) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2$ เป็นค่าต่ำสุด □

8. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่ามัธยฐานและฐานนิยม ของประชากรที่ประกอบด้วย

$$1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,...,\underbrace{100,100,...,100}_{100\text{ตัว}}$$

**แนวคำตอบ** พิจารณาการนับจำนวนข้อมูลโดย

| | | | | | จำนวน (ตัว) | ผลบวก | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 1 | $1$ | $=$ | $1^2$ |
| 2 | 2 | | | | 2 | $2+2$ | $=$ | $2^2$ |
| 3 | 3 | 3 | | | 3 | $3+3+3$ | $=$ | $3^2$ |
| 4 | 4 | 4 | 4 | | 4 | $4+4+4+4$ | $=$ | $4^2$ |
| $\vdots$ | | | | | $\vdots$ | | $\vdots$ | |
| 100 | 100 | 100 | ... | 100 | 100 | $100+100+\cdots+100$ | $=$ | $100^2$ |

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ

$$\mu = \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+100^2}{1+2+3+\cdots 100} = \frac{\frac{1}{6}(100)(101)(201)}{\frac{1}{2}(100)(101)} = 67 \quad \#$$

จะเห็นว่าจำนวนข้อมูลเท่ากับ $N = 1+2+3+\cdots+100 = \dfrac{1}{2}(100)(101) = 5050$

ค่ามัธยฐานเท่ากับคะแนนในตำแหน่ง

$$\frac{5050+1}{2} = 2525.5$$

หา $n$ ที่ทำให้ $1+2+3+\cdots n$ มีค่าใกล้เคียง 2525.5 นั่นคือ

$$1+2+3+\cdots+70 = \frac{1}{2}(70)(71) = 2485$$
$$1+2+3+\cdots+71 = \frac{1}{2}(71)(72) = 2556$$

พิจารณา

| | | | | | | จำนวน (ตัว) | ตำแหน่งที่สุดท้ายแต่ละแถว | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถวที่ 1 | 1 | | | | | 1 | $1$ | $=$ | $1$ |
| แถวที่ 2 | 2 | 2 | | | | 2 | $1+2$ | $=$ | $3$ |
| แถวที่ 3 | 3 | 3 | 3 | | | 3 | $1+2+3$ | $=$ | $6$ |
| แถวที่ 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | | 4 | $1+2+3+4$ | $=$ | $10$ |
| $\vdots$ | | | | | | $\vdots$ | | $\vdots$ | |
| แถวที่ 70 | 70 | 70 | 70 | ... | 70 | 70 | $1+2+3+\cdots+70$ | $=$ | $2485$ |
| แถวที่ 71 | 71 | 71 | 71 | ... | 71 | 71 | $1+2+3+\cdots+71$ | $=$ | $2556$ |

จะได้ว่าตำแหน่งที่ 2525.5 อยู่แถวที่ 71 ดังนั้นค่ามัธยฐานเท่ากับ 71 $\#$

ฐานนิยมมีค่าเท่ากับ 100 เพราะ 100 ซ้ำมากที่สุดคือ 100 ครั้ง

# Assignment 2
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การวัดการกระจายของข้อมูล **สัปดาห์ที่** 2 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ข้อมูลชุดหนึ่งถ้าเรียงจากน้อยไปมากแล้วได้เป็นลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

$$3,\quad 7,\quad 11,\ ...,a_n$$

ถ้าควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 299 จงหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 69 ของข้อมูลนี้

2. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวน $30$ คน ปรากฏว่ามีนักเรียน $17$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $10-39$ คะแนน มีนักเรียน $10$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $40-49$ คะแนน และมีนักเรียน $3$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $50-59$ คะแนน ถ้าแบ่งคะแนนออกเป็นเกรด $3$ ระดับ คือเกรด A เกรด B และ เกรด C โดยที่ $10\%$ ของนักเรียนได้เกรด A และ $20\%$ ของนักเรียนได้เกรด B คะแนนสูงสุดของเกรด C เท่ากับกี่คะแนน

3. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้ ถ้า $P_{30}$ เท่ากับ $15$ จงหาค่าของ $x$ และ $y$

| อันตรภาคชั้น | ความถี่ |
|---|---|
| $5-11$ | $10$ |
| $12-18$ | $x$ |
| $19-25$ | $6$ |
| $26-32$ | $11$ |
| $33-39$ | $y$ |
| $40-46$ | $7$ |
| รวม | $50$ |

4. พิจารณาข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากดังต่อไปนี้ $8,a,12,17,22,b,26$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $17$ และควอไทลที่ $1$ เท่ากับ $10$ แล้วสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ เท่ากับเท่าใด

5. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ $72$ คะแนน ความแปรปรวน (ประชากร) เท่ากับ $600$ ถ้ามีนักเรียนมาเพิ่มอีก $1$ คน ซึ่งสอบได้ $60$ คะแนน ทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปเป็น $70$ คะแนนความแปรปรวนของข้อมูลชุดใหม่เท่ากับเท่าใด

6. ข้อมูลชุดที่ $1$ มีจำนวน $N_1$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\mu_1$ มีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_1^2$
ข้อมูลชุดที่ $2$ มีจำนวน $N_2$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\mu_2$ มีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_2^2$
ความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้งสองชุด เขียนแทนด้วย $\sigma_{com}^2$ ถ้า $\mu_1 \neq \mu_2$ จงพิสูจน์ว่า

$$\sigma_{com}^2 = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + N_1N_2\left(\frac{\mu_2-\mu_1}{N_1+N_2}\right)^2$$

7. ให้ข้อมูลที่กล่าวต่อไปนี้เป็นประชากร กำหนดให้

$$x_1,x_2,x_3,...,x_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่หนึ่ง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $6$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $2$

$$y_1,y_2,y_3,...,y_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่สอง โดยที่ $y_i = ax_i + b$ เมื่อ $i = 1,2,3,...,n$ และ $a,b \in \mathbb{R}$ และ $a > 0$

ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดมารวมกัน

$$x_1,x_2,...,x_n,y_1,y_2,...,y_n$$

พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $7$ และความแปรปรวนเท่ากับ $21$ จงหา**ค่า $a$ และ $b$**

8. ข้อมูลประชากร**เรียงจากน้อยไปมาก**ดังนี้

$$1, 2, 2, 3, 5, a, 9, 12, 13, 15$$

เมื่อ $a$ เป็นจำนวนจริง ถ้า**ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย**เท่ากับ 4.4 จงหา**ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน**ของประชากรชุดนี้

# เฉลย Assignment 2
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การวัดการกระจายของข้อมูล **สัปดาห์ที่** 2 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ข้อมูลชุดหนึ่งถ้าเรียงจากน้อยไปมากแล้วได้เป็นลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

$$3, \quad 7, \quad 11, \ldots, a_n$$

ถ้าควอไทล์ที่ 3 เท่ากับ 299 จงหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 69 ของข้อมูลนี้

**แนวคำตอบ** เนื่องจาก $a_1 = 3$ และ $d = 4$ จะได้ว่า $a_n = 4n - 1$ และ

$$a_1 < a_2 < a_3 < \ldots < a_n$$

เนื่องจากข้อมูลมี $n$ ตัว จะได้ว่า

$$\begin{aligned} Q_3 = a_{\frac{3(n+1)}{4}} = 4\left(\frac{3(n+1)}{4}\right) - 1 &= 299 \\ 3n + 2 &= 299 \\ n &= 99 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$P_{69} = a_{\frac{69(99+1)}{100}} = a_{69} = 4(69) - 1 = 275$$

สรุปได้ว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 69 ของข้อมูลนี้เท่ากับ 275 #

2. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวน $30$ คน ปรากฏว่ามีนักเรียน $17$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $10 - 39$ คะแนน มีนักเรียน $10$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $40 - 49$ คะแนน และมีนักเรียน $3$ คน สอบได้คะแนนในช่วง $50 - 59$ คะแนน ถ้าแบ่งคะแนนออกเป็นเกรด $3$ ระดับ คือเกรด A เกรด B และ เกรด C โดยที่ $10\%$ ของนักเรียนได้เกรด A และ $20\%$ ของนักเรียนได้เกรด B คะแนนสูงสุดของเกรด C เท่ากับกี่คะแนน

**แนวคำตอบ** จากข้อมูลเขียนตารางได้ดังนี้

| ช่วงคะแนน | จำนวนคน | จำนวนคนสะสม |
|---|---|---|
| $10 - 39$ | 17 | 17 |
| $40 - 49$ | 10 | 27 |
| $50 - 59$ | 3 | 30 |

เนื่องจาก $10\%$ ของนักเรียนได้เกรด A และ $20\%$ ของนักเรียนได้เกรด B ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่ได้เกรด C เท่ากับ $70\%$ ซึ่งหมายถึง $70\%$ แรกของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นั่นคือ $P_{70}$
ตำแหน่งของ $P_{70}$ คือ $70 \cdot \dfrac{30}{100} = 21$ อยู่ในชั้นที่ 2 โดยมี $L = 39.5$, $I = 10$, $\sum f_L = 17$ และ $f_{P_{70}} = 10$ ดังนั้น

$$P_{70} = 39.5 + \frac{10}{10}(21 - 17) = 43.5$$

ดังนั้นคะแนนสูงสุดของเกรด C เท่ากับ 43.5 คะแนน #

3. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้ ถ้า $P_{30}$ เท่ากับ 15 จงหาค่าของ $x$ และ $y$

| อันตรภาคชั้น | ความถี่ |
|---|---|
| $5-11$ | 10 |
| $12-18$ | $x$ |
| $19-25$ | 6 |
| $26-32$ | 11 |
| $33-39$ | $y$ |
| $40-46$ | 7 |
| รวม | 50 |

**แนวคำตอบ** ตำแหน่งของ $P_{30}$ คือ $30 \cdot \dfrac{50}{100} = 15$ อยู่ในชั้นที่ 2 โดยมี $L = 11.5, I = 7, \sum f_L = 10$ และ $f_{P_{30}} = x$

| อันตรภาคชั้น | ความถี่ | ความถี่สะสม |
|---|---|---|
| $5-11$ | 10 | 10 |
| $12-18$ | $x$ | $10+x$ |
| $19-25$ | 6 | $16+x$ |
| $26-32$ | 11 | $27+x$ |
| $33-39$ | $y$ | $27+x+y$ |
| $40-46$ | 7 | $34+x+y$ |
| รวม | 50 | |

$$\begin{aligned}
P_{30} &= 11.5 + \frac{7}{x}(15-10) \\
15 &= 11.5 + \frac{35}{x} \\
3.5 &= \frac{35}{x} \\
x &= \frac{35}{3.5} = 10
\end{aligned}$$

จาก $34 + x + y = 50$ และ $x = 10$ ดังนั้น $y = 6$ #

4. พิจารณาข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมากดังต่อไปนี้ $8, a, 12, 17, 22, b, 26$ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17 และควอไทลที่ 1 เท่ากับ 10 แล้วสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ เท่ากับเท่าใด

**แนวคำตอบ** ตำแหน่งของ $Q_1$ คือ $\dfrac{7+1}{4} = 2$ ดังนั้น $10 = Q_1 = a$

เนื่องจาก $\mu = 17$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
17 &= \frac{8+a+12+17+22+b+26}{7} = \frac{a+b+85}{7} \\
34 &= a+b \\
34 &= 10+b \\
24 &= b
\end{aligned}$$

ตำแหน่งของ $Q_3$ คือ $3 \cdot \dfrac{7+1}{4} = 6$ ดังนั้น $Q_3 = b = 24$ ดังนั้น

$$C.Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{24-10}{24+10} = \frac{7}{17} = 0.4118 \quad \#$$

และ

$$\begin{aligned}
C.M.D. &= \frac{M.D.}{\mu} = \frac{\sum |x_i - 17|}{17(7)} \\
&= \frac{|8-17| + |10-17| + |12-17| + |17-17| + |22-17| + |24-17| + |26-17|}{119} \\
&= \frac{9+7+5+0+5+7+9}{119} \\
&= \frac{42}{119} = \frac{6}{17} = 0.3529 \quad \#
\end{aligned}$$

5. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 72 คะแนน ความแปรปรวน (ประชากร) เท่ากับ 600 ถ้ามีนักเรียนมาเพิ่มอีก 1 คน ซึ่งสอบได้ 60 คะแนน ทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปเป็น 70 คะแนน ความแปรปรวนของข้อมูลชุดใหม่เท่ากับเท่าใด

**แนวคำตอบ** ให้ประชากรขนาด $n$ ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_n$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 72 ความแปรปรวนเท่ากับ 600 นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 72n$$

และ

$$600 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - 72^2$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = (600 + 72^2)n = 5784n$$

พิจารณาข้อมูลชุดใหม่คือ $x_1, x_2, ..., x_n, 60$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 70 &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + 60}{n+1} = \frac{72n + 60}{n+1} \\ 70(n+1) &= 72n + 60 \\ 70n + 70 &= 72n + 60 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

และ

$$\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 5784(5) = 28920$$

ดังนั้นความแปรปรวนชุดใหม่เท่ากับ

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i^2 + 60^2}{6} - 70^2 = \frac{28920 + 3600}{6} - 4900 = 520 \quad \#$$

6. ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวน $N_1$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\mu_1$ มีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_1^2$
ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวน $N_2$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\mu_2$ มีความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_2^2$
ความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้งสองชุด เขียนแทนด้วย $\sigma_{com}^2$ ถ้า $\mu_1 \neq \mu_2$ จงพิสูจน์ว่า

$$\sigma_{com}^2 = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + N_1N_2\left(\frac{\mu_2-\mu_1}{N_1+N_2}\right)^2$$

***บทพิสูจน์.*** ให้ข้อมูลชุดที่ 1 มีจำนวน $N_1$ ประกอบด้วย $x_1, x_2, ..., x_{N_1}$
ให้ข้อมูลชุดที่ 2 มีจำนวน $N_2$ ประกอบด้วย $y_1, y_2, ..., y_{N_2}$
ให้ $\mu$ แทนค่าเฉลี่ยรวมของทั้งสองประชากร จะได้ว่า

$$\mu = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2}{N_1+N_2}$$

และ

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N_1} x_i^2}{N_1} - \mu_1^2 \quad \longrightarrow \quad \sum_{i=1}^{N_1} x_i^2 = (\sigma_1^2+\mu_1^2)N_1$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N_2} y_i^2}{N_2} - \mu_2^2 \quad \longrightarrow \quad \sum_{i=1}^{N_2} y_i^2 = (\sigma_2^2+\mu_2^2)N_2$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\sigma_{com}^2 &= \frac{\sum\limits_{i=1}^{N_1} x_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N_2} y_i^2}{N_1+N_2} - \mu^2 \\
&= \frac{\sum\limits_{i=1}^{N_1} x_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N_2} y_i^2}{N_1+N_2} - \left(\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}\right)^2 \\
&= \frac{(\sigma_1^2+\mu_1^2)N_1 + (\sigma_2^2+\mu_2^2)N_2}{N_1+N_2} - \left(\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}\right)^2 \\
&= \frac{(N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2) + (N_1\mu_1^2+N_2\mu_2^2)}{N_1+N_2} - \left(\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}\right)^2 \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + \frac{N_1\mu_1^2+N_2\mu_2^2}{N_1+N_2} - \left(\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}\right)^2 \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + \frac{(N_1\mu_1^2+N_2\mu_2^2)(N_1+N_2)}{(N_1+N_2)^2} - \left(\frac{N_1\mu_1+N_2\mu_2}{N_1+N_2}\right)^2 \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + \frac{N_1^2\mu_1^2+N_1N_2\mu_2^2+N_1N_2\mu_1^2+N_2^2\mu_2^2}{(N_1+N_2)^2} - \frac{N_1^2\mu_1+2N_1N_2\mu_1\mu_2+N_2^2\mu_2}{(N_1+N_2)^2} \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + \frac{N_1N_2\mu_2^2+N_1N_2\mu_1^2-2N_1N_2\mu_1\mu_2}{(N_1+N_2)^2} \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + \frac{N_1N_2(\mu_2^2-2\mu_1\mu_2+\mu_2^2)}{(N_1+N_2)^2} \\
&= \frac{N_1\sigma_1^2+N_2\sigma_2^2}{N_1+N_2} + N_1N_2\left(\frac{\mu_2-\mu_1}{N_1+N_2}\right)^2
\end{aligned}$$

$\square$

7. ให้ข้อมูลที่กล่าวต่อไปนี้เป็นประชากร กำหนดให้

$$x_1, x_2, x_3, ..., x_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่หนึ่ง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2

$$y_1, y_2, y_3, ..., y_n$$

เป็นข้อมูลชุดที่สอง โดยที่ $y_i = ax_i + b$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, ..., n$ และ $a, b \in \mathbb{R}$ และ $a > 0$

ถ้านำข้อมูลทั้งสองชุดมารวมกัน

$$x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_n$$

พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7 และความแปรปรวนเท่ากับ 21 จงหา**ค่า $\boldsymbol{a}$ และ $\boldsymbol{b}$**

**แนวคำตอบ** ข้อมูลชุดที่หนึ่งมี $\mu_X = 6$ และ $\sigma_X = 2$
ข้อมูลชุดที่สองมี

$$\mu_Y = a\mu_X + b = 6a + b \qquad \text{และ} \qquad \sigma_Y = |a|\sigma_X = 2a \qquad \text{เนื่องจาก } a > 0$$

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม $\mu_{com} = 7$ นั่นคือ

$$\begin{aligned}
\mu_{com} &= \frac{n\mu_X + n\mu_Y}{n+n} \\
7 &= \frac{6 + (6a+b)}{2} \\
\mu_Y = 6a + b &= 8
\end{aligned}$$

พิจารณาความแปรปรวนรวม $\sigma^2_{com} = 21$ ในกรณี $\mu_X \neq \mu_Y$

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{com} &= \frac{n\sigma^2_X + n\sigma^2_Y}{n+n} + n \cdot n \left(\frac{\mu_Y - \mu_X}{n+n}\right)^2 \\
21 &= \frac{2^2 + (2a)^2}{2} + n^2 \cdot \frac{(8-6)^2}{4n^2} \\
21 &= 2 + 2a^2 + 1 \\
9 &= a^2 \\
3 &= a \qquad \text{และ} \qquad b = 8 - 6a = 8 - 6(3) = -10 \quad \#
\end{aligned}$$

8. ข้อมูลประชากร**เรียงจากน้อยไปมาก**ดังนี้

$$1, 2, 2, 3, 5, a, 9, 12, 13, 15$$

เมื่อ $a$ เป็นจำนวนจริง ถ้า**ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย**เท่ากับ 4.4 จงหา**ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน**ของประชากรชุดนี้

**แนวคำตอบ** เนื่องจากข้อมูลเรียงจากน้อยไปมากจะได้ว่า $5 \le a \le 9$ และ

$$\mu = \frac{1+2+2+3+5+a+9+12+13+15}{10} = \frac{62+a}{10} = 6.2 + \frac{a}{10}$$

จาก $5 \le a \le 9$ ฉะนั้น

$$\begin{array}{rcccl} 0.5 & \le & \frac{a}{10} & \le & 0.9 \\ 6.2+0.5 & \le & 6.2+\frac{a}{10} & \le & 6.2+0.9 \\ 6.7 & \le & \mu & \le & 7.1 \end{array}$$

จาก $M.D. = 4.4$ และ $6.7 \le \mu \le 7.1$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} M.D. &= \frac{\sum |x_i - \mu|}{10} \\ 4.4(10) &= |1-\mu| + |2-\mu| + |2-\mu| + |3-\mu| + |5-\mu| + |a-\mu| \\ &\quad + |9-\mu| + |12-\mu| + |13-\mu| + |15-\mu| \\ 44 &= (\mu-1) + (\mu-2) + (\mu-2) + (\mu-3) + (\mu-5) + |a-\mu| \\ &\quad + (9-\mu) + (12-\mu) + (13-\mu) + (15-\mu) \\ 44 &= |a-\mu| + \mu + 36 \\ 8 &= |a-\mu| + \mu \end{aligned}$$

กรณี $\mu \ge a$ จะได้ว่า

$$8 = -(a-\mu) + \mu = -a + 2\mu = -a + 2\left(6.2 + \frac{a}{10}\right) = 12.4 - 0.8a$$

$$\begin{aligned} 0.8a &= 12.4 - 8 = 4.4 \\ a &= \frac{44}{8} = 5.5 \qquad \text{แล้ว } \mu = 6.75 \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - 6.75)^2}{10} = 23.6625 \\ \sigma &= 4.8644 \end{aligned}$$

ฉะนั้น

$$C.V. = \frac{4.8644}{6.75} = 0.7206$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันของประชากรชุดนี้เท่ากับ 0.7206 $\#$

กรณี $\mu > a$ จะได้ว่า

$$8 = (a-\mu) + \mu = a$$

ดังนั้น $a = 8$ และ $\mu = 6.2 + \frac{8}{10} = 7$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - 7)^2}{10} = \frac{6^2+5^2+5^2+4^2+2^2+1^2+2^2+5^2+6^2+8^2}{10} = 23.6 \\ \sigma &= 4.85798 \end{aligned}$$

ฉะนั้น

$$C.V. = \frac{4.85798}{7} = 0.6940$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันของประชากรชุดนี้เท่ากับ 0.6940 $\#$

# Assignment 3
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การนับจุดตัวอย่างและความน่าจะเป็น **สัปดาห์ที่** 3 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5, ..., 15\}$ จงหาจำนวนสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยที่ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5

2. มีข้อสอบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 50 คะแนน โดยกำหนดข้อ 1 – 10 ข้อละ 4 คะแนน และข้อ 11 – 20 ข้อละ 1 คะแนน ถ้าหากนักเรียนตอบข้อใดถูกต้องจะได้คะแนนเต็มของข้อนั้น แต่ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบจะได้คะแนนเป็น 0 คะแนน จะมีกี่วิธีที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน

3. ให้ $n$ และ $r$ และเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จงพิสูจน์ว่า

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

4. ขวัญและเรียมกับเพื่อนๆรวม 7 คนไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกันในการค้างแรมที่มีบ้านพัก 3 หลัง หลังแรกพักได้ 3 คน ส่วนหลังที่สองและสามพักได้หลังละ 2 คน ซึ่งแต่ละหลังมีความแตกต่างกัน พวกเขาจึงตกลง ที่จะจับสลากว่าใครจะได้พักบ้านหลังใด ความน่าจะเป็นที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สามเท่ากับเท่าใด

5. ถุงใบหนึ่งมีลูกกวาดขนาดเดียวกันสีแดง 24 เม็ด ที่เหลือเป็นสีขาวและสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ 5/6 ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ 3/4 แล้วจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับเท่าใด

6. กำหนดให้ $n$ เป็นจำนวนนับ ในการสุ่มหยิบเลข $n$ จำนวนพร้อม ๆ กันจากเซต $\{1, 2, , ..., 2n\}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ทั้งหมดเท่ากับ $\dfrac{1}{20}$ ความน่าเป็นที่จะได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน เท่ากับเท่าใด

7. สติกเกอร์ 8 ใบมีหมายเลข

   1 1 2 2 3 3 4 4

   เลือกมา 4 ใบเพื่อ**สร้างจำนวนเต็มสี่หลัก**ได้กี่จำนวน

8. สุ่มจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 4 จำนวน จงหา**ความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว**

9. ความน่าจะเป็นของนักศึกษาที่จะสอบผ่านวิชาแคลคูลัส 2 เท่ากับ 0.35 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ เท่ากับ 0.52 และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับ 0.83

   9.1 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านสองวิชา

   9.2 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาสอบวิชาเดียว

10. น้องมิกต้องการขอเงินจากพี่แมก เพื่อไปซื้อขนมที่มีราคา 5 บาท แต่พี่แมกเสนอให้น้องมิกเล่นเกมเสี่ยงทาย โดยการโยนเหรียญ 1 เหรียญพร้อมกับลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าขึ้นหัวจะได้เงินเท่ากับผลบวกของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง ถ้าขึ้นก้อยจะได้เงินเท่ากับผลต่างของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง จงหาโอกาสที่น้องมิกจะได้รับเงินในการเกมนี้

# เฉลย Assignment 3
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การนับจุดตัวอย่างและความน่าจะเป็น **สัปดาห์ที่** 3 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5, ..., 15\}$ จงหาจำนวนสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยที่ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5

   **แนวคำตอบ** จะเห็นว่าจำนวนสมาชิกของ $A$ มีทั้งหมด 8 ตัว และ

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 15 = 64$$

   สร้างสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยการคัดสมาชิกออกจาก $A$ ที่ละ 2 ตัว โดยมีเงื่อนไขทำให้ ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5 ดังตาราง

| ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 | 2 ตัวที่คัดออก | สับเซต | จำนวนสับเซต |
|---|---|---|---|
| $60 = 64 - 4$ | $(1, 3)$ | $\{5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ | 1 |
| $55 = 64 - 9$ | ไม่มี | ไม่มี | 0 |
| $50 = 64 - 14$ | $(1, 13)$ | $\{3, 5, 7, 9, 11, 15\}$ | 3 |
| | $(3, 11)$ | $\{1, 5, 7, 9, 13, 15\}$ | |
| | $(5, 9)$ | $\{1, 3, 7, 11, 13, 15\}$ | |
| $45 = 64 - 19$ | ไม่มี | ไม่มี | 0 |
| $40 = 64 - 24$ | $(9, 15)$ | $\{1, 3, 5, 7, 11, 13\}$ | 2 |
| | $(11, 13)$ | $\{1, 3, 5, 7, 9, 15\}$ | |
| $35 = 64 - 29$ | ไม่มี | ไม่มี | 0 |

   ดังนั้นจำนวนสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยที่ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5 เท่ากับ $1+3+2 = 6$ $\#$

2. มีข้อสอบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 50 คะแนน โดยกำหนดข้อ 1 – 10 ข้อละ 4 คะแนน และข้อ 11 – 20 ข้อละ 1 คะแนน ถ้าหากนักเรียนตอบข้อใดถูกต้องจะได้คะแนนเต็มของข้อนั้น แต่ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบจะได้คะแนนเป็น 0 คะแนน จะมีกี่วิธีที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน

   **แนวคำตอบ** ทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน (ไม่สนใจลำดับ) แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

   - **กรณีที่ 1** ทำถูก 10 ข้อ (40 คะแนน) ในตอนที่ 1 และทำถูก 5 (5 คะแนน) ข้อในตอนที่ 2

$$\text{จำนวนวิธีที่ทำได้เท่ากับ } \binom{10}{10}\binom{10}{5} = 252$$

   - **กรณีที่ 2** ทำถูก 9 ข้อ (36 คะแนน) ในตอนที่ 1 และทำถูก 9 ข้อ (9 คะแนน) ในตอนที่ 2

$$\text{จำนวนวิธีที่ทำได้เท่ากับ } \binom{10}{9}\binom{10}{9} = 100$$

   ดังนั้นจำนวนวิธีที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน เท่ากับ $252 + 100 = 352$ $\#$

3. ให้ $n$ และ $r$ และเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จงพิสูจน์ว่า

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

***บทพิสูจน์.*** ให้ $n$ และ $r$ และเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} &= \frac{n!}{(n-r)!r!} + \frac{n!}{(n-r-1)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(r+1)}{(n-r)!r!(r+1)} + \frac{n!(n-r)}{(n-r)(n-r-1)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(r+1)}{(n-r)!(r+1)!} + \frac{n!(n-r)}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{n![(r+1)+(n-r)]}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(n+1)}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{(n+1)!}{[(n+1)-(r+1)]!(r+1)!} \\
&= \binom{n+1}{r+1}
\end{aligned}$$

□

4. ขวัญและเรียมกับเพื่อน ๆ รวม 7 คนไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกันในการค้างแรมที่มีบ้านพัก 3 หลัง หลังแรกพักได้ 3 คน ส่วนหลังที่สองและสามพักได้หลังละ 2 คน ซึ่งแต่ละหลังมีความแตกต่างกัน พวกเขาจึงตกลง ที่จะจับสลากว่าใครจะได้พักบ้านหลังใด ความน่าจะเป็นที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สามเท่ากับเท่าใด

**แนวคำตอบ** ในการจัด 7 คนเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 3 คน หลังที่สอง 2 คน และหลังที่สาม 2 คน ทำได้ทั้งหมด

$$n(S) = \binom{7}{3,2,2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot 2 = 210$$

พิจารณาเหตุการณ์ที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สาม แบ่งได้ 2 กรณีคือ

- **กรณีที่ 1** ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังหนึ่ง
  อีก 5 คน จะจัดเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 1 คน หลังที่สอง 2 คน และหลังที่สาม 2 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1,2,2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{5!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot 2 = 30$$

- **กรณีที่ 2** ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังสาม
  อีก 5 คน จะจัดเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 3 คน และหลังที่สอง 2 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{3,2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

นั่นคือ $n(E) = 30 + 10 = 40$ แล้ว

$$P(E) = \frac{40}{210} = \frac{4}{21}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สามเท่ากับ $\dfrac{4}{21}$ #

5. ถุงใบหนึ่งมีลูกกวาดขนาดเดียวกันสีแดง 24 เม็ด ที่เหลือเป็นสีขาวและสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ 5/6 ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ 3/4 แล้วจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับเท่าใด

   **แนวคำตอบ** ให้สีขาวมีจำนวน $x$ เม็ด และสีเขียวมีจำนวน $y$ เม็ด
   ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ 5/6 นั่นคือ

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{24+x+y} &= \frac{5}{6}\\ 6(x+y) &= 5(24+x+y)\\ x+y &= 120\end{aligned}$$

   ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ 3/4 นั่นคือ

$$\begin{aligned}\frac{y+24}{24+x+y} &= \frac{3}{4}\\ 4(y+24) &= 3(24+x+y)\\ y &= 3x-24\end{aligned}$$

   จะได้ว่า $x+(3x-24)=120$ นั่นคือ $x=36$ และ $y=120-36=84$
   ดังนั้นจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับ 84 เม็ด $\#$

6. กำหนดให้ $n$ เป็นจำนวนนับ ในการสุ่มหยิบเลข $n$ จำนวนพร้อม ๆ กันจากเซต $\{1,2,,...,2n\}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ทั้งหมดเท่ากับ $\frac{1}{20}$ ความน่าเป็นที่จะได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน เท่ากับเท่าใด

   **แนวคำตอบ** ในการสุ่มหยิบเลข $n$ จำนวนพร้อม ๆ กันจากเซต $\{1,2,,...,2n\}$ จะได้ว่า

$$n(S)=\binom{2n}{n}$$

   ในเซต $\{1,2,,...,2n\}$ มีจำนวนคู่ทั้งหมด $n$ จำนวน นั่นหยิบเลขคู่ $n$ จำนวนพร้อม ๆ ได้เป็น

$$n(E)=\binom{n}{n}=1$$

   นั่นคือ

$$\frac{1}{20}=P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{1}{n(S)}$$

   ดังนั้น $n(S)=20$ พิจารณา $\binom{2n}{n}=20$ โดยการแทนค่าจะได้ว่า $n=3$
   หาความน่าจะเป็นที่ได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน จากการสุ่มหยิบเลข 3 จำนวนพร้อมกันจากเซต $\{1,2,3,4,5,6\}$ ทำได้โดยเลือกคู่มา 1 จำนวน และเลือกเลขคี่มา 2 จำนวน (ไม่สนใจลำดับ) ดังนั้นความน่าจะเป็นคือ

$$\frac{\binom{3}{1}\binom{3}{2}}{\binom{6}{3}}=\frac{3\cdot 3}{20}=\frac{9}{20} \quad \#$$

7. สติกเกอร์ 8 ใบมีหมายเลข

   1 1 2 2 3 3 4 4

เลือกมา 4 ใบเพื่อ**สร้างจำนวนเต็มสี่หลัก**ได้กี่จำนวน

**แนวคำตอบ** ทำได้ 2 ขั้นตอน โดย**ขั้นแรก** เลือกมา 4 จำนวน และ **ขั้นสอง** เรียงจำนวนทั้ง 4
แบ่งได้ 3 กรณีดังนี้
**กรณีทุกหลักไม่ซ้ำ** ได้ 1, 2, 3, 4 จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{4} \cdot 4! = 24$$

**กรณีซ้ำ 1 คู่** มี 4 คู่ เลือกมา 1 คู่ (xx) และอีก 2 จำนวนที่ต่างกันและต่างจากคู่แรก นั่นคือ 3 จำนวนต่างกันเลือกมา 2 จำนวน (yz) แล้วนำมาเรียงแบบของซ้ำ xxyz จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} \cdot \frac{4!}{2!} = 144$$

**กรณีซ้ำ 2 คู่** มี 4 คู่ เลือกมา 2 คู่ แล้วนำมาเรียงแบบของซ้ำ xxyy จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{2} \cdot \frac{4!}{2!2!} = 36$$

ดังนั้นสร้างจำนวนเต็มสี่หลักได้ทั้งหมด $24 + 144 + 36 = 204$ จำนวน $\#$

8. สุ่มจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 4 จำนวน จงหา**ความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว**

**แนวคำตอบ** แบ่งกลุ่มจำนวนเต็มแต่ 1 ถึง 15 ด้วยเศษเหลือที่เกิดจากการหารด้วย 3 ได้ 3 กลุ่มคือ 0, 1, 2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **เศษเหลือ 0** | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| **เศษเหลือ 1** | 1 | 4 | 7 | 10 | 13 |
| **เศษเหลือ 2** | 2 | 5 | 5 | 11 | 14 |

เลือกมา 4 จำนวน เศษเหลือรวมกัน 3 หารลงตัว แบ่งได้ 4 กรณีคือ
**กรณี เศษเหลือ 0000** เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 4 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{4} = 5$$

**กรณี เศษเหลือ 0012** เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 2 จำนวน เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 1 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{2}\binom{5}{1}\binom{5}{1} = 250$$

**กรณี เศษเหลือ 0111** เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 3 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1}\binom{5}{3} = 50$$

**กรณี เศษเหลือ 0222** เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 3 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1}\binom{5}{3} = 50$$

**กรณี เศษเหลือ 1122** เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 2 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 2 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{2}\binom{5}{2} = 100$$

จำนวนวิธีที่ผลบวกของจำนวนทั้ง 4 หารด้วย 3 ลงตัวเท่ากับ $5 + 250 + 50 + 50 + 100 = 455$
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว เท่ากับ

$$\frac{455}{\binom{15}{4}} = \frac{1}{3} \quad \#$$

9. ความน่าจะเป็นของนักศึกษาที่จะสอบผ่านวิชาแคลคูลัส 2 เท่ากับ 0.35 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ เท่ากับ 0.52 และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับ 0.83

   9.1 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านสองวิชา

   9.2 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาสอบวิชาเดียว

   **แนวคำตอบ** ให้ $A$ แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาจะสอบผ่านวิชาแคลคูลัส 2
   $B$ แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาจะสอบผ่านวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ
   จะได้ว่า $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.52$ และ $P(A \cup B) = 0.83$

   9.1 จะเห็นว่า $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.35 + 0.52 - 0.83 = 0.04$
   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านสองวิชาเท่ากับ 0.04

   9.2 เนื่องจาก $(A \cup B) \cap (A \cap B) = A \cap B$ จะเห็นว่า

$$\begin{aligned} P((A \cup B) - (A \cap B)) &= P(A \cup B) - P((A \cup B) \cap (A \cap B)) \\ &= P(A \cup B) - P(A \cap B) \\ &= 0.83 - 0.04 = 0.79 \end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เขาสอบผ่านวิชาเดียวเท่ากับ 0.79

10. น้องมิกต้องการขอเงินจากพี่แมก เพื่อไปซื้อขนมที่มีราคา 5 บาท แต่พี่แมกเสนอให้น้องมิกเล่นเกมเสี่ยงทาย โดยการโยนเหรียญ 1 เหรียญ พร้อมกับลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าขึ้นหัวจะได้เงินเท่ากับผลบวกของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง ถ้าขึ้นก้อยจะได้เงินเท่ากับผลต่างของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง จงหาโอกาสที่น้องมิกจะได้รับเงินในการเกมนี้

    **แนวคำตอบ** ให้ $S$ เป็นปริภูมิตัวอย่าง ซึ่ง $n(S) = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$ และ $A$ เป็นเหตุการณ์ที่น้องมิกจะได้รับเงินในการเกมนี้ จะได้ว่า $A^c$ เป็นเหตุการณ์ที่น้องมิกจะไม่ได้รับเงินในการเกมนี้ นั่นคือ

$$A^c = \{(T,1,1),(T,2,2),(T,3,3),(T,4,4),(T,5,5),(T,6,6)\}$$

    ดังนั้น

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$

# Assignment 4
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่อง **สัปดาห์ที่** 4 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. จากข้อมูลของนักเรียนชั้น ม. 6 ที่สมัคร TCAS รอบ 1 เพื่อเข้าศึกษาต่อในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏดังนี้

| นักเรียน | ภาคกลาง | ภาคใต้ | ภาคเหนือ | ภาคตะวันออก | ภาคอีสาน | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ชาย | 10 | 100 | $y$ | 30 | $x$ | 200 |
| หญิง | 30 | $x$ | 20 | 20 | 80 | $150 + x$ |
| รวม | 40 | $100 + x$ | $y + 20$ | 50 | $x + 80$ | |

ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนมา 1 คน พบว่าเป็นผู้หญิงความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากภาคใต้เท่ากับ 0.25

1.1 จงหา $x$ และ $y$

1.2 พบว่าเป็นผู้ชาย จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากเหนือ

1.3 พบว่ามาจากภาคอีสาน จงหาความน่าจะเป็นที่เป็นนักเรียนชาย

2. ผลการเรียนวิชาคแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ 3% ของนักศึกษาชาย และ 5% ของนักศึกษาหญิง สอบไม่ผ่าน 65% ของมหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นผู้หญิง ถ้าสุ่มนักศึกษามาหนึ่งคน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนี้สอบไม่ผ่านวิชาวิชาคแคลคูลัส 1

3. ในเทศกาลปีใหม่ร้านค้าแห่งหนึ่งจัดผู้ห่อของขวัญไว้ 3 คน คือ สิงหา กันยา และตุลา สิงหาห่อของขวัญ 40% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 50 ครั้ง กันยาห่อของขวัญ 30% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 10 ครั้ง ตุลาห่อของขวัญที่เหลือและลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 20 ครั้ง สมมติมีลูกค้าคนหนึ่งมาต่อว่าร้านไม่เอาป้ายติดราคาออกก่อนห่อของขวัญ จงหาความน่าจะเป็นที่ของขวัญชิ้นนั้นจะถูกห่อโดยสิงหา

4. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 5 ลูก และสีเขียว 2 ลูก หยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป ให้ $X$ คือจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $X$

5. โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 4 ครั้ง ให้ $X$ แทนจำนวนหัวที่เกิดขึ้น จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม $X$

6. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องที่มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6
และ $f$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็น แสดงได้ดังตาราง

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $a$ | $2a$ | $3a$ | $3a$ | $2a$ | $a$ |

6.1 จงหาค่า $a$

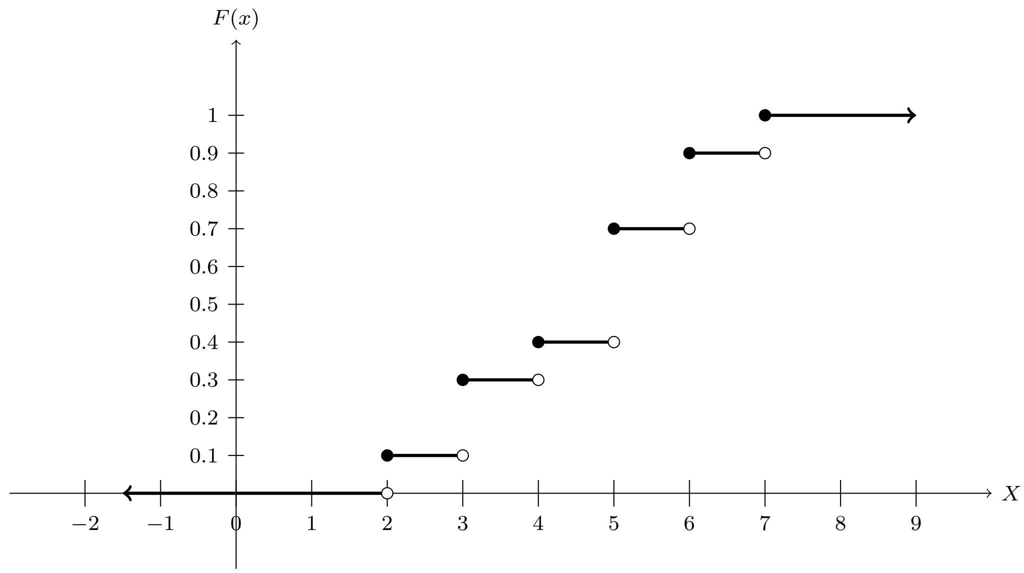
6.2 จงหา $F(x)$

6.3 $P(2 < X \leq 5)$

6.4 จงหาค่า $k$ ที่ทำให้ $P(X \leq k) = \frac{1}{2}$

7. กำหนดให้เหตุการณ์ $B$ เป็นอิสระจากเหตุการณ์ $A$ โดยที่ $P(A) = 0.5$ และ $P(B) = 0.3$ จงหา $P(A \mid A \cup B)$

8. กำหนดให้ $F$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมของ p.m.f. $f$ แสดงดังกราฟ




จงหาค่าต่อไปนี้

8.1 $P(X < 6)$

8.2 $P(3 \leq X < 5)$

8.3 $P(|X - 5| < 1)$

8.4 จงหาค่า $k$ ที่ทำให้ $P(X \geq k) = 0.6$

# เฉลย Assignment 4
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่อง **สัปดาห์ที่** 4 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน

**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. จากข้อมูลของนักเรียนชั้น ม. 6 ที่สมัคร TCAS รอบ 1 เพื่อเข้าศึกษาต่อในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏดังนี้

| นักเรียน | ภาคกลาง | ภาคใต้ | ภาคเหนือ | ภาคตะวันออก | ภาคอีสาน | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ชาย | 10 | 100 | $y$ | 30 | $x$ | 200 |
| หญิง | 30 | $x$ | 20 | 20 | 80 | $150+x$ |
| รวม | 40 | $100+x$ | $y+20$ | 50 | $x+80$ | |

ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนมา 1 คน พบว่าเป็นผู้หญิงความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากภาคใต้เท่ากับ 0.25

**แนวคำตอบ** พิจารณา

| นักเรียน | ภาคกลาง | ภาคใต้ | ภาคเหนือ | ภาคตะวันออก | ภาคอีสาน | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ชาย | 10 | 100 | $y$ | 30 | $x$ | $200 = 140+y+x$ |
| หญิง | 30 | $x$ | 20 | 20 | 80 | $150+x$ |
| รวม | 40 | $100+x$ | $y+20$ | 50 | $x+80$ | $350+x$ |

1.1 จงหา $x$ และ $y$

สุ่มเลือกนักเรียนมา 1 คน พบว่าเป็นผู้หญิงความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากภาคใต้เท่ากับ 0.25 หมายถึง

$$
\begin{aligned}
P(\text{นักเรียนมาจากภาคใต้} \mid \text{นักเรียนเป็นผู้หญิง}) &= \frac{P(\text{นักเรียนมาจากภาคใต้และเป็นผู้หญิง})}{P(\text{นักเรียนเป็นผู้หญิง})} \\
\frac{1}{4} &= \frac{x/(350+x)}{(150+x)/(350+x)} = \frac{x}{150+x} \\
150+x &= 4x
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $x = 50$ เนื่องจาก $y+x=60$ ดังนั้น $y=10$ #

1.2 พบว่าเป็นผู้ชาย จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากเหนือ

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(\text{นักเรียนมาจากภาคเหนือ} \mid \text{นักเรียนเป็นผู้ชาย}) &= \frac{P(\text{นักเรียนมาจากภาคเหนือและเป็นผู้ชาย})}{P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชาย})} \\
&= \frac{y/(350+x)}{200/(350+x)} = \frac{10}{200} \\
&= \frac{1}{20} \quad \#
\end{aligned}
$$

1.3 พบว่ามาจากภาคอีสาน จงหาความน่าจะเป็นที่เป็นนักเรียนชาย

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

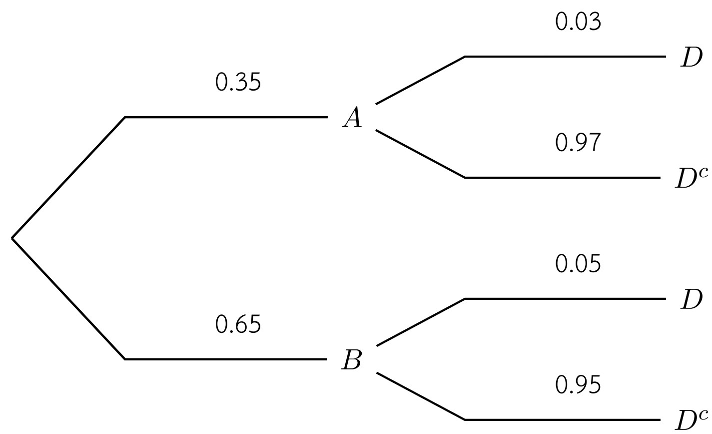
$$
\begin{aligned}
P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชาย} \mid \text{นักเรียนมาจากภาคอีสาน}) &= \frac{P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชายและมาจากภาคอีสาน})}{P(\text{นักเรียนมาจากภาคอีสาน})} \\
&= \frac{x/(350+x)}{(x+80)/(350+x)} = \frac{50}{130} \\
&= \frac{5}{13} \quad \#
\end{aligned}
$$

2. ผลการเรียนวิชาคแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ 3% ของนักศึกษาชาย และ 5% ของนักศึกษาหญิง สอบไม่ผ่าน 65% ของมหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นผู้หญิง ถ้าสุ่มนักศึกษามาหนึ่งคน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนี้สอบไม่ผ่านวิชาวิชาคแคลคูลัส 1

**แนวคำตอบ** กำหนดให้

- $A$ คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาชาย
- $B$ คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาหญิง
- $D$ คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาวิชาคณิตศาสตร์สอบไม่ผ่านวิชาคแคลคูลัส 1

จะได้แผนภาพดังนี้




นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D \cap A) + P(D \cap B) \\ &= P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) \\ &= 0.35(0.03) + 0.65(0.05) \\ &= 0.043 \end{aligned}$$

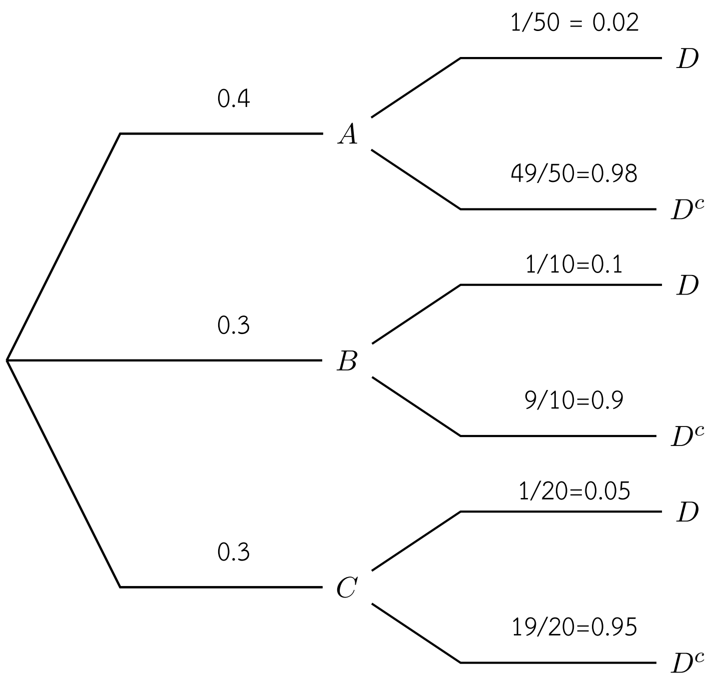
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนี้สอบไม่ผ่านวิชาวิชาคแคลคูลัส 1 เท่ากับ 0.043 $\#$

3. ในเทศกาลปีใหม่ร้านค้าแห่งหนึ่งจัดผู้ห่อของขวัญไว้ 3 คน คือ สิงหา กันยา และตุลา สิงหาห่อของขวัญ 40% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 50 ครั้ง กันยาห่อของขวัญ 30% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 10 ครั้ง ตุลาห่อของขวัญที่เหลือและลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 20 ครั้ง สมมติมีลูกค้าคนหนึ่งมาต่อว่าร้านไม่เอาป้ายติดราคาออกก่อนห่อของขวัญ จงหาความน่าจะเป็นที่ของขวัญชิ้นนั้นจะถูกห่อโดยสิงหา

**แนวคำตอบ** กำหนดให้

- $A$ คือเหตุการณ์ที่สิงหาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- $B$ คือเหตุการณ์ที่กันยาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- $C$ คือเหตุการณ์ที่ตุลาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- $D$ คือเหตุการณ์ที่ห่อของขวัญโดยไม่เอาป้ายราคาออก

จะได้แผนภาพดังนี้




นั่นคือ

$$
\begin{aligned}
P(A \mid D) &= \frac{P(A \cap D)}{P(D)} \\
&= \frac{P(A)P(D \mid A)}{P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) + P(C)P(D \mid C)} \\
&= \frac{0.4(0.02)}{0.4(0.02) + 0.3(0.1) + 0.3(0.05)} \\
&= \frac{8}{53} = 0.1509
\end{aligned}
$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ของขวัญชิ้นนั้นจะถูกห่อโดยสิงหาโดยไม่เอาป้ายราคาออกเท่ากับ 0.1509 $\#$

4. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 5 ลูก และสีเขียว 2 ลูก หยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป ให้ $X$ คือจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $X$

**แนวคำตอบ** ให้ $X$ แทนจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง เมื่อหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
ให้ R แทนสีแดง (3 ลูก) และ O แทนสีที่ไม่ใช่สีแดง (7 ลูก)

- กรณี $X = 0$ หมายถึงไม่ได้สีแดง คือ OOO จะได้ว่า

$$P(X = 0) = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{343}{1000}$$

- กรณี $X = 1$ หมายถึงสีแดง 1 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ ROO ORO และ OOR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 7 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{441}{1000}$$

- กรณี $X = 2$ หมายถึงสีแดง 2 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ RRO ORR และ ROR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 3 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{189}{1000}$$

- กรณี $X = 3$ หมายถึงได้สีแดง 3 ลูก คือ RRR จะได้ว่า

$$P(X = 3) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{27}{1000}$$

ดังนั้นการแจกแจงความจะเป็นดังตารางต่อไปนี้

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | $\frac{343}{1000}$ | $\frac{441}{1000}$ | $\frac{189}{1000}$ | $\frac{27}{1000}$ |

5. โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 4 ครั้ง ให้ $X$ แทนจำนวนหัวที่เกิดขึ้น จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม $X$

**แนวคำตอบ** ให้ $X$ แทนจำนวนหัวที่เกิดขึ้นในการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 4 ครั้ง
นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3, 4$ การแจกแจงความจะเป็นและความน่าจะเป็นสะสมดังตารางต่อไปนี้

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{4}{16}$ | $\frac{6}{16}$ | $\frac{4}{16}$ | $\frac{1}{16}$ |
| $F(x)$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{11}{16}$ | $\frac{15}{16}$ | $1$ |

ดังนั้นการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม $X$ คือ

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x \geq 4 \\ \frac{15}{16} & \text{เมื่อ } 3 \leq x < 4 \\ \frac{11}{16} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ \frac{5}{16} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{16} & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

6. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องที่มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6
และ $f$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็น แสดงได้ดังตาราง

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $a$ | $2a$ | $3a$ | $3a$ | $2a$ | $a$ |

6.1 จงหาค่า $a$
**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum f(x) &= 1 \\ a + 2a + 3a + 3a + 2a + a &= 1 \\ 12a &= 1 \\ a &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

6.2 จงหา $F(x)$
**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $F(x)$ | $a$ | $3a$ | $6a$ | $9a$ | $11a$ | $12a$ |
| $F(x)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{3}{12}$ | $\frac{6}{12}$ | $\frac{9}{12}$ | $\frac{11}{12}$ | $1$ |

6.3 $P(2 < X \leq 5)$
**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(2 < X \leq 5) &= P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ &= f(3) + f(4) + f(5) \\ &= 3a + 3a + 2a \\ &= 8a = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \# \end{aligned}$$

6.4 จงหาค่า $k$ ที่ทำให้ $P(X \leq k) = \frac{1}{2}$

**แนวคำตอบ** จะเห็นว่า $F(k) = P(X \leq k) = \frac{1}{2}$ จากตาราง ในข้อ 6.2 จะได้ว่า $k = 3$

7. กำหนดให้เหตุการณ์ $B$ เป็นอิสระจากเหตุการณ์ $A$ โดยที่ $P(A) = 0.5$ และ $P(B) = 0.3$ จงหา $P(A \mid A \cup B)$

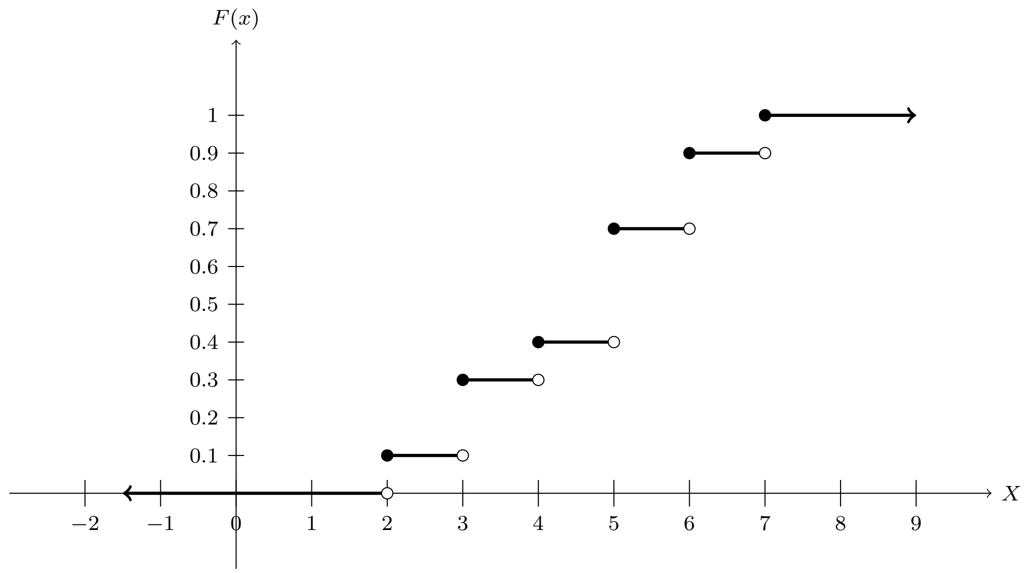
**แนวคำตอบ** เนื่องจาก $A$ และ $B$ เป็นอิสระต่อกัน จะได้ว่า

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.5(0.3) = 0.15$$

และเห็นว่า $A \cap (A \cup B) = A$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} P(A \mid A \cup B) &= \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} \\ &= \frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} \\ &= \frac{0.5}{0.5 + 0.3 - 0.15} \\ &= \frac{10}{13} = 0.7692 \quad \# \end{aligned}$$

8. กำหนดให้ $F$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมของ p.m.f. $f$ แสดงดังกราฟ




จงหาค่าต่อไปนี้

8.1 $P(X < 6)$

**แนวคำตอบ**

$$P(X < 6) = P(X \leq 5) = F(5) = 0.7 \quad \#$$

8.2 $P(3 \leq X < 5)$

**แนวคำตอบ**

$$\begin{aligned} P(3 \leq X < 5) &= P(X \leq 4) - P(X \leq 2) \\ &= F(4) - F(2) \\ &= 0.4 - 0.1 = 0.3 \quad \# \end{aligned}$$

8.3 $P(|X - 5| < 1)$

**แนวคำตอบ**

$$\begin{aligned} P(|X - 5| < 1) &= P(-1 < X - 5 < 1) = P(4 < X < 6) \\ &= P(5 \leq X \leq 5) \\ &= P(X \leq 5) - P(X \leq 4) \\ &= F(5) - F(4) \\ &= 0.7 - 0.4 = 0.3 \quad \# \end{aligned}$$

8.4 จงหาค่า $k$ ที่ทำให้ $P(X \geq k) = 0.6$

**แนวคำตอบ**

$$\begin{aligned} P(X \geq k) &= 1 - P(X < k) \\ 0.6 &= 1 - P(X \leq k - 1) \\ 0.6 &= 1 - F(k - 1) \\ F(k - 1) &= 0.4 \\ \therefore \quad k - 1 &= 4 \\ k &= 5 \quad \# \end{aligned}$$

# Assignment 5
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกัน และค่าคาดคะเน **สัปดาห์ที่** 5 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ถ้าเวลา (ชั่วโมง) ที่คอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งทำงานก่อนจะเสียเป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} re^{-\frac{x}{100}} & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งจะทำงานได้ระหว่าง 50 ถึง 150 ชั่วโมงก่อนจะเสีย

2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - ax & \text{เมื่อ } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$ จงหา $P(X > 2)$

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีดำ 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และสีเขียว 3 ลูก หยิบลูกบอลอย่างสุ่ม 2 ลูก โดยหยิบคราวละลูกโดยไม่ใส่กลับคืน
ให้ X เป็นจำนวนลูกบอลสีดำ และ Y เป็นจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้
จงสร้างตารางของฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y

4. ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y) = \begin{cases} a(x+y)^2 & \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \text{ และ } 0 < y < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x, y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหา $P(X < 0.5,\, Y > 1)$

5. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & \text{เมื่อ } x > 0 \text{ และ } y > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x, y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงตรวจสอบว่า X และ Y เป็นอิสระต่อกันหรือไม่

6. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 5 ลูก และสีเขียว 2 ลูก หยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป จงหาค่าคาดคะเนของจำนวนของลูกบอลสีแดงที่หยิบได้

7. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่าคาดคะเน $E((X-1)^2)$

8. การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y ดังตาราง

| $f(x,y)$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.25 | 0.05 |
| 3 | 0.30 | 0.14 | 0.15 |
| 5 | 0.02 | 0.05 | 0.03 |

จงหา $E(X+Y)$

# เฉลย Assignment 5
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกัน และค่าคาดคะเน **สัปดาห์ที่** 5 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ถ้าเวลา (ชั่วโมง) ที่คอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งทำงานก่อนจะเสียเป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} re^{-\frac{x}{100}} & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งจะทำงานได้ระหว่าง 50 ถึง 150 ชั่วโมงก่อนจะเสีย

**แนวคำตอบ** หา $r$ จากเงื่อนไขที่ว่า

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_0^t re^{-\frac{x}{100}}\,dx \\ &= \lim_{t\to\infty} \left[-100re^{-\frac{x}{100}}\right]_0^t \\ &= \lim_{t\to\infty} \left[-100re^{-\frac{t}{100}} + 100r\right] \\ &= 100r \end{aligned}$$

ดังนั้น $r = \dfrac{1}{100}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(50 < X < 150) &= \int_{50}^{150} f(x)\,dx \\ &= \int_{50}^{150} \frac{1}{100}e^{-\frac{x}{100}}\,dx \\ &= \left[-e^{-\frac{x}{100}}\right]_{50}^{150} \\ &= e^{-1.5} + e^{-0.5} \\ &= \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{1}{e\sqrt{e}} = \frac{e-1}{e\sqrt{e}} = 0.3834 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งจะทำงานได้ระหว่าง 50 ถึง 150 ชั่วโมงก่อนจะเสียเท่ากับ 0.3834 #

2. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - ax & \text{เมื่อ } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$ จงหา $P(X > 2)$

**แนวคำตอบ** หา $a$ จากเงื่อนไขที่ว่า

$$\begin{aligned} 1 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_0^4 \frac{1}{2} - ax\,dx \\ &= \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}ax^2\right]_0^4 \\ &= \left[\frac{1}{2}(4) - \frac{1}{2}a(16)\right] - 0 \\ &= 2 - 8a \end{aligned}$$

ดังนั้น $a = \dfrac{1}{8}$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(X>2) &= \int_2^{\infty} f(x)\,dx = \int_2^4 \frac{1}{2} - \frac{1}{8}x\,dx \\
&= \left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{16}x^2\right]_2^4 \\
&= \left[\frac{1}{2}(4) - \frac{1}{16}(16)\right] - \left[\frac{1}{2}(2) - \frac{1}{16}(4)\right] \\
&= 2 - 1 - 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \#
\end{aligned}
$$

3. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีดำ 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และสีเขียว 3 ลูก หยิบลูกบอลอย่างสุ่ม 2 ลูก โดยหยิบคราวละลูกโดยไม่ใส่กลับคืน ให้ X เป็นจำนวนลูกบอลสีดำ และ Y เป็นจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้
จงสร้างตารางของฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า $X = 0,1,2$ และ $Y = 0,1,2$

จะเห็นว่าลูกบอลสีดำ 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และสีเขียว 3 ลูก
ให้ B แทนลูกบอลสีดำ R แทนลูกบอลสีแดง และ G แทนลูกบอลสีเขียว แสดงรูปแบบดังตาราง

| | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | GG | BG, GB | BB |
| 1 | GR, RG | BR, RB | - |
| 2 | RR | - | - |

ดังนั้นตารางของฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y คือ

| $f(x,y)$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | $\frac{3\cdot 2}{8\cdot 7} = \frac{6}{56}$ | $\frac{2(3\cdot 3)}{8\cdot 7} = \frac{18}{56}$ | $\frac{3\cdot 2}{8\cdot 7} = \frac{6}{56}$ |
| 1 | $\frac{2(2\cdot 3)}{8\cdot 7} = \frac{12}{56}$ | $\frac{2(3\cdot 2)}{8\cdot 7} = \frac{12}{56}$ | เป็นไปไม่ได้ |
| 2 | $\frac{2\cdot 1}{8\cdot 7} = \frac{2}{56}$ | เป็นไปไม่ได้ | เป็นไปไม่ได้ |

4. ตัวแปรสุ่ม X และ Y มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$
f(x,y) = \begin{cases} a(x+y)^2 & \text{เมื่อ } 0<x<1 \text{ และ } 0<y<2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x,y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}
$$

จงหา $P(X<0.5, Y>1)$

**แนวคำตอบ** หา $a$ จากเงื่อนไขที่ว่า

$$
\begin{aligned}
1 &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^2\int_0^1 a(x+y)^2\,dx\,dy \\
&= \int_0^2 \left[\frac{a(x+y)^3}{3}\right]_{x=0}^{x=1} dy = \int_0^2 a\left[\frac{(1+y)^3}{3} - \frac{y^3}{3}\right] dy \\
&= a\left[\frac{(1+y)^4}{12} - \frac{y^4}{12}\right]_0^2 \\
&= a\left[\frac{81}{12} - \frac{16}{12} - \frac{1}{12} + 0\right] \\
&= \frac{16a}{3}
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $a = \dfrac{3}{16}$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(X < 0.5,\, Y > 1) &= \int_0^{0.5} \int_1^2 f(x,y)\,dy\,dx \\
&= \int_0^{0.5} \int_1^2 \frac{3}{16}(x+y)^2\,dy\,dx \\
&= \int_0^{0.5} \frac{3}{16} \left[\frac{(x+y)^3}{3}\right]_{y=1}^{y=2} dx \\
&= \int_0^{0.5} \frac{3}{16} \left[\frac{(x+2)^3}{3} - \frac{(x+1)^3}{3}\right] dx \\
&= \frac{3}{16} \left[\frac{(x+2)^4}{12} - \frac{(x+1)^4}{12}\right]_0^{0.5} \\
&= \frac{3}{16} \left[\frac{2.5^4}{12} - \frac{1.5^4}{12}\right] - \frac{3}{16} \left[\frac{2^4}{12} - \frac{1}{12}\right] \\
&= \frac{3}{16} \left[\frac{34}{12}\right] - \frac{3}{16} \left[\frac{15}{12}\right] \\
&= \frac{102}{192} - \frac{45}{192} = \frac{57}{192} = \frac{19}{64} \qquad \#
\end{aligned}
$$

5. ให้ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันคือ

$$
f(x,y) = \begin{cases} e^{-(x+y)} & \text{เมื่อ } x > 0 \text{ และ } y > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x, y \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}
$$

จงตรวจสอบว่า X และ Y เป็นอิสระต่อกันหรือไม่

**แนวคำตอบ** จะได้มาร์จินัลของ X คือ

$$
\begin{aligned}
f_X(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy = \int_0^{\infty} e^{-(x+y)}\,dy \\
&= e^{-x} \int_0^{\infty} e^{-y}\,dy \\
&= e^{-x} \lim_{t\to\infty} \int_0^t e^{-y}\,dy \\
&= e^{-x} \lim_{t\to\infty} \left[-e^{-y}\right]_0^t = e^{-x} \lim_{t\to\infty} \left[-e^{-t} + 1\right] = e^{-x}
\end{aligned}
$$

และมาร์จินัลของ Y คือ

$$
\begin{aligned}
f_Y(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx = \int_0^{\infty} e^{-(x+y)}\,dx \\
&= e^{-y} \int_0^{\infty} e^{-x}\,dx \\
&= e^{-y} \lim_{t\to\infty} \int_0^t e^{-x}\,dx \\
&= e^{-y} \lim_{t\to\infty} \left[-e^{-x}\right]_0^t = e^{-y} \lim_{t\to\infty} \left[-e^{-t} + 1\right] = e^{-y}
\end{aligned}
$$

สำหรับ $x > 0$ และ $y > 0$ จะได้ว่า

$$
f(x,y) = e^{-(x+y)} = e^{-x} \cdot e^{-y} = f_X(x) f_Y(y)
$$

ดังนั้น X และ Y เป็นอิสระต่อกัน $\quad \#$

6. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 5 ลูก และสีเขียว 2 ลูก หยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป จงหาค่าคาดคะเนของจำนวนของลูกบอลสีแดงที่หยิบได้

**แนวคำตอบ** ให้ $X$ แทนจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง เมื่อหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
ให้ R แทนสีแดง (3 ลูก) และ O แทนสีที่ไม่ใช่สีแดง (7 ลูก)

- กรณี $X = 0$ หมายถึงไม่ได้สีแดง คือ OOO จะได้ว่า

$$P(X = 0) = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{343}{1000}$$

- กรณี $X = 1$ หมายถึงสีแดง 1 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ ROO ORO และ OOR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 7 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{441}{1000}$$

- กรณี $X = 2$ หมายถึงสีแดง 2 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ RRO ORR และ ROR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 3 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{189}{1000}$$

- กรณี $X = 3$ หมายถึงได้สีแดง 3 ลูก คือ RRR จะได้ว่า

$$P(X = 3) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{27}{1000}$$

การแจกแจงความจะเป็นดังตารางต่อไปนี้

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | $\frac{343}{1000}$ | $\frac{441}{1000}$ | $\frac{189}{1000}$ | $\frac{27}{1000}$ |

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum x f(x) \\ &= 0 \cdot \frac{343}{1000} + 1 \cdot \frac{441}{1000} + 2 \cdot \frac{189}{1000} + 3 \cdot \frac{27}{1000} \\ &= \frac{900}{1000} = 0.9 \end{aligned}$$

ค่าคาดคะเนของจำนวนของลูกบอลสีแดงที่หยิบได้คือ 0.9 ลูก $\#$

7. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{3} & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่าคาดคะเน $E((X-1)^2)$
**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E((X-1)^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-1)^2 f(x)\, dx = \int_{-1}^{2} (x^2 - 2x + 1) \frac{x^2}{3}\, dx \\ &= \frac{1}{3} \int_{-1}^{2} x^4 - 2x^3 + x^2\, dx = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 \right]_{-1}^{2} \\ &= \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{5}(32) - \frac{1}{2}(16) + \frac{1}{3}(8) \right] - \frac{1}{3} \left[ -\frac{1}{5} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right] \\ &= \frac{16}{45} + \frac{31}{90} = \frac{7}{10} \quad \# \end{aligned}$$

8. การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ X และ Y ดังตาราง

| $f(x,y)$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.25 | 0.05 |
| 3 | 0.30 | 0.14 | 0.15 |
| 5 | 0.02 | 0.05 | 0.03 |

จงหา $E(X+Y)$

**แนวคำตอบ** จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E(X+Y) &= \sum_x \sum_y (x+y)f(x,y) \\ &= (1+1)f(1,1) + (1+2)f(1,2) + (1+3)f(1,3) + \\ &\quad (3+1)f(3,1) + (3+2)f(3,2) + (3+3)f(3,3) + \\ &\quad (5+1)f(5,1) + (5+2)f(5,2) + (5+3)f(3,3) \\ &= 2(0.01) + 3(0.25) + 4(0.05) + \\ &\quad 4(0.30) + 5(0.14) + 6(0.15) + \\ &\quad 6(0.02) + 7(0.05) + 8(0.03) \\ &= 4.48 \quad \# \end{aligned}$$

# Assignment 6
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม การแจกแจงยูนิฟอร์ม แบร์นูลลี และทวินาม **สัปดาห์ที่** 6 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{3} & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

   จงหาค่า $\sigma^2_{3X+1}$

2. การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ $X$ และ $Y$ ดังตาราง

| $f(x,y)$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.25 | 0.05 |
| 3 | 0.30 | 0.14 | 0.15 |
| 5 | 0.02 | 0.05 | 0.03 |

   จงหาความแปรปรวนร่วมของ $X$ และ $Y$

3. สุ่มหยิบมะม่วง 3 ลูกพร้อมกันจากตะกร้าที่มีมะม่วง 10 ผล ซึ่งมีมะม่วงเปรี้ยวปนอยู่ 4 ผล
   จงหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของจำนวนมะม่วงเปรี้ยวที่จะหยิบได้

4. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่ม ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 และความแปรปรวนเท่ากับ 16 จงหา $E((X+2)^2)$

5. ถ้า $X$ และ $Y$ เป็นตัวแปรสุ่มโดยที่ $a, b$ เป็นค่าคงตัว จงแสดงว่า $\text{cov}(aX, bY) = ab \cdot \text{cov}(X, Y)$

6. การแจกแจงแบร์นูลลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ $\dfrac{2}{9}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ

7. มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งกล่าวอ้างว่ามีนักศึกษาสอบผ่านเกณฑ์ภาษาอังกฤษจำนวน 70% ถ้าสุ่มเลือกนักศึกษามา 30 คน เพื่อสอบถามผลการสอบว่าผ่านเกณฑ์หรือไม่ จงหา

   7.1 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์จำนวน 20 คน

   7.2 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์ไม่เกิน 15 คน

   7.3 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 15 คนแต่ไม่เกิน 20 คน

8. ถ้าข้อมูลจากกรมประกันชีวิต 0.92% ของคนที่มีอายุ 60-64 ปี จะเสียชีวิต ถ้าสุ่มตัวอย่างคนที่มีอายุ 60-64 ปี มา 500 คน
   จงหาความน่าจะเป็นที่อย่างน้อย 10 คนเสียชีวิต

คณิตศาสตร์

# เฉลย Assignment 6
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม การแจกแจงยูนิฟอร์ม แบร์นูลลี และทวินาม **สัปดาห์ที่** 6 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง ซึ่งมี p.d.f คือ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{3} & \text{เมื่อ } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่า $\sigma_{3X+1}$

**แนวคำตอบ** ค่าเฉลี่ยของ $X$ คือ

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} x \cdot \frac{x^2}{3}\,dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^3}{3}\,dx \\ &= \left[\frac{x^4}{12}\right]_{-1}^{2} = \frac{16}{12} - \frac{1}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_{-1}^{2} x^2 \cdot \frac{x^2}{3}\,dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^4}{3}\,dx \\ &= \left[\frac{x^5}{15}\right]_{-1}^{2} = \frac{32}{15} + \frac{1}{15} = \frac{33}{15} = \frac{11}{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sigma^2_{3X+1} = 3^2\sigma^2_X = 9[E(X^2) - \mu^2] = 9\left[\frac{11}{5} - \left(\frac{5}{4}\right)^2\right] = \frac{459}{80} = 5.7375 \qquad \#$$

2. การแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ $X$ และ $Y$ ดังตาราง

| $f(x,y)$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.25 | 0.05 |
| 3 | 0.30 | 0.14 | 0.15 |
| 5 | 0.02 | 0.05 | 0.03 |

จงหาความแปรปรวนร่วมของ $X$ และ $Y$

**แนวคำตอบ** พิจารณาตาราง

| $f(x,y)$ | 1 | 2 | 3 | $h(y)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.01 | 0.25 | 0.05 | 0.31 |
| 3 | 0.30 | 0.14 | 0.15 | 0.59 |
| 5 | 0.02 | 0.05 | 0.03 | 0.10 |
| $g(x)$ | 0.33 | 0.44 | 0.23 | |

จะได้ว่า

$$\mu_X = E(X) = \sum_x x g(x) = 1g(1) + 2g(2) + 3g(3) = 1(0.33) + 2(0.44) + 3(0.23) = 1.90$$

$$\mu_Y = E(Y) = \sum_y y h(y) = 1h(1) + 3h(3) + 5h(5) = 1(0.31) + 3(0.59) + 5(0.10) = 2.58$$

และ

$$\begin{aligned}
E(XY) &= \sum_x \sum_y xyf(x,y) \\
&= 1\cdot 1f(1,1) + 1\cdot 3f(1,3) + 1\cdot 5f(1,5) + \\
&\quad 2\cdot 1f(2,1) + 2\cdot 3f(2,3) + 2\cdot 5f(2,5) + \\
&\quad 3\cdot 1f(3,1) + 3\cdot 3f(3,3) + 3\cdot 5f(3,5) \\
&= 1(0.01) + 3(0.30) + 5(0.02) + 2(0.25) + 6(0.14) + 10(0.05) + 3(0.05) + 9(0.15) + 15(0.03) \\
&= 4.8
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sigma_{XY} = E(XY) - E(X)E(Y) = 4.8 - (1.90)(2.58) = -0.102$$

ความแปรปรวนร่วมของ $X$ และ $Y$ เท่ากับ $-0.102$ #

3. สุ่มหยิบมะม่วง 3 ลูกพร้อมกัน จากตะกร้าที่มีมะม่วง 10 ผล ซึ่งมีมะม่วงเปรี้ยวปนอยู่ 4 ผล จงหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของจำนวนมะม่วงเปรี้ยวที่จะหยิบได้

**แนวคำตอบ** ให้ $X$ คือจำนวนมะม่วงเปรี้ยวที่จะหยิบได้ นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
สร้างตารางแจกแจกความน่าจะเป็นได้ดังนี้

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\dfrac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{1}{6}$ | $\dfrac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{\binom{6}{1}\binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{3}{10}$ | $\dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{1}{30}$ |

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\mu = E(X) = \sum_x xf(x) &= 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3) \\
&= 0 + 1\cdot\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{3}{10} + 3\cdot\frac{1}{30} = \frac{6}{5} = 1.2
\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
E(X^2) = \sum_x x^2 f(x) &= 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3) \\
&= 0 + 1\cdot\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{3}{10} + 9\cdot\frac{1}{30} = 2
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2 = 2 - \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{14}{25} = 0.56$$

สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของจำนวนมะม่วงเปรี้ยวที่จะหยิบได้เท่ากับ 1.2 และ 0.56 ตามลำดับ #

4. ให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่ม ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 และความแปรปรวนเท่ากับ 16 จงหา $E((X+2)^2)$

**แนวคำตอบ** จะเห็นว่า $E(X) = \mu = 2$ และ $\sigma_X^2 = 16$

$$\begin{aligned}
\sigma_X^2 &= E(X^2) - \mu^2 \\
16 &= E(X^2) - 2^2 \\
E(X^2) &= 20
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
E((X+2)^2) &= E(X^2 + 4X + 4) \\
&= E(X^2) + 4E(X) + 4 \\
&= 20 + 4(2) + 4 \\
&= 32 \quad \#
\end{aligned}$$

5. ถ้า $X$ และ $Y$ เป็นตัวแปรสุ่มโดยที่ $a, b$ เป็นค่าคงตัว จงแสดงว่า $\mathrm{cov}(aX, bY) = ab \cdot \mathrm{cov}(X, Y)$

   ***บทพิสูจน์.*** ให้ $X$ และ $Y$ เป็นตัวแปรสุ่มโดยที่ $a, b$ เป็นค่าคงตัว จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}(aX, bY) &= E[(aX)(bY)] - E(aX)E(aY)\\ &= E[ab(XY)] - aE(X)bE(Y)\\ &= abE[XY] - abE(X)E(Y)\\ &= ab(E[XY] - E(X)E(Y))\\ &= ab \cdot \mathrm{cov}(X, Y)\end{aligned}$$

$\square$

6. การแจกแจงแบร์นูลลีที่มีความแปรปรวนเท่ากับ $\dfrac{2}{9}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จ

   **แนวคำตอบ** จะเห็นว่า $\sigma^2 = \dfrac{2}{9}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= pq = p(1-p)\\ \frac{2}{9} &= p - p^2\\ 2 &= 9p - 9p^2\\ 9p^2 - 9p + 2 &= 0\\ (3p-2)(3p-1) &= 0\\ p &= \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เกิดความสำเร็จเท่ากับ $\dfrac{1}{3}$ หรือ $\dfrac{2}{3}$ #

7. มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งกล่าวอ้างว่ามีนักศึกษาสอบผ่านเกณฑ์ภาษาอังกฤษจำนวน 70% ถ้าสุ่มเลือกนักศึกษามา 30 คน เพื่อสอบถามผลการสอบว่าผ่านเกณฑ์หรือไม่ จงหา

   **แนวคำตอบ** การตรวจสอบดังกล่าวมีการแจกแจงทวินามซึ่ง $n = 30$ และ $p = 0.7$ เมื่อ $x = 0, 1, ..., 30$

   7.1 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์จำนวน 20 คน
   จะได้ว่า

$$P(X = 20) = b(20; 30, 0.7) = 0.14156$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์จำนวน 20 คน เท่ากับ 0.14156 #

   7.2 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์ไม่เกิน 15 คน
   จะได้ว่า

$$P(X \leq 15) = \sum_{x=0}^{15} b(x; 30, 0.7) = 0.01694$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์ไม่เกิน 15 คน เท่ากับ 0.01964 #

   7.3 ความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 15 คนแต่ไม่เกิน 20 คน
   จะได้ว่า

$$\begin{aligned}P(15 \leq X \leq 20) &= \sum_{x=15}^{20} b(x; 30, 0.7)\\ &= \sum_{x=0}^{20} b(x; 30, 0.7) - \sum_{x=0}^{14} b(x; 30, 0.7)\\ &= 0.41119 - 0.00637\\ &= 0.40482\end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สอบผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 15 คนแต่ไม่เกิน 20 คนเท่ากับ 0.40482 #

8. ถ้าข้อมูลจากกรมประกันชีวิต 0.92% ของคนที่มีอายุ 60-64 ปี จะเสียชีวิต ถ้าสุ่มตัวอย่างคนที่มีอายุ 60-64 ปี มา 500 คน จงหาความน่าจะเป็นที่อย่างน้อย 10 คนเสียชีวิต

**แนวคำตอบ** การตรวจสอบดังกล่าวมีการแจกแจงทวินามซึ่ง $n = 500$ และ $p = 0.0092$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X \geq 10) &= 1 - P(X \leq 9) \\ &= 1 - \sum_{x=0}^{9} b(x; 500, 0.0092) \\ &= 1 - 0.9810 \\ &= 0.0190 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่คนที่มีอายุ 60-64 ปีอย่างน้อย 10 คนเสียชีวิต เท่ากับ 0.0190 $\#$

# Assignment 7
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงเรขาคณิต ทวินามลบ พหุนาม ไฮเพอร์จีออเมตริก และปัวส์ซง **สัปดาห์ที่** 7 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ถ้าทราบจากลูกค้า 10 คนที่เข้าในร้านขายเฟอร์นิเจอร์แห่งหนึ่งจะมีค้าที่ซื้อ 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 5 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก
2. การแจกแจงเรขาคณิต $g(x;p)$ ถ้าค่าเฉลี่ย $\mu = \dfrac{1}{p}$ จงแสดงว่าความแปรปรวน คือ $\sigma^2 = \dfrac{q}{p^2}$
3. ถ้าทราบว่ามีนักศึกษาของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งสอบวิชาความน่าจะเป็นและสถิติไม่ผ่านเกณฑ์ 5% จึงสุ่มถามนักศึกษาที่ละคน
   3.1 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาสอบไม่ผ่านเกณฑ์เป็นคนที่ 5 เมื่อสอบถามคนที่ 20
   3.2 ต้องสอบถามนักศึกษาอย่างน้อยกี่คน (โดยเฉลี่ย) จึงจะพบนักศึกษาที่ไม่ผ่านเกณฑ์คนที่ 20
4. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 5 ครั้ง
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นหัวจำนวน 3 ครั้ง
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นก้อยจำนวน 2 ครั้ง
5. โรงพยาบาลส่งเสริมสุขภาพประจำตำบลแห่งหนึ่งมีประชาชนมาตรวจคัดกรองโควิด-19 จำนวน 100 คน มีผู้ติดเชื้อจำนวน 20 คน ถ้าสุ่มประชาชนที่มาตรวจคัดกรองจำนวน 8 คน จงหาโอกาสที่จะได้ประชาชนที่ติดเชื้อโควิด-19 อย่างน้อย 2 คน
6. เลือกนักเรียนอย่างสุ่มมา 25 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมีนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 3800 คน และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 1200 คน เพื่อเป็นสำรวจความเห็นอย่างหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของจำนวนที่สุ่มมา 25 คน
7. ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่าโดยเฉลี่ยมีนักเรียนไม่ส่งการบ้าน 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนห้องนี้จะไม่ส่งการบ้านไม่เกิน 1 คน
8. ในการผลิตเครื่องคิดเลขของโรงงานแห่งหนึ่งพบว่ามีเครื่องที่ไม่ผ่านมาตรฐาน 2% ถ้าสุ่มตรวจเครื่องคิดเลขจำนวน 200 เครื่องที่ผลิตได้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เครื่องที่ไม่ผ่านมาตรฐาน 10 เครื่อง

# เฉลย Assignment 7
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงเรขาคณิต ทวินามลบ พหุนาม ไฮเพอร์จีออเมตริก และปัวส์ซง **สัปดาห์ที่** 7 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. ถ้าทราบจากลูกค้า 10 คนที่เข้าในร้านขายเฟอร์นิเจอร์แห่งหนึ่งจะมีค้าที่ซื้อ 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 5 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรก

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงเรขาคณิตที่มี $p = \dfrac{1}{10}$ จะได้ว่า

$$P(X=5) = g\left(5; \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{10}\left(\frac{9}{10}\right)^{5-1} = 0.06561$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกค้าเข้ามาคนที่ 5 ในวันนี้จะเป็นผู้ซื้อเป็นคนแรกเท่ากับ 0.06561 #

2. การแจกแจงเรขาคณิต $g(x;p)$ ถ้าค่าเฉลี่ย $\mu = \dfrac{1}{p}$ จงแสดงว่าความแปรปรวน คือ $\sigma^2 = \dfrac{q}{p^2}$

   ***บทพิสูจน์.*** พิจารณา

$$
\begin{aligned}
&& E(X^2) &= \sum_{x=1}^{\infty} x^2 g(x;p) = \sum_{x=1}^{\infty} x^2 \cdot pq^{x-1} && \\
&& E(X^2) &= p(1+4q+9q^2+16q^3+\cdots) && ...(1)\\
q(1); && q\cdot E(X^2) &= p(q+4q^2+9q^3+16q^4+\cdots) && ...(2)\\
(1)-(2); && (1-q)\cdot E(X^2) &= p(1+3q+5q^2+7q^3+\cdots) && ...(3)\\
q(3); && q(1-q)\cdot E(X^2) &= p(q+3q^2+5q^3+7q^4+\cdots) && ...(4)\\
(3)-(4); && (1-q)^2\cdot E(X^2) &= p(1+2q+2q^2+2q^3+\cdots) && \\
&& (1-q)^2\cdot E(X^2) &= p\left(1+\frac{2q}{1-q}\right) && \\
&& p^2\cdot E(X^2) &= p\left(1+\frac{2q}{p}\right) && \because 1-q=p\\
&& E(X^2) &= \frac{1}{p}+\frac{2q}{p^2} &&
\end{aligned}
$$

   ดังนั้น

$$
\begin{aligned}
\sigma^2 &= E(X^2)-\mu^2\\
&= \left(\frac{1}{p}+\frac{2q}{p^2}\right) - \frac{1}{p^2}\\
&= \frac{p+2q-1}{p^2} = \frac{(1-q)+2q-1}{p^2} = \frac{q}{p^2}
\end{aligned}
$$

□

3. ถ้าทราบว่ามีนักศึกษาของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งสอบวิชาความน่าจะเป็นและสถิติไม่ผ่านเกณฑ์ 5% จึงสุ่มถามนักศึกษาที่ละคน

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามลบโดยที่ $p = 0.05$ และ $k = 20$

   3.1 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาสอบไม่ผ่านเกณฑ์เป็นคนที่ 5 เมื่อสอบถามคนที่ 20
   จะได้ว่า

$$P(X = 20) = b^*(20; 5, 0.05) = \binom{19}{4}(0.05)^5(0.95)^{15} = 0.00056$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักศึกษาสอบไม่ผ่านเกณฑ์เป็นคนที่ 5 เมื่อสอบถามคนที่ 20 เท่ากับ 0.00056 $\#$

   3.2 ต้องสอบถามนักศึกษาอย่างน้อยกี่คน (โดยเฉลี่ย) จึงจะพบนักศึกษาที่ไม่ผ่านเกณฑ์คนที่ 20
   จะได้ว่า

$$\mu = \frac{k}{p} = \frac{20}{0.05} = 400$$

   ดังนั้นต้องสอบถามนักศึกษาโดยเฉลี่ยจำนวน 400 คนจึงจะพบนักศึกษาที่ไม่ผ่านเกณฑ์คนที่ 20 $\#$

4. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน พร้อมกัน 10 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่จำนวน 5 ครั้ง
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นหัวจำนวน 3 ครั้ง
   ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นก้อยจำนวน 2 ครั้ง

   **แนวคำตอบ** พิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก และโยนเหรียญ 1 อัน จะได้ว่า

$$\begin{array}{cccccc} (1,H) & (2,H) & (3,H) & (4,H) & (5,H) & (6,H) \\ (1,T) & (2,T) & (3,T) & (4,T) & (5,T) & (6,T) \end{array}$$

   เป็นการแจงแจงพหุนามโดยที่

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $E_1$ | คือเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มคี่ | $x_1 = 5$ | และ | $p_1 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ |
| $E_2$ | คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นหัว | $x_2 = 3$ | และ | $p_2 = \frac{3}{12} = \frac{3}{4}$ |
| $E_3$ | คือเหตุการณ์ลูกเต๋าขึ้นแต้มคู่และเหรียญขึ้นก้อย | $x_2 = 2$ | และ | $p_2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ |

   จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f\left(5, 3, 2; \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) &= \binom{10}{5, 3, 2}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{10!}{5!3!2!}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ &= \frac{315}{4096} = 0.07690 \end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวเท่ากับ 0.07690 $\#$

5. โรงพยาบาลส่งเสริมสุขภาพประจำตำบลแห่งหนึ่งมีประชาชนมาตรวจคัดกรองโควิด-19 จำนวน 100 คน มีผู้ติดเชื้อจำนวน 20 คน ถ้าสุ่มประชาชนที่มาตรวจคัดกรองจำนวน 8 คน จงหาโอกาสที่จะได้ประชาชนที่ติดเชื้อโควิด-19 อย่างน้อย 2 คน

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริกโดยที่ $N = 100$, $k = 20$ และ $n = 8$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(X \geq 2) &= 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\
&= 1 - h(0; 100, 8, 20) - h(1; 100, 8, 20) \\
&= 1 - \frac{\binom{20}{0}\binom{80}{8}}{\binom{100}{8}} - \frac{\binom{20}{1}\binom{80}{7}}{\binom{100}{8}} \\
&= 0.50280
\end{aligned}$$

ดังนั้นโอกาสที่จะได้ประชาชนที่ติดเชื้อโควิด-19 อย่างน้อย 2 คน เท่ากับ 0.5028

**หมายเหตุ** ในกรณีที่ประมาณค่าด้วยการแจกแจงทวินามจะได้ว่า $p = \frac{20}{100} = 0.2$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(X \geq 2) &= 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\
&= 1 - h(0; 100, 8, 20) - h(1; 100, 8, 20) \\
&\approx 1 - b(0; 8, 0.2) - b(1; 8, 0.2) \\
&= 1 - 0.50331 = 0.49669
\end{aligned}$$

จะเห็นว่าค่าที่ได้มีความคลาดเคลื่อนเล็กน้อยเนื่องจาก $\frac{N-n}{N-1} = \frac{100-8}{100-1} = 0.92929$

6. เลือกนักเรียนอย่างสุ่มมา 25 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมีนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 3800 คน และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 1200 คน เพื่อเป็นสำรวจความเห็นอย่างหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของจำนวนที่สุ่มมา 25 คน

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริกโดยที่ $N = 5000$, $k = 3800$ และ $n = 25$ เนื่องจาก $\frac{N-n}{N-1} = \frac{5000-25}{5000-1} = 0.99952$

ประมาณด้วยการแจกแจงทวินามโดยที่ $p = \frac{3800}{5000} = 0.76$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(X \geq 13) &= 1 - P(X \leq 12) \\
&= 1 - \sum_{x=0}^{12} h(x; 5000, 25, 3800) \\
&\approx 1 - \sum_{x=0}^{12} b(x; 25, 0.76) \\
&= 1 - 0.00228 = 0.99772
\end{aligned}$$

ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอย่างน้อยครึ่งหนึ่งของจำนวนที่สุ่มมา 25 คน เท่ากับ 0.99772 #

7. ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่าโดยเฉลี่ยมีนักเรียนไม่ส่งการบ้าน 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนห้องนี้จะไม่ส่งการบ้านไม่เกิน 1 คน

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงปัวส์ซองโดยที่ $\mu = 3$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(X \leq 1) &= P(X = 0) + P(X = 1) \\
&= p(0; 3) + p(1; 3) \\
&= \frac{e^{-3}3^0}{0!} + \frac{e^{-3}3^1}{1!} \\
&= 0.19915
\end{aligned}$$

จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนห้องนี้จะไม่ส่งการบ้านไม่เกิน 1 คน เท่ากับ 0.19915 #

8. ในการผลิตเครื่องคิดเลขของโรงงานแห่งหนึ่งพบว่ามีเครื่องที่ไม่ผ่านมาตรฐาน 2% ถ้าสุ่มตรวจเครื่องคิดเลขจำนวน 200 เครื่องที่ผลิตได้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เครื่องที่ไม่ผ่านมาตรฐาน 10 เครื่อง

**แนวคำตอบ**
**วิธีที่ 1** เป็นการแจกแจงทวินามโดยที่ $p = 0.02$ และ $n = 200$ จะได้ว่า

$$P(X = 10) = b(10; 200, 0.02) = 0.00495$$

**วิธีที่ 2** ประมาณด้วยการแจกแจงปัวส์ซองโดยที่ $\mu = np = 200(0.02) = 4$ และ จะได้ว่า

$$P(X = 10) = b(10; 200, 0.02) \approx p(10; 3) = \frac{e^{-4}4^{10}}{10!} = 0.00529$$

# Assignment 8
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง **สัปดาห์ที่** 9 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มแบบต่อเนื่องบนช่วง $(a, b)$ จงแสดงว่า

$$\text{ค่าเฉลี่ย} \quad \mu_X = \frac{a+b}{2} \quad \text{และความแปรปรวน} \quad \sigma_X^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

2. คะแนนสอบของนักเรียนจำนวน $1000$ คน มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต $45$ คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $10$ คะแนน จงหา

    2.1 จำนวนคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 60

    2.2 จำนวนคนที่ได้คะแนนอยู่ระหว่าง 30 และ 50

    2.3 คนที่คะแนนต่ำสุดของ 15% สูงสุด

3. บริษัทผลิตหลอดไฟต้องการรับประกันคุณภาพผลิตภัณฑ์ของบริษัท โดยจะเปลี่ยนหลอดไฟใหม่ถ้าหลอดเดิมชำรุดบริษัทจะรับประกันไม่เกิน 4.1% ของจำนวนที่ผลิต หลอดไฟมีอายุการใช้งานเฉลี่ย 2500 ชั่วโมง มีสัมประสิทธิ์ของความแปรผันเท่ากับ 0.2 ถ้าคาดว่าตามปกติคนจะใช้หลอดไฟวันละ 5 ชั่วโมง บริษัทนี้ควรกำหนดเวลาประกันมากที่สุดกี่วัน

4. นายเดชาทราบว่าเวลาที่เขาเดินทางจากบ้านมายังมหาวิทยาลัยมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย 90 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 นาที นายเดชาควรออกจากบ้านกี่โมงในตอนเช้า ที่จะทำให้เขามั่นใจ 95% ว่าจะมาถึงมหาวิทยาลัยในเวลา 8 โมงเช้า

5. ข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือกซึ่งมีคำตอบที่ถูกต้องรวมอยู่ 1 ข้อ จำนวน 200 ข้อ ถ้ามีข้อสอบ 80 ข้อ ที่คาดว่านักเรียนไม่มีความรู้ที่จะตอบได้จริง ๆ จงหาโอกาสที่นักเรียนจะตอบถูกโดยการเดาได้ตั้งแต่ 25 ถึง 30 ข้อ (ทำโดยใช้ การแจกแจงทวินามและประมาณด้วยการแจกแจงปกติ)

6. คะแนนสอบของวิชาคณิตศาสตร์ ONET ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 65 คะแนน ถ้าสุ่มนักเรียนที่สอบมา 15 คน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 10 คะแนน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่เข้าสอบมีคะแนนไม่น้อยกว่า 50 คะแนน แต่ไม่เกิน 80 คะแนน

7. ในการแจกแจงไคสแควร์จงหา $a$ และ $b$ ที่ทำให้ $P(\chi^2 < a) = 0.025$ และ $P(a < \chi^2 < b) = 0.97$ ถ้าองศาเสรีเท่ากับ 10

8. ในการแจกแจงเอฟ จงหา $a$ และ $b$ ที่ทำให้ $P(a < F < b) = 0.90$ และ $P(F < a) = 0.05$ ถ้าองศาเสรีเท่ากับ 8 และ 16 ตามลำดับ

# เฉลย Assignment 8
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่อง **สัปดาห์ที่** 9 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มแบบต่อเนื่องบนช่วง $(a, b)$ จงแสดงว่า

$$\text{ค่าเฉลี่ย} \quad \mu_X = \frac{a+b}{2} \quad \text{และความแปรปรวน} \quad \sigma_X^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

**แนวคำตอบ** เนื่องจาก X เป็นตัวแปรสุ่มยูนิฟอร์มแบบต่อเนื่องบนช่วง $(a, b)$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{เมื่อ } a < x < b \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ มีค่าอื่น ๆ} \end{cases}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \mu_X = E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \\ &= \int_a^b \frac{x}{b-a} x\, dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2(b-a)}\right]_a^b \\ &= \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} \\ &= \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} = \frac{a+b}{2} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} x\, dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3(b-a)}\right]_a^b \\ &= \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} \\ &= \frac{(b-a)(b^2+ab+b^2)}{3(b-a)} = \frac{a^2+ab+b^2}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= E(X^2) - \mu_X^2 \\ &= \frac{a^2+ab+b^2}{3} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \\ &= \frac{4(a^2+ab+b^2) - 3(a+b)^2}{12} \\ &= \frac{4a^2+4ab+4b^2-(3a+6ab+3b^2)}{12} \\ &= \frac{a^2+2ab+b^2}{12} \\ &= \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned}$$

2. คะแนนสอบของนักเรียนจำนวน $1000$ คน มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต $45$ คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $10$ คะแนน จงหา

**แนวคำตอบ** คะแนนสอบมีการแจกแจงปกติที่มี $N = 1000$, $\mu = 45$ และ $\sigma = 10$

2.1 จำนวนคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 60

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X < 60) &= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{60-45}{10}\right) \\ &= P(Z < 1.5) \\ &= 0.93319 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนคนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 60 เท่ากับ $0.93319 \times 1000 \approx 933$ คน $\#$

2.2 จำนวนคนที่ได้คะแนนอยู่ระหว่าง 30 และ 50

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(30 < X < 60) &= P\left(\frac{30-45}{10} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{50-45}{10}\right) \\ &= P(-1.5 < Z < 0.5) \\ &= P(Z < 0.5) - P(Z < -1.5) \\ &= 0.6915 - 0.0668 \\ &= 0.6247 \end{aligned}$$

ดังนั้นจำนวนคนที่ได้คะแนนอยู่ระหว่าง 30 และ 50 เท่ากับ $0.6247 \times 1000 \approx 624$ คน $\#$

2.3 คนที่คะแนนต่ำสุดของ 15% สูงสุด

ให้ $a$ เป็นแนนต่ำสุดของ 15% สูงสุด เนื่องจาก $P(Z < 1.036) = 0.85$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X < a) &= 0.85 \\ P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{a-45}{10}\right) &= 0.85 \\ P\left(Z < \frac{a-45}{10}\right) &= 0.85 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{a-45}{10} &= 1.036 \\ a &= 45 + 10.36 \\ &= 55.36 \end{aligned}$$

ฉะนั้นคนที่คะแนนต่ำสุดของ 15% สูงสุด คือ 55.36 คะแนน $\#$

3. บริษัทผลิตหลอดไฟต้องการรับประกันคุณภาพผลิตภัณฑ์ของบริษัท โดยจะเปลี่ยนหลอดไฟใหม่ถ้าหลอดเดิมชำรุดบริษัทจะรับประกันไม่เกิน 4.1% ของจำนวนที่ผลิต หลอดไฟมีอายุการใช้งานเฉลี่ย 2500 ชั่วโมง มีสัมประสิทธิ์ของความแปรผันเท่ากับ 0.2 ถ้าคาดว่าตามปกติคนจะใช้หลอดไฟวันละ 5 ชั่วโมง บริษัทนี้ควรกำหนดเวลาประกันมากที่สุดกี่วัน

   **แนวคำตอบ** อายุการใช้งานของหลอดไฟมีการแจกแจงปกติที่มี $\mu = 2500$ และมีสัมประสิทธิ์ความแปรผัน $C.V. = 0.2$ นั่นคือ

$$\sigma = \mu \cdot C.V. = 2500(0.2) = 500$$

   ให้ $a$ แทนอายุของหลอดไฟการใช้งานต่ำสุดที่บริษัทจะรับประกัน นั่นคือ $P(X < a) = 0.041$ เนื่องจาก $P(Z < -1.7392) = 0.041$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X < a) &= 0.041 \\ P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{a-2500}{500}\right) &= 0.041 \\ P\left(Z < \frac{a-2500}{500}\right) &= 0.041 \end{aligned}$$

   ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{a-2500}{500} &= -1.7392 \\ a &= 2500 - 1.7392(500) \\ &= 1630.4 \end{aligned}$$

   ฉะนั้นบริษัทนี้ควรกำหนดเวลาประกันมากที่สุด 1630 ชั่วโมง คิดเป็น $\frac{1630}{5} = 326$ วัน #

4. นายเดชาทราบว่าเวลาที่เขาเดินทางจากบ้านมายังมหาวิทยาลัยมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย 90 นาที ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 นาที นายเดชาควรออกจากบ้านกี่โมงในตอนเช้า ที่จะทำให้เขามั่นใจ 95% ว่าจะมาถึงมหาวิทยาลัยในเวลา 8 โมงเช้า

   **แนวคำตอบ** เวลาในการเดินทางของนายเดชามีการแจกแจงปกติโดยที่ $\mu = 90$ และ $\sigma = 10$
   ให้ $a$ แทนเวลาในการเดินทางของนายเดชาซึ่ง $P(X < a) = 0.95$ เนื่องจาก $P(Z < 1.6448) = 0.95$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(X < a) &= 0.95 \\ P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{a-90}{10}\right) &= 0.95 \\ P\left(Z < \frac{a-90}{10}\right) &= 0.95 \end{aligned}$$

   ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{a-90}{10} &= 1.6448 \\ a &= 90 + 1.6448(10) \\ &= 106.448 \end{aligned}$$

   ฉะนั้นนายเดชาใช้เวลาไม่เกิน 107 นาที หรือ 1 ชั่วโมง 47 นาที นั่นคือต้องออกจากบ้านเวลา 06:13 น. #

5. ข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือกซึ่งมีคำตอบที่ถูกต้องรวมอยู่ 1 ข้อ จำนวน 200 ข้อ ถ้ามีข้อสอบ 80 ข้อ ที่คาดว่านักเรียนไม่มีความรู้ที่จะตอบได้จริง ๆ จงหาโอกาสที่นักเรียนจะตอบถูกโดยการเดาได้ตั้งแต่ 25 ถึง 30 ข้อ (ทำโดยใช้ การแจกแจงทวินามและประมาณด้วยการแจกแจงปกติ)

**แนวคำตอบ วิธีที่ 1 การแจกทวินาม** จะเห็นได้ว่า $p = \frac{1}{4} = 0.25$ และ $n = 80$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(25 \leq X \leq 30) &= \sum_{x=25}^{30} b(x; 80, 0.25) \\ &= \sum_{x=0}^{30} b(x; 80, 0.25) - \sum_{x=0}^{24} b(x; 80, 0.25) \\ &= 0.9954 - 0.8761 \\ &= 0.1193 \end{aligned}$$

ดังนั้นโอกาสที่นักเรียนจะตอบถูกโดยการเดาได้ตั้งแต่ 25 ถึง 30 ข้อ เท่ากับ 0.1193 #

**วิธีที่ 2 ประมาณด้วยการแจกปกติ** โดยที่ $\mu = np = 80(0.25) = 20$ และ $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{80(0.25)(0.75)} = \sqrt{15}$ นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(25 \leq X \leq 30) &= P(24.5 < X < 30.5) \\ &= P\left(\frac{24.5 - 20}{\sqrt{15}} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{30.5 - 20}{\sqrt{15}}\right) \\ &= P(1.16 < Z < 2.71) \\ &= P(Z < 2.71) - P(Z < 1.16) \\ &= 0.9966 - 0.8770 \\ &= 0.1196 \end{aligned}$$

ดังนั้นโอกาสที่นักเรียนจะตอบถูกโดยการเดาได้ตั้งแต่ 25 ถึง 30 ข้อ เท่ากับ 0.1196 #

6. คะแนนสอบของวิชาคณิตศาสตร์ ONET ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 65 คะแนน ถ้าสุ่มนักเรียนที่สอบมา 15 คน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 10 คะแนน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่เข้าสอบมีคะแนนไม่น้อยกว่า 50 คะแนน แต่ไม่เกิน 80 คะแนน

**แนวคำตอบ** ใช้การแจกแจงที โดยที่ $\mu = 65, s = 10$ และ $\nu = 15 - 1 = 14$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(50 \leq X \leq 80) &= P\left(\frac{50 - 65}{10} \leq \frac{X - \mu}{s} \leq \frac{80 - 65}{10}\right) \\ &= P(-1.5 \leq t \leq 1.5) \\ &= P(t \leq 1.5) - P(t \leq -1.5) \\ &= 0.92208 - 0.07791 \\ &= 0.84417 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่เข้าสอบมีคะแนนไม่น้อยกว่า 50 คะแนน แต่ไม่เกิน 80 คะแนนเท่ากับ 0.84417 #

7. ในการแจกแจงไคสแควร์จงหา $a$ และ $b$ ที่ทำให้ $P(\chi^2 < a) = 0.025$ และ $P(a < \chi^2 < b) = 0.97$ ถ้าองศาเสรีเท่ากับ 10

**แนวคำตอบ** พิจารณา

$$\begin{aligned} P(\chi^2 < a) &= 0.025 \\ 1 - P(\chi^2 > a) &= 0.025 \\ P(\chi^2 > a) &= 0.975 \end{aligned}$$

จากตางรางไคสแควร์ที่ $\nu = 10$ จะได้ว่า $a = 3.247 \quad \#$

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} P(a < \chi^2 < b) &= 0.97 \\ P(\chi^2 > a) - P(\chi^2 > b) &= 0.97 \\ 0.975 - P(X > b) &= 0.97 \\ P(\chi^2 > b) &= 0.005 \end{aligned}$$

จากตางรางไคสแควร์ที่ $\nu = 10$ จะได้ว่า $b = 25.188 \quad \#$

8. ในการแจกแจงเอฟ จงหา $a$ และ $b$ ที่ทำให้ $P(a < F < b) = 0.90$ และ $P(F < a) = 0.05$ ถ้าองศาเสรีเท่ากับ 8 และ 16 ตามลำดับ

**แนวคำตอบ** พิจารณา

$$\begin{aligned} P(F < a) &= 0.05 \\ 1 - P(F > a) &= 0.95 \\ P(F > a) &= 0.95 \end{aligned}$$

จากตางรางเอฟที่ $f_{0.05,(16,8)} = 3.20$ จะได้ว่า

$$f_{0.95,(8,16)} = \frac{1}{f_{0.05,(16,8)}} = \frac{1}{3.20} = 0.3125$$

ดังนั้น $a = 0.3125 \quad \#$

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} P(a < F < b) &= 0.90 \\ P(F > a) - P(F > b) &= 0.90 \\ 0.95 - P(X > b) &= 0.90 \\ P(F > b) &= 0.05 \end{aligned}$$

จากตางรางเอฟที่ $f_{0.05,(8,16)} = 2.59$ ดังนั้น $b = 2.59 \quad \#$

# Assignment 9
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงของค่าเฉลี่ยเลขคณิตและอัตราส่วน ของตัวอย่าง **สัปดาห์ที่** 10 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ปีการศึกษาหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 คะแนน ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนมา 36 คน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน

2. ส่มตัวอย่างขนาด 30 จากประชากรปกติ จงหาความน่าจะเป็นที่ $|\bar{X}-\mu| > \frac{\sigma}{5}$

3. หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 1 ที่มีอายุเฉลี่ย 1400 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 ชั่วโมง หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 2 ที่มีอายุเฉลี่ย 1200 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟแต่ละโรงงานมา 125 หลอด และทดลองใช้ จงหาความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 จะมากกว่าโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชั่วโมง

4. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อรายในการตรวจโควิด-19 ของโรงพยาบาลรัฐเท่ากับ 3,500 บาท และโรงพยาบาลเอกชนเท่ากับ 5,000 บาท สมมติค่าใช้จ่ายทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 500 บาท และ 1,000 บาทตามลำดับ ถ้าสุ่มตัวอย่างที่เข้าตรวจในโรงพยาบาลทั้งสองกลุ่ม ๆ ละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยของโรงพยาบาลเอกชนจะสูงกว่าโรงพยาบาลรัฐ อย่างน้อย 1,300 บาท

5. จากการตรวจสอบนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขได้คือ 2% เมื่อสุ่มนักเรียนประถมศึกษา 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

   5.1 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขมากกว่า 3%
   5.2 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขน้อยกว่า 1%

6. จากผลการเลือกตั้งคณะกรรมการนักเรียน พัชรพลเป็นผู้รับสมัครได้คะแนน 65% สุ่มตัวอย่างจากนักเรียนที่ไปเลือกตั้ง

   6.1 จากตัวอย่างขนาด 40 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนเกินครึ่ง
   6.2 จากตัวอย่างขนาด 80 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนไม่ถึงครึ่ง

7. สัดส่วนของผู้ชายที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.35 และสัดส่วนของผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.25 ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ชายและผู้หญิงมากลุ่มละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สัดส่วนตัวอย่างที่เห็นด้วยกับการทำแท้งของผู้ชายสูงกว่าผู้หญิงมากกว่า 0.20

8. จากนโยบายคนละครึ่งของรัฐบาล ผู้ประกอบการรายย่อยชื่นชอบนโยบายดังกล่าว 75% ส่วนประชนชนทั่วไปชื่นชอบ 67% ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ประกอบการรายย่อยจำนวน 150 ราย และประชาชนทั่วไปจำนวน 200 คน โดยอิสระต่อกัน จงหาโอกาสที่ผู้ประกอบการรายย่อยจะชื่นชอบนโยบายดังกล่าวมากกว่าประชาชนทั่วไปไม่เกิน 10%

# เฉลย Assignment 9
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงของค่าเฉลี่ยเลขคณิตและอัตราส่วน ของตัวอย่าง **สัปดาห์ที่** 10 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ปีการศึกษาหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 คะแนน ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนมา 36 คน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n = 36$ และ $\sigma = 12$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(|\bar{X} - \mu| > 3) &= P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{3}{\frac{12}{\sqrt{36}}}\right) = P(|Z| > 1.5) \\
&= 1 - P(|Z| < 1.5) = 1 - P(-1.5 < Z < 1.5) \\
&= 1 - P(Z < 1.5) + P(Z < -1.5) \\
&= 1 - 0.9332 + 0.0668 \\
&= 0.1336
\end{aligned}
$$

   ดังนั้นโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนนเท่ากับ 0.1336 #

2. สุ่มตัวอย่างขนาด 30 จากประชากรปกติ จงหาความน่าจะเป็นที่ $|\bar{X} - \mu| > \frac{\sigma}{5}$

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n = 30$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P\left(|\bar{X} - \mu| > \frac{\sigma}{5}\right) &= P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{\sigma/5}{\frac{\sigma}{\sqrt{30}}}\right) = P\left(|Z| > \frac{\sqrt{30}}{5}\right) \\
&= P(|Z| > 1.09) \\
&= 1 - P(|Z| < 1.09) = 1 - P(-1.09 < Z < 1.09) \\
&= 1 - P(Z < 1.09) + P(Z < -1.09) \\
&= 1 - 0.8621 + 0.1379 \\
&= 0.2758 \quad \#
\end{aligned}
$$

3. หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 1 ที่มีอายุเฉลี่ย 1400 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 ชั่วโมง หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 2 ที่มีอายุเฉลี่ย 1200 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟแต่ละโรงงานมา 125 หลอด และทดลองใช้ จงหาความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 จะมากกว่าโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชั่วโมง

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n_1 = n_2 = 125$, $\mu_1 = 1400$, $\mu_2 = 1200$ และ $\sigma_1 = 200$ $\sigma_2 = 100$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \geq 160) &= P\left(\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq \frac{160 - (1400 - 1200)}{\sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}}}\right) \\
&= P(Z \geq -2) \\
&= 1 - P(Z \geq -2) \\
&= 1 - 0.0228 = 0.9772
\end{aligned}
$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 จะมากกว่าโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชั่วโมง เท่ากับ 0.9772 #

4. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อรายในการตรวจโควิด-19 ของโรงพยาบาลรัฐเท่ากับ 3,500 บาท และโรงพยาบาลเอกชนเท่ากับ 5,000 บาท สมมติค่าใช้จ่ายทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 500 บาท และ 1,000 บาทตามลำดับ ถ้าสุ่มตัวอย่างที่เข้าตรวจในโรงพยาบาลทั้งสองกลุ่ม ๆ ละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยของโรงพยาบาลเอกชนจะสูงกว่าโรงพยาบาลรัฐ อย่างน้อย 1,300 บาท

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงปกติที่มี (โรงพยาบาลรัฐ) $n_1 = 100$, $\mu_1 = 3500$, และ $\sigma_1 = 500$
(โรงพยาบาลเอกชน) $n_2 = 100$, $\mu_2 = 5000$, และ $\sigma_2 = 1000$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \geq 1300) &= P\left(\frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_2) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq \frac{1300 - (5000 - 3500)}{\sqrt{\frac{500^2}{100} + \frac{1000^2}{100}}}\right) \\
&= P(Z \geq -1.79) \\
&= 1 - P(Z \geq -1.79) \\
&= 1 - 0.0367 \qquad \text{ค่าจากตาราง Z} \\
&= 0.9633
\end{aligned}
$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยของโรงพยาบาลเอกชนจะสูงกว่าโรงพยาบาลรัฐ อย่างน้อย 1300 บาท เท่ากับ 0.9633 #

5. จากการตรวจสอบนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขได้คือ 2% เมื่อสุ่มนักเรียนประถมศึกษา 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.02$, $q = 0.98$ และ $n = 100$

5.1 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขมากกว่า 3%

$$
\begin{aligned}
P(\hat{p} > 0.03) \approx P\left(\hat{p} > 0.03 + \frac{0.5}{100}\right) &= P(\hat{p} > 0.035) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} > \frac{0.035 - 0.02}{\sqrt{\frac{0.02(0.98)}{100}}}\right) \\
&= P(Z > 1.07) \\
&= 1 - P(Z < 1.07) \\
&= 1 - 0.8577 \\
&= 0.1423
\end{aligned}
$$

ดังนั้นนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขมากกว่า 3% เท่ากับ 0.1423 #

5.2 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขน้อยกว่า 1%

$$
\begin{aligned}
P(\hat{p} < 0.01) \approx P\left(\hat{p} < 0.01 - \frac{0.5}{100}\right) &= P(\hat{p} < 0.005) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{0.005 - 0.02}{\sqrt{\frac{0.02(0.98)}{100}}}\right) \\
&= P(Z < -1.07) \\
&= 0.1423
\end{aligned}
$$

ดังนั้นนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขน้อยกว่า 1% เท่ากับ 0.1423 #

6. จากผลการเลือกตั้งคณะกรรมการนักเรียน พัชรพลเป็นผู้รับสมัครได้คะแนน 65% สุ่มตัวอย่างจากนักเรียนที่ไปเลือกตั้ง

   6.1 จากตัวอย่างขนาด 40 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนเกินครึ่ง
   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.65, q = 0.35$ และ $n = 40$

$$\begin{aligned}
P(\hat{p} > 0.5) \approx P\left(\hat{p} > 0.5 + \frac{0.5}{40}\right) &= P(\hat{p} > 0.5125) \\
&= P\left(\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} > \frac{0.5125 - 0.65}{\sqrt{\frac{0.65(0.35)}{40}}}\right) \\
&= P(Z > -1.82) \\
&= 1 - P(Z < -1.82) \\
&= 1 - 0.0344 \\
&= 0.9656
\end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนเกินครึ่ง เท่ากับ 0.9656 #

   6.2 จากตัวอย่างขนาด 80 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนไม่ถึงครึ่ง
   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.65, q = 0.35$ และ $n = 80$

$$\begin{aligned}
P(\hat{p} < 0.5) \approx P\left(\hat{p} < 0.5 - \frac{0.5}{80}\right) &= P(\hat{p} < 0.49375) \\
&= P\left(\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{0.49375 - 0.65}{\sqrt{\frac{0.65(0.35)}{80}}}\right) \\
&= P(Z < -2.93) \\
&= 0.0017
\end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนไม่ถึงครึ่ง เท่ากับ 0.0017 #

7. สัดส่วนของผู้ชายที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.35 และสัดส่วนของผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.25 ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ชายและผู้หญิงมากลุ่มละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สัดส่วนตัวอย่างที่เห็นด้วยกับการทำแท้งของผู้ชายสูงกว่าผู้หญิงมากกว่า 0.20

   **แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยที่ $p_1 = 0.35, p_2 = 0.25$ และ $n_1 = n_2 = 100$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0.20) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} > \frac{0.20 - (0.35 - 0.25)}{\sqrt{\frac{0.35(0.65)}{100} + \frac{0.25(0.75)}{100}}}\right) \\
&= P(Z > 1.55) \\
&= 1 - P(Z < 1.55) \\
&= 1 - 0.9394 \\
&= 0.0606
\end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สัดส่วนตัวอย่างที่เห็นด้วยกับการทำแท้งของผู้ชายสูงกว่าผู้หญิงมากกว่า 0.20 เท่ากับ 0.0606 #

8. จากนโยบายคนละครึ่งของรัฐบาล ผู้ประกอบการรายย่อยชื่นชอบนโยบายดังกล่าว 75% ส่วนประชนชนทั่วไปชื่นชอบ 67% ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ประกอบการรายย่อยจำนวน 150 ราย และประชาชนทั่วไปจำนวน 200 คน โดยอิสระต่อกัน จงหาโอกาสที่ผู้ประกอบการรายย่อยจะชื่นชอบนโยบายดังกล่าวมากกว่าประชาชนทั่วไปไม่เกิน 10%

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยที่ผู้ประกอบการรายย่อยมี $n_1 = 150, p_1 = 0.75$
และประชนชนทั่วไปมี $n_2 = 200, p_2 = 0.67$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \leq 0.10) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}}} \leq \frac{0.10 - (0.75 - 0.67)}{\sqrt{\dfrac{0.75(0.25)}{150} + \dfrac{0.67(0.33)}{200}}}\right) \\
&= P(Z \leq 0.41) \\
&= 0.6591 \qquad \text{ค่าจากตาราง Z}
\end{aligned}$$

ดังนั้นโอกาสที่ผู้ประกอบการรายย่อยจะชื่นชอบนโยบายดังกล่าวมากกว่าประชาชนทั่วไปไม่เกิน 10% เท่ากับ 0.6591 หรือ 65.91% #

# Assignment 10
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงค่าสถิติอื่น ๆ **สัปดาห์ที่** 11 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ปีการศึกษาหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนมา 40 คน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 13 คะแนน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน

2. คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเป็นการแจกแจงปกติ ถ้าสุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 15 คน คำนวณส่วนเบี่บงเบนมาตรฐานได้ 10 คะแนน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรน้อยกว่า 10 คะแนน

3. น้ำหนักเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศเหญิงมีการแจกแจงปกติ โดยมีน้ำหนักเฉลี่ย 2950 กรัม และ 2855 กรัม ตามลำดับ ถ้าสุ่มตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายจำนวน 10 คน และเพศหญิงจำนวน 15 คน โดยอิสระต่อกัน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เท่ากับ 100 กรัม และ 120 กรัม ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายสูงกว่าหญิง 100 กรัม

   3.1 กรณีความแปรปรวนของประชากรของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงเท่ากัน

   3.2 กรณีความแปรปรวนของประชากรของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงไม่เท่ากัน

4. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 มีการแจกแจงปกติโดยค่าเฉลี่ยของผลต่างคะแนนของ 2 วิชาไม่ต่างกัน เมื่อสุ่มนักศึกษาจำนวน 10 คน เพื่อสอบถามคะแนนสอบทั้ง 2 วิชา พบว่าความแปรปรวนของผลต่างคะแนนของ 2 วิชาเท่ากับ 9 คะแนน$^2$ จงหาความน่าจะเป็นที่ผลต่างคะแนนของ 2 วิชาของตัวอย่างจะมากกว่า 1 คะแนน

5. อายุของประชากรในกรุงเทพมหานครมีการแจกแจงปกติ โดยมีความแปรปรวน 100 ปี$^2$ ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด 36 จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่าง

   5.1 มากกว่า 150

   5.2 ระหว่าง 80 และ 120

6. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 มีการแจกแจงปกติ โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 25 และ 30 ตามลำดับ ถ้าสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส 1 มาจำนวน 23 คน และสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส 2 มาจำนวน 25 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

   6.1 ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2

   6.2 ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 น้อยกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2

7. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบกลางภาควิชาแคลคูลัส ๒ และวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ มีการแจกแจงปกติโดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 270 และ 243 ตามลำดับ ถ้าสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส ๒ จำนวน 15 คน และสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ จำนวน 19 คน โดยอิสระต่อกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ มากกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ

# เฉลย Assignment 10
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การแจกแจงค่าสถิติอื่น ๆ **สัปดาห์ที่** 11 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ปีการศึกษาหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนมา 40 คน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 13 คะแนน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน

   **แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n = 40$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงปกติที่ประมาณค่า $\sigma$ ด้วย $s = 13$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(|\bar{X} - \mu| > 3) &= P\left(\left|\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{3}{\frac{13}{\sqrt{40}}}\right) = P(|Z| > 1.46) \\ &= 1 - P(|Z| < 1.46) = 1 - P(-1.46 < Z < 1.46) \\ &= 1 - P(Z < 1.46) + P(Z < -1.46) \\ &= 1 - 0.9279 + 0.0721 \qquad \text{( อ่านค่าจากตาราง )} \\ &= 0.1442 \end{aligned}$$

   ดังนั้นโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน เท่ากับ 0.1442 #

2. คะแนนสอบกลางภาควิชาความน่าจะเป็นและสถิติเป็นการแจกแจงปกติ ถ้าสุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 15 คน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 10 คะแนน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรน้อยกว่า 10 คะแนน

   **แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n = 15$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงที ซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 15 - 1 = 14$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(|\bar{X} - \mu| < 10) &= P\left(\left|\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right| < \frac{10}{\frac{10}{\sqrt{15}}}\right) = P(|t| < 3.87) \\ &= P(t > -3.87) - P(t > 3.87) \qquad \text{( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น )} \\ &= 0.99915 - 0.00085 \\ &= 0.99830 \end{aligned}$$

   ดังนั้นโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรน้อยกว่า 10 คะแนน เท่ากับ 0.99830 #

3. น้ำหนักเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศเหญิงมีการแจกแจงปกติ โดยมีน้ำหนักเฉลี่ย 2950 กรัม และ 2855 กรัม ตามลำดับ ถ้าสุ่มตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายจำนวน 10 คน และเพศหญิงจำนวน 15 คน โดยอิสระต่อกัน คำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เท่ากับ 100 กรัม และ 120 กรัม ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายสูงกว่าหญิง 100 กรัม

   **แนวคำตอบ** น้ำหนักเด็กแรกเกิดเพศชาย (1) และเพศเหญิง (2) มีการแจกแจงปกติ โดยไม่ทราบความแปรปรวน
   โดยที่ $\mu_1 = 2950$, $\mu_2 = 2855$ $n_1 = 10$, $n_2 = 15$, $S_1 = 100$ และ $S_2 = 120$

   3.1 กรณีความแปรปรวนของประชากรของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงเท่ากัน
   เนื่องจาก $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ จะได้ว่า

$$S_p^2 = \frac{(10-1)100^2 + (15-1)120^2}{10+15-2} = 12678.26$$

   และองศาเสรีคือ $\nu = 10 + 15 - 2 = 23$ ฉะนั้น

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 100) &= P\left(\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} > \frac{100 - (2950 - 2855)}{\sqrt{12678.26\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)}}\right) \\ &= P(t > 0.1088) = 0.4571 \qquad \text{( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น )} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายสูงกว่าหญิง 100 กรัม เท่ากับ 0.4571 #

3.2 กรณีความแปรปรวนของประชากรของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดเพศชายและเพศหญิงไม่เท่ากัน

เนื่องจาก $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ มีองศาเสรีคือ

$$\nu = \frac{\left(\frac{100^2}{10} + \frac{120^2}{15}\right)^2}{\left(\frac{100^2}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{10-1} + \left(\frac{120^2}{15}\right)^2 \cdot \frac{1}{15-1}} = 21.71 \approx 22$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 100) &= P\left(\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} > \frac{100 - (2950 - 2855)}{\sqrt{\frac{100^2}{10} + \frac{120^2}{15}}}\right) \\ &= P(t > 0.1129) = 0.4556 \end{aligned}$$

( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น )

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างเด็กแรกเกิดเพศชายสูงกว่าหญิง 100 กรัม เท่ากับ 0.4556 #

4. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 มีการแจกแจงปกติโดยค่าเฉลี่ยของผลต่างคะแนนของ 2 วิชาไม่ต่างกัน เมื่อสุ่มนักศึกษาจำนวน 10 คน เพื่อสอบถามคะแนนสอบทั้ง 2 วิชา พบว่าความแปรปรวนของผลต่างคะแนนของ 2 วิชาเท่ากับ 9 คะแนน$^2$ จงหาความน่าจะเป็นที่ผลต่างคะแนนของ 2 วิชาของตัวอย่างจะมากกว่า 1 คะแนน

**แนวคำตอบ** ข้อมูลเป็นคู่ ๆ โดยที่ $n = 10$ และ $s_d^2 = 9$ ประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 10 - 1 = 9$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(|\bar{d}| > 1) &= P\left(\left|\frac{\bar{d} - \mu_D}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{1-0}{\frac{3}{\sqrt{10}}}\right) = P(|t| > 1.054) \\ &= 1 - P(-1.054 < t < 1.054) \\ &= 1 - P(t > -1.054) + P(t > 1.054) \\ &= 1 - 0.84032 + 0.15967 \\ &= 0.31935 \end{aligned}$$

( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น )

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ผลต่างคะแนนของ 2 วิชาของตัวอย่างจะมากกว่า 1 คะแนน เท่ากับ 0.31935 #

5. อายุของประชากรในกรุงเทพมหานครมีการแจกแจงปกติ โดยมีความแปรปรวน 100 ปี$^2$ ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด 36 จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่าง

**แนวคำตอบ** อายุของประชากรในกรุงเทพมหานครมีการแจกแจงปกติโดยที่ $\sigma^2 = 100$ และ $n = 36$

5.1 มากกว่า 150

ประมาณการแจกแจงความแปรปรวนด้วยไคสแควร์ซึ่งมี $\nu = 36 - 1 = 35$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S^2 > 150) &= P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \frac{(36-1)150}{100}\right) \\ &= P(\chi^2 > 52.5) \\ &= 0.02899 \end{aligned}$$

( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น )

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างมากกว่า 150 เท่ากับ 0.02899 #

5.2 ระหว่าง 80 และ 120

ประมาณการแจกแจงความแปรปรวนด้วยไคสแควร์ซึ่งมี $\nu = 36 - 1 = 35$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(80 < S^2 < 150) &= P\left(\frac{(36-1)80}{100} < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{(36-1)120}{100}\right) \\ &= P(28 < \chi^2 < 42) \\ &= P(\chi^2 > 28) - P(\chi^2 > 42) \\ &= 0.79355 - 0.19348 = 0.60007 \end{aligned}$$

( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น)

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างระหว่าง 80 และ 120 เท่ากับ 0.60007 #

6. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 มีการแจกแจงปกติ โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 25 และ 30 ตามลำดับ ถ้าสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส 1 มาจำนวน 23 คน และสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส 2 มาจำนวน 25 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

**แนวคำตอบ** คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 มีการแจกแจงปกติ โดยที่ $\sigma_1^2 = 25, \sigma_2^2 = 30$ และ $n_1 = 23, n_2 = 25$

6.1 ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2

ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\nu_1 = 23 - 1 = 22$ และ $\nu_2 = 25 - 1 = 24$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_1^2 > 2S_2^2) &= P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 2\right) \\ &= P\left(\frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} > 2 \cdot \frac{30}{25}\right) \\ &= P(F > 2.4) \\ &= 0.01961 && \text{( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น)} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 มากกว่าสองเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2 เท่ากับ 0.01961 $\#$

6.2 ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 น้อยกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2

ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่ $\nu_1 = 23 - 1 = 22$ และ $\nu_2 = 25 - 1 = 24$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_1^2 < 3S_2^2) &= P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} < 3\right) \\ &= P\left(\frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} < 3 \cdot \frac{30}{25}\right) \\ &= P(F < 3.6) \\ &= 0.99852 && \text{( อ่านค่าจากแอฟพลิเคชั่น)} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 น้อยกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส 2 เท่ากับ 0.99852 $\#$

7. ในการเรียนของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนสอบกลางภาควิชาแคลคูลัส ๒ และวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ มีการแจกแจงปกติ โดยมีความแปรปรวนเท่ากับ 270 และ 243 ตามลำดับ ถ้าสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาแคลคูลัส ๒ จำนวน 15 คน และสุ่มนักศึกษาที่สอบวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ จำนวน 19 คน โดยอิสระต่อกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ มากกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ

**แนวคำตอบ** คะแนนสอบวิชาแคลคูลัส ๒ โดยที่ $\sigma_1^2 = 270$ และ $n_1 = 15$
คะแนนสอบวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ โดยที่ $\sigma_2^2 = 243$ และ $n_2 = 19$
ประมาณอัตราส่วนความแปรปรวนของสองประชากรด้วยการแจกแจงเอฟ โดยที่

$$\nu_1 = 15 - 1 = 14 \text{ และ } \nu_2 = 19 - 1 = 18$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(S_1^2 > 3S_2^2) &= P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 3\right) \\ &= P\left(\frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} > 3 \cdot \frac{243}{270}\right) \\ &= P(F > 2.70) \\ &= 0.025 && \text{ค่าจากตาราง F} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ มากกว่าสามเท่าของความแปรปรวนของตัวอย่างคะแนนวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ เท่ากับ 0.025 $\#$

คณิตศาสตร์

# Assignment 11
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การประมาณค่า **สัปดาห์ที่** 12 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ส่วนสูง (เซนติเมตร) ของประชากรในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ สุ่มตัวอย่าง 40 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 80 | 95 | 100 | 110 | 112 | 115 | 120 | 130 | 130 | 138 |
| 145 | 146 | 148 | 150 | 152 | 154 | 155 | 155 | 156 | 157 |
| 158 | 158 | 160 | 162 | 163 | 164 | 164 | 164 | 165 | 166 |
| 169 | 170 | 171 | 172 | 175 | 175 | 176 | 179 | 180 | 182 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าเฉลี่ยส่วนส่วนของประชากรในหมู่บ้านแห่งนี้

2. น้ำหนักของทุเรียนต่อลูก (หน่วยเป็นกิโลกรัม) จากสวนแห่งหนึ่งจำนวน 9 ลูก ดังนี้

3.0 3.5 4.0 4.6 5.0 5.2 5.8 6.0 6.5

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่าน้ำหนักเฉลี่ยของทุเรียนในสวนแห่งนี้ สมมติว่ามีการแจกแจงปกติ

3. น้ำหนักของแก้วมังกรต่อลูก (หน่วยเป็นกรัม) จากสวนแห่งหนึ่งจำนวน 10 ลูก ดังนี้

250 300 330 350 400 500 480 370 260 $a$

ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทั้ง 10 ลูกเท่ากับ 359 กรัม จงหา $a$ และช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าน้ำหนักเฉลี่ยของแก้วมังกรในสวนแห่งนี้ สมมติว่ามีการแจกแจงปกติ

4. เมื่อสอบถามคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 ปรากฏว่ามีนักเรียนชาย 75 คน คำนวนค่าเฉลี่ยได้ 82 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8 คะแนน มีนักเรียนหญิงจำนวน 50 คน คำนวนค่าเฉลี่ยได้ 76 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 94% สำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยคะแนนของประชากรนักเรียนชายและนักเรียนหญิง สมมติว่าประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุดและมีความแปรปรวนเท่ากัน

5. จากการบันทึก 15 ปี ที่ผ่านมาได้แสดงว่าปริมาณน้ำฝนในเดือนพฤษภาคม ณ ตำบลที่หนึ่งได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.40 | 2.42 | 1.87 | 2.50 | 2.29 |
| 1.68 | 2.57 | 1.60 | 1.65 | 1.41 |
| 1.66 | 1.32 | 2.43 | 1.83 | 1.41 |

ข้อมูลตำบลที่สองบันทึก 10 ปี ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.79 | 1.25 | 0.72 | 0.84 | 1.32 |
| 1.35 | 1.29 | 0.72 | 0.96 | 1.13 |

จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของปริมาณน้ำฝน สมมติว่าข้อมูลเหล่านี้มาจากประชากรที่ค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน

6. สุ่มตัวอย่างนักศึกษา 500 คน พบว่า 150 คนชอบเรียนแบบ Online

   6.1 จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% ของอัตราส่วนของผู้ชอบเรียนแบบ Online

   6.2 หาค่าความผิดพลาดของการสุ่มในครั้งนี้ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

   6.3 จงหาขนาดตัวอย่าง ถ้าค่าความผิดพลาดไม่เกิน 0.02 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

7. สุ่มตัวอย่างคะแนนสอบย่อยครั้งหนึ่งของวิชาแคลคูลัส ๒ (แจกแจงปกติ) ของนักศึกษามาจำนวน 10 คน แสดงได้ดังนี้

10 8 4 6 5 5 6 3 1 2

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับความแปรปรวนที่แท้จริงของคะแนนสอบย่อยวิชาสถิติในครั้งนี้

8. ในการสุ่มตัวอย่างคะแนนสอบ ONET ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วิชาคณิตศาสตร์จำนวน 12 คน และภาษาไทยจำนวน 16 คน คำนวนความแปรปรวนได้เป็น 125 และ 110 ตามลำดับ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับอัตราส่วนของความแปรปรวนที่แท้จริงของประชากรทั้งสองชุด

# เฉลย Assignment 11
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การประมาณค่า **สัปดาห์ที่** 12 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ส่วนสูง (เซนติเมตร) ของประชากรในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ สุ่มตัวอย่าง 40 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 80 | 95 | 100 | 110 | 112 | 115 | 120 | 130 | 130 | 138 |
| 145 | 146 | 148 | 150 | 152 | 154 | 155 | 155 | 156 | 157 |
| 158 | 158 | 160 | 162 | 163 | 164 | 164 | 164 | 165 | 166 |
| 169 | 170 | 171 | 172 | 175 | 175 | 176 | 179 | 180 | 182 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าเฉลี่ยส่วนส่วนของประชากรในหมู่บ้านแห่งนี้

**แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ จากข้อมูลตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n = 40$
คำนวณค่า $\bar{X} = 150.525$ และ $S = 25.17$ (โดยเครื่องคิดเลข)
ประมาณ $\sigma$ ด้วย $S$ ช่วงความเชื่อมั่น 90% นั่นคือ $\alpha = 0.1$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ และ $z_{0.05} = 1.65$ (ใช้แอฟปลิเคชั่น)
จะได้ว่า

$$\bar{X} \pm z_{0.05} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 150.525 \pm 1.65 \cdot \frac{25.17}{\sqrt{40}} = 150.525 \pm 6.566$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu$ คือ

$$150.525 - 6.566 < \mu < 150.525 + 6.566$$

$$143.959 < \mu < 157.091 \quad \#$$

2. น้ำหนักของทุเรียนต่อลูก (หน่วยเป็นกิโลกรัม) จากสวนแห่งหนึ่งจำนวน 9 ลูก ดังนี้

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.0 | 3.5 | 4.0 | 4.6 | 5.0 | 5.2 | 5.8 | 6.0 | 6.5 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของค่าน้ำหนักเฉลี่ยของทุเรียนในสวนแห่งนี้ สมมติว่ามีการแจกแจงปกติ

**แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และขนาดตัวอย่างเล็กคือ $n = 9$
จึงประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 9 - 1 = 8$ คำนวณค่า $\bar{X} = 4.84$ และ $S = 1.18$
ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $t_{0.025} = 2.306$ (เปิดตาราง)
จะได้ว่า

$$\bar{X} \pm t_{0.025} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 4.84 \pm 2.306 \cdot \frac{1.18}{\sqrt{9}} = 4.84 \pm 0.91$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu$ คือ

$$4.84 - 0.91 < \mu < 4.84 + 0.91$$

$$3.93 < \mu < 5.75 \quad \#$$

3. น้ำหนักของแก้วมังกรต่อลูก (หน่วยเป็นกรัม) จากสวนแห่งหนึ่งจำนวน 10 ลูก ดังนี้

250 300 330 350 400 500 480 370 260 $a$

ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักทั้ง 10 ลูกเท่ากับ 359 กรัม จงหา $a$ และช่วงความเชื่อมั่น 90% ของค่าน้ำหนักเฉลี่ยของแก้วมังกรในสวนแห่งนี้ สมมติว่ามีการแจกแจงปกติ

**แนวคำตอบ** ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และขนาดตัวอย่างเล็กคือ $n = 10$
จึงประมาณด้วยการแจกแจงทีซึ่งมีองศาเสรี $\nu = 10 - 1 = 9$ เนื่องจาก $\bar{X} = 359$ นั่นคือ

$$\sum X_i = 10(359)$$
$$3240 + a = 3590$$
$$a = 350$$

ทำให้ได้ว่า $S = 83.33$ (โดยเครื่องคำนวณ)
ช่วงความเชื่อมั่น 90% นั่ นคือ $\alpha = 0.10$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ และ $t_{0.05} = 1.833$ (อ่านค่าจากตารางที)
จะได้ว่า

$$\bar{X} \pm t_{0.025} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 359 \pm 1.833 \cdot \frac{83.33}{\sqrt{10}} = 359 \pm 48.30$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu$ คือ

$$359 - 48.30 \quad < \quad \mu \quad < \quad 359 + 48.30$$

$$310.70 \quad < \quad \mu \quad < \quad 407.30 \quad \#$$

4. เมื่อสอบถามคะแนนวิชาแคลคูลัส 1 ปรากฎว่ามีนักเรียนชาย 75 คน คำนวนค่าเฉลี่ยได้ 82 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8 คะแนน มีนักเรียนหญิงจำนวน 50 คน คำนวนค่าเฉลี่ยได้ 76 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 คะแนน จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 94% สำหรับผลต่างค่าเฉลี่ยคะแนนของประชากรนักเรียนชายและนักเรียนหญิง สมมติว่าประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด

**แนวคำตอบ** ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุดและตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n_1 = 75, n_2 = 50$
โดยที่ $\bar{X}_1 = 82, \bar{X}_2 = 76$ และ $S_1 = 8, S_2 = 6$
ช่วงความเชื่อมั่น 94% นั่นคือ $\alpha = 0.06$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.03$ และ $z_{0.03} = 1.88$ (ใช้แอฟปลิเคชั่น)
จะได้ว่า

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm z_{0.03} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} = (82 - 76) \pm 1.88 \cdot \sqrt{\frac{8^2}{75} + \frac{6^2}{50}}$$
$$= 6 \pm 2.36$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$6 - 2.36 \quad < \quad \mu_1 - \mu_2 \quad < \quad 6 + 2.36$$

$$3.64 \quad < \quad \mu_1 - \mu_2 \quad < \quad 8.36 \quad \#$$

5. จากการบันทึก 15 ปี ที่ผ่านมาได้แสดงว่าปริมาณน้ำฝนในเดือนพฤษภาคม ณ ตำบลที่หนึ่งได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.40 | 2.42 | 1.87 | 2.50 | 2.29 |
| 1.68 | 2.57 | 1.60 | 1.65 | 1.41 |
| 1.66 | 1.32 | 2.43 | 1.83 | 1.41 |

ข้อมูลตำบลที่สองบันทึก 10 ปี ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.79 | 1.25 | 0.72 | 0.84 | 1.32 |
| 1.35 | 1.29 | 0.72 | 0.96 | 1.13 |

จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของปริมาณน้ำฝน สมมติว่าข้อมูลเหล่านี้มาจากประชากรที่ค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน

**แนวคำตอบ** ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด ไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ชุด แต่ทราบว่าค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_1 = 15, n_2 = 10$
โดยคำนวณค่า $\bar{X}_1 = 1.94, \bar{X}_2 = 1.04$ และ $S_1 = 0.45, S_2 = 0.26$ (โดยเครื่องคิดเลข) จะได้องศาเสรีคือ

$$\nu = \frac{\left(\frac{0.4491^2}{15} + \frac{0.2588^2}{10}\right)^2}{\left(\frac{0.4491^2}{15}\right)^2 \frac{1}{15-1} + \left(\frac{0.2588^2}{10}\right)^2 \frac{1}{10-1}} = 22.6708 \approx 23$$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $t_{0.025} = 2.069$ (เปิดตาราง)
จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} &= (1.94 - 1.04) - 2.069 \cdot \sqrt{\frac{0.45^2}{15} + \frac{0.26^2}{10}} \\ &= 0.9 \pm 0.29\end{aligned}$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$\begin{aligned}0.9 - 0.29 \quad < \quad \mu_1 - \mu_2 \quad < \quad 0.9 + 0.29 \\ 0.61 \quad < \quad \mu_1 - \mu_2 \quad < \quad 1.19 \quad \#\end{aligned}$$

6. สุ่มตัวอย่างนักศึกษา 500 คน พบว่า 150 คนชอบเรียนแบบ Online

**แนวคำตอบ** เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $n = 500, x = 150$ นั่นคือ $\hat{p} = 150/500 = 0.3$ ประมาณด้วยการแจกแจงปกติ
ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $z_{0.025} = 1.96$ (ใช้แอฟปลิเคชั่น)

6.1 จงหาค่าช่วงความเชื่อมั่น 95% ของอัตราส่วนของผู้ชอบเรียนแบบ Online
จะได้ว่า

$$\hat{p} \pm z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 0.3 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.3(0.7)}{500}} = 0.3 \pm 0.0401$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $p$ คือ

$$\begin{aligned}0.3 - 0.0401 \quad < \quad p \quad < \quad 0.3 + 0.0401 \\ 0.2599 \quad < \quad p \quad < \quad 0.3401 \quad \#\end{aligned}$$

6.2 หาค่าความผิดพลาดของการสุ่มในครั้งนี้ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%
ถ้าประมาณ $\hat{p} = 0.3$ จะได้ว่า

ความคลาดเคลื่อนจะน้อยกว่า $\quad z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{0.3(0.7)}{500}} = 0.0402$

6.3 จงหาขนาดตัวอย่าง ถ้าค่าความผิดพลาดไม่เกิน 0.02 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%
ถ้าความผิดพลาดไม่เกิน $\varepsilon = 0.02$

$$\text{เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ} \qquad \left(\frac{z_{0.025}\cdot\sqrt{0.3(0.7)}}{0.02}\right)^2 = 2016.84$$

ดังนั้นต้องใช้ขนาดตัวอย่าง 2017 คน ความผิดพลาดจะไม่เกิน 0.02

7. สุ่มตัวอย่างคะแนนสอบย่อยครั้งหนึ่งของวิชาแคลคูลัส ๒ (แจกแจงปกติ) ของนักศึกษามาจำนวน 10 คน แสดงได้ดังนี้

10 8 4 6 5 5 6 3 1 2

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับความแปรปรวนที่แท้จริงของคะแนนสอบย่อยวิชาสถิติในครั้งนี้

**แนวคำตอบ** ประชากรมีการแจกแจงปกติ โดยที่ $n = 10$ และ $S^2 = 7.33$ (โดยเครื่องคิดเลข) และองศาเสรีคือ $\nu = 10 - 1 = 9$
ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ จะได้ว่า

$$\chi^2_{0.025} = 19.023 \text{ และ } \chi^2_{0.975} = 2.7 \text{ (เปิดตาราง)}$$

ช่วงความเชื่อมั่นของ $\sigma^2$ คือ

$$\begin{aligned} \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.025}} \quad &< \quad \sigma^2 \quad < \quad \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{0.975}} \\ \frac{(10-1)7.33}{19.023} \quad &< \quad \sigma^2 \quad < \quad \frac{(10-1)7.33}{2.7} \\ 3.47 \quad &< \quad \sigma^2 \quad < \quad 24.44 \quad \# \end{aligned}$$

8. ในการสุ่มตัวอย่างคะแนนสอบ ONET ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วิชาคณิตศาสตร์จำนวน 12 คน และภาษาไทยจำนวน 16 คน คำนวนความแปรปรวนได้เป็น 125 และ 110 ตามลำดับ จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับอัตราส่วนของความแปรปรวนที่แท้จริงของประชากรทั้งสองชุด สมมติว่าประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด

**แนวคำตอบ** จะเห็นว่าประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด โดยที่ $n_1 = 12, n_2 = 16$ และ $S_1^2 = 125, S_2^2 = 110$
จะได้ว่า $\nu_1 = 12 - 1 = 11, \nu_2 = 16 - 1 = 15$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ จะได้ว่า

$$f_{0.025,(11,15)} = 3.01 \quad \text{และ} \quad f_{0.975,(11,15)} = \frac{1}{f_{0.025,(15,11)}} = \frac{1}{3.33} = 0.3 \qquad \text{(เปิดตาราง)}$$

ช่วงความเชื่อมั่นของ $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ คือ

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_{0.025}}\cdot\frac{S_1^2}{S_2^2} \quad &< \quad \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad < \quad \frac{1}{f_{0.975}}\cdot\frac{S_1^2}{S_2^2} \\ \frac{1}{3.01}\cdot\frac{125}{110} \quad &< \quad \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad < \quad \frac{1}{0.3}\cdot\frac{125}{110} \\ 0.38 \quad &< \quad \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad < \quad 3.79 \quad \# \end{aligned}$$

คณิตศาสตร์

# Assignment 12
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความผิดพลาดและการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร **สัปดาห์ที่** 13 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการทดสอบประสิทธิภาพของวัคซีนป้องกันโควิด-19 ชนิดหนึ่ง สุ่มตัวอย่าง 1000 คน เพื่อให้วัคซีนดังกล่าว ถ้ามีจำนวน 660 ถึง 720 คน เกิดภูมิต้านทานป้องกันโรคโควิด-19 สรุปว่าวัคซีนใช้ได้ผล 70%

   1.1 จงหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

   1.2 อำนาจของการทดสอบ เมื่อประสิทธิภาพของการรักษาโรคเป็น 75%

2. คะแนนสอบปรับพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 16 คะแนน ผู้ทำการทดสอบอ้างว่าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเฉลี่ย 30 คะแนน เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างของผู้ทำการทดสอบจึงสุ่มเลือกตัวอย่าง 20 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 16 | 20 | 40 | 50 | 60 | 80 | 90 | 55 | 37 |
| 72 | 61 | 52 | 49 | 33 | 25 | 32 | 10 | 8 | 30 |

   จงทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้เป็น 30 คะแนน จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

3. คะแนนสอบวิชาทฤษฎีจำนวนมีการแจกแจงปกติ อาจารย์ผู้สอนกล่าวอ้างว่าคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งนี้เท่ากับ 65 คะแนน เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างดังกล่าว จึงสุ่มเลือกตัวอย่าง 36 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 45 | 50 | 45 | 60 | 70 | 75 | 80 | 59 | 55 |
| 49 | 60 | 65 | 57 | 55 | 90 | 35 | 90 | 78 | 46 |
| 58 | 62 | 63 | 75 | 73 | 75 | 79 | 56 | 50 | 82 |
| 60 | 63 | 39 | 45 | 15 | 50 | | | | |

   จงทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้เป็น 65 คะแนน จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

4. คะแนนเฉลี่ย (GPAX) ของนักเรียนของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีผู้กล่าวอ้างว่าคะแนนเฉลี่ย GPAX ของนักเรียนในโรงเรียนสูงกว่า 2.50 เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างดังกล่าว สุ่มตัวอย่างมา 100 คน คำนวณคะแนนเฉลี่ย GPAX ได้เป็น 2.48 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.36 จงทดสอบสมมติฐานว่าคะแนนเฉลี่ย GPAX สูงกว่า 2.50 จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.03 (ใช้ P-value)

5. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ของวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกลบเศษส่วน โดยใช้สื่อประสมร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ STAD ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยเลือกสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) จำนวน 25 คน ตั้งสมมติฐานว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 มีผลคะแนนทดสอบหลังทำการวิจัย (คะแนนเต็ม 20) ดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 20 | 13 | 10 | 16 | 18 |
| 14 | 9 | 17 | 15 | 12 | 16 | 18 | 12 | 11 | 15 |
| 10 | 19 | 12 | 15 | 12 | | | | | |

   จงทดสอบสมมติฐานของการวิจัยดังกล่าวว่าเป็นจริงหรือไม่ (One-sample t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

6. จากการบันทึก 15 ปี ที่ผ่านมาได้แสดงว่าปริมาณน้ำฝนในเดือนพฤษภาคม ณ ตำบลที่หนึ่งได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.40 | 2.42 | 1.87 | 2.50 | 2.29 |
| 1.68 | 2.57 | 1.60 | 1.65 | 1.41 |
| 1.66 | 1.32 | 2.43 | 1.83 | 1.41 |

ข้อมูลตำบลที่สองบันทึก 10 ปี ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.79 | 1.25 | 0.72 | 0.84 | 1.32 |
| 1.35 | 1.29 | 0.72 | 0.96 | 1.13 |

จงทดสอบว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของตำบลที่หนึ่งสูงกว่าตำบลที่สองหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

6.1 เมื่อความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

6.2 เมื่อความแปรปรวนของประชากรทั้งสองแตกต่างกัน

# เฉลย Assignment 12
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ความผิดพลาดและการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร **สัปดาห์ที่** 13 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการทดสอบประสิทธิภาพของวัคซีนป้องกันโควิด-19 ชนิดหนึ่ง สุ่มตัวอย่าง 1000 คน เพื่อให้วัคซีนดังกล่าว ถ้ามีจำนวน 660 ถึง 720 คน เกิดภูมิต้านทานป้องกันโรคโควิด-19 สรุปว่าวัคซีนใช้ได้ผล 70%

**แนวคำตอบ** กำหนดให้ X คือจำนวนผู้ป่วย และตั้งสมติฐานดังนี้

$H_0 \;:\; p = 0.70$

$H_1 \;:\; p \neq 0.70$ นั่นคือ $p = 0.75$

ตั้งเกณฑ์ว่าวัคซีนป้องกันโควิด-19 ชนิดนี้ใช้ได้ผล 70% นั่นคือ ยอมรับ $p = 0.7$ เมื่อ $660 \leq X \leq 720$

1.1 จงหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

สุ่มตัวอย่าง 1000 คน วัคซีนใช้ได้ผล 70% นั่นคือ $p = 0.7$ ให้ $X$ เป็นจำนวนคนเกิดภูมิต้านทานป้องกันโรคโควิด-19 จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 1000, p = 0.7)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\alpha &= P(\text{ ปฏิเสธ } H_0 \mid H_0 \text{ เป็นจริง })\\
&= P(X < 660 \text{ หรือ } X > 720 \mid p = 0.7)\\
&= 1 - P(660 \leq X \leq 720 \mid p = 0.7)\\
&= 1 - \sum_{x=660}^{720} b(x; 1000, 0.7)\\
&= 1 - \left(\sum_{x=0}^{720} b(x; 1000, 0.7) - \sum_{x=0}^{659} b(x; 1000, 0.7)\right)\\
&= 1 - (0.9221 - 0.0028)\\
&= 0.0807
\end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 เท่ากับ 0.0807 #

1.2 อำนาจของการทดสอบ เมื่อประสิทธิภาพของการรักษาโรคเป็น 75%

สุ่มตัวอย่าง 1000 คน วัคซีนใช้ได้ผลจริง ๆ 75% นั่นคือ $p = 0.75$ ให้ $X$ เป็นจำนวนคนเกิดภูมิต้านทานป้องกันโรคโควิด-19 จะได้ว่า $X \sim \text{Bin}(n = 1000, p = 0.75)$ จะได้ว่า จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\beta &= P(\text{ ยอมรับ } H_0 \mid H_0 \text{ ไม่เป็นจริง })\\
&= P(660 \leq X \leq 720 \mid p = 0.75)\\
&= \sum_{x=660}^{720} b(x; 1000, 0.75)\\
&= \sum_{x=0}^{720} b(x; 1000, 0.75) - \sum_{x=0}^{659} b(x; 1000, 0.75)\\
&= 0.0164 - 0.0000\\
&= 0.0164
\end{aligned}$$

ดังนั้นอำนาจของการทดสอบ เมื่อประสิทธิภาพของการรักษาโรคเป็น 75% เท่ากับ $1 - \beta = 1 - 0.0164 = 0.9836$ #

2. คะแนนสอบปรับพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 16 คะแนน ผู้ทำการทดสอบอ้างว่าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเฉลี่ย 30 คะแนน เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างของผู้ทำการทดสอบ จึงสุ่มเลือกตัวอย่าง 20 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 16 | 20 | 40 | 50 | 60 | 80 | 90 | 55 | 37 |
| 72 | 61 | 52 | 49 | 33 | 25 | 32 | 10 | 8 | 30 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้เป็น 30 คะแนน จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = 30 \\ H_1 &: \mu \neq 30 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 20$ จากประชากรปกติที่มี $\sigma = 16$ โดยมี $\bar{X} = 41.75$ (เครื่องคิดเลข)
เนื่องจากประชากรปกติและทราบค่าความแปรปรวน เลือกสถิติ $Z$ นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{41.75 - 30}{\frac{16}{\sqrt{20}}} = 3.28$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$ บริเวณวิกฤตคือ $Z < -1.96$ หรือ $Z > 1.96$
จะเห็นว่า $Z_{\text{คำนวณ}} = 3.28 > 1.96$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(Z > 3.28) = 1 - P(Z < 3.28) = 1 - 0.9995 = 0.0005 < 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้ไม่เท่ากับ 30 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3. คะแนนสอบวิชาทฤษฎีจำนวนมีการแจกแจงปกติ อาจารย์ผู้สอนกล่าวอ้างว่าคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งนี้เท่ากับ 65 คะแนน เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างดังกล่าว จึงสุ่มเลือกตัวอย่าง 36 คนปรากฏคะแนนดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 45 | 50 | 45 | 60 | 70 | 75 | 80 | 59 | 55 |
| 49 | 60 | 65 | 57 | 55 | 90 | 35 | 90 | 78 | 46 |
| 58 | 62 | 63 | 75 | 73 | 75 | 79 | 56 | 50 | 82 |
| 60 | 63 | 39 | 45 | 15 | 50 | | | | |

จงทดสอบสมมติฐานว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบครั้งนี้เป็น 65 คะแนน จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = 65 \\ H_1 &: \mu \neq 65 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
ประชาการมีการแจกแจงปกติไม่ทราบค่า $\sigma^2$ และตัวอย่างมีขนาดใหญ่คือ $n = 36$ จึงประมาณตัวอย่างด้วยการแจกแจงปกติที่ประมาณค่า $\sigma$ ด้วย $S = 16.66$ และ $\bar{X} = 59.42$ (เครื่องคำนวณ)
เลือกสถิติ $Z$ นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{59.42 - 65}{\frac{16.66}{\sqrt{36}}} = -2.01$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(Z > 2.01) = 1 - P(Z < 2.01) = 1 - 0.9778 = 0.0222 < 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าคะแนนเฉลี่ยในการสอบครั้งนี้ไม่เท่ากับ 65 คะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

4. คะแนนเฉลี่ย (GPAX) ของนักเรียนของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีผู้กล่าวอ้างว่าคะแนนเฉลี่ย GPAX ของนักเรียนในโรงเรียนสูงกว่า 2.50 เพื่อทดสอบคำกล่าวอ้างดังกล่าว สุ่มตัวอย่างมา 100 คน คำนวณคะแนนเฉลี่ย GPAX ได้เป็น 2.48 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.36 จงทดสอบสมมติฐานว่าคะแนนเฉลี่ย GPAX สูงกว่า 2.50 จริงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.03 (ใช้ P-value)

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = 2.50 \\ H_1 &: \mu > 2.50 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.03$
สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 100$ จากประชากรปกติที่มี $\sigma = 16$ โดยมี $\bar{X} = 2.48$ และ $S = 0.36$
เนื่องจากประชากรปกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เลือกสถิติ $Z$ นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{2.48 - 2.50}{\frac{0.36}{\sqrt{100}}} = -0.56$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(Z > 0.56) = 1 - P(Z < 0.56) = 1 - 0.7123 = 0.2877 > 0.03 = \alpha$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าคะแนนเฉลี่ย GPAX ของนักเรียนในโรงเรียนไม่สูงกว่า 2.50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.03 #

5. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ของวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกลบเศษส่วน โดยใช้สื่อประสมร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ STAD ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยเลือกสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) จำนวน 25 คน ตั้งสมมติฐานว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 มีผลคะแนนทดสอบหลังทำการวิจัย (คะแนนเต็ม 20) ดังนี้

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 20 | 13 | 10 | 16 | 18 |
| 14 | 9 | 17 | 15 | 12 | 16 | 18 | 12 | 11 | 15 |
| 10 | 19 | 12 | 15 | 12 | | | | | |

จงทดสอบสมมติฐานของการวิจัยดังกล่าวว่าเป็นจริงหรือไม่ (One-sample t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

**แนวคำตอบ** เนื่องจากคะแนนเต็ม 20 เกณฑ์ร้อยละ 60 เท่ากับ $0.6(20) = 12$ คะแนน กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu = 12 \\ H_1 &: \mu > 12 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 15$ จากประชากรปกติ โดยมี $\bar{X} = 14.04$ และ $S = 2.99$
เนื่องจากประชากรปกติ ไม่ทราบค่าความแปรปรวน และตัวอย่างมีขนาดเล็ก เลือกสถิติ $t$ โดยมี $\nu = 25 - 1 = 24$ นั่นคือ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{14.04 - 12}{\frac{2.99}{\sqrt{25}}} = 3.41$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $t_{\frac{\alpha}{2},\nu} = t_{0.025,24} = 2.06$ บริเวณวิกฤตคือ $t < -2.06$ หรือ $t > 2.06$
จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = 3.41 > 2.06$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(t > 3.41) = 0.0011 < 0.05 = \alpha$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

6. จากการบันทึก 15 ปี ที่ผ่านมาได้แสดงว่าปริมาณน้ำฝนในเดือนพฤษภาคม ณ ตำบลที่หนึ่งได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.40 | 2.42 | 1.87 | 2.50 | 2.29 |
| 1.68 | 2.57 | 1.60 | 1.65 | 1.41 |
| 1.66 | 1.32 | 2.43 | 1.83 | 1.41 |

ข้อมูลตำบลที่สองบันทึก 10 ปี ได้ข้อมูลดังนี้ (หน่วยเป็นนิ้ว)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.79 | 1.25 | 0.72 | 0.84 | 1.32 |
| 1.35 | 1.29 | 0.72 | 0.96 | 1.13 |

จงทดสอบว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของตำบลที่หนึ่งสูงกว่าตำบลที่สองหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02

6.1 เมื่อความแปรปรวนของประชากรทั้งสองเท่ากัน

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \quad : \quad \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 \quad : \quad \mu_1 - \mu_2 > 0$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.02$

ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด ไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ชุด แต่ทราบว่าค่าความแปรปรวนเท่ากัน และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_1 = 15, n_2 = 10$ เลือกสถิติ $t$ โดยมีศาเสรีคือ $\nu = 15 + 10 - 2 = 23$ โดยคำนวณค่า $\bar{X}_1 = 1.94, \bar{X}_2 = 1.04$ และ $S_1 = 0.45, S_2 = 0.26$ (โดยเครื่องคิดเลข) และ

$$S_p^2 = \frac{(15-1)0.45^2 + (10-1)0.26^2}{15+10-2} = 0.15$$

จะได้ว่า

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(1.94 - 1.04) - 0}{\sqrt{0.15\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)}} = 5.69$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.02,23} = 2.18$ บริเวณวิกฤตคือ $t > 2.18$

จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = 5.69 > 2.18$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(t > 5.96) = 0.000004 < 0.02 = \alpha$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของตำบลที่หนึ่งสูงกว่าตำบล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 #

6.2 เมื่อความแปรปรวนของประชากรทั้งสองแตกต่างกัน

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$H_0 \quad : \quad \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 \quad : \quad \mu_1 - \mu_2 > 0$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.02$

ประชากรปกติซึ่งเป็นอิสระต่อกัน 2 ชุด ไม่ทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ชุด แต่ทราบว่าค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน และตัวอย่างมีขนาดเล็กคือ $n_1 = 15, n_2 = 10$ เลือกสถิติ $t$

โดยคำนวณค่า $\bar{X}_1 = 1.94, \bar{X}_2 = 1.04$ และ $S_1 = 0.45, S_2 = 0.26$ (โดยเครื่องคิดเลข) จะได้องศาเสรีคือ

$$\nu = \frac{\left(\frac{0.45^2}{15} + \frac{0.26^2}{10}\right)^2}{\left(\frac{0.45^2}{15}\right)^2 \frac{1}{15-1} + \left(\frac{0.26^2}{10}\right)^2 \frac{1}{10-1}} = 22.68 \approx 23$$

จะได้ว่า

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{(1.94 - 1.04) - 0}{\sqrt{\frac{0.45^2}{15} + \frac{0.26^2}{10}}} = 6.32$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.02,23} = 2.18$ บริเวณวิกฤตคือ $t > 2.18$

จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = 6.32 > 2.18$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(t > 6.32) = 0.000001 < 0.02 = \alpha$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของตำบลที่หนึ่งสูงกว่าตำบล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.02 #

# Assignment 13
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าความแปรปรวน ค่าสัดส่วน และการถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียว **สัปดาห์ที่** 14 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ของวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสถิติเบื้องต้น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 5E ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยเลือกสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) จำนวน 12 คน ตั้งสมมติฐานว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีผลคะแนนทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน (คะแนนเต็ม 20) ดังนี้

| นักศึกษาคนที่ | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน | นักศึกษาคนที่ | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 12 | 7 | 13 | 15 |
| 2 | 9 | 13 | 8 | 5 | 18 |
| 3 | 13 | 15 | 9 | 10 | 19 |
| 4 | 12 | 16 | 10 | 11 | 18 |
| 5 | 11 | 10 | 11 | 17 | 20 |
| 6 | 13 | 15 | 12 | 11 | 11 |

จงทดสอบสมมติฐานของการวิจัยดังกล่าวว่าเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

2. ชาวสวนทุเรียนกล่าวอ้างว่าน้ำหนักทุเรียนในสวนมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 กิโลกรัม พ่อค้าที่จะเหมาทุเรียนในสวนดังกล่าวจึงต้องทดสอบคำกล่าวอ้างของชาวสวนจึงสุ่มตัวอย่างทุเรียน 12 ลูกมีน้ำหนัก (กิโลกรัม) ดังนี้

5.5 4.5 5.8 6.0 6.5 5.0 4.0 3.5 6.0 4.7 5.4 7.0

จงทดสอบว่าความแปรปรวนประชากรจะมากกว่า 2.25 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

3. สุ่มคะแนนสอบย่อยของวิชาแคลคูลัส ๒ ของนักศึกษาจำนวน 8 คน ได้คะแนนดังนี้ 2, 3, 5, 5, 5, 6, 7, 8
สุ่มคะแนนสอบย่อยของวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ ของนักศึกษาจำนวน 10 คน ได้คะแนนดังนี้ 1, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 7
สมมติประชากรทั้งสองมีการแจกแจงปกติ จงทดสอบว่าความแปรปรวนของคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ ไม่แตกต่างจากวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4. ในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งประมาณว่า 80% ของจำนวนนักเรียนผ่านการสอบสัมภาษณ์รอบ TCAS 1 จะยืนยันสิทธิ์เพื่อเข้าศึกษาต่อ ค่าประมาณนี้ถูกต้องหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.06 ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนที่ผ่านการสอบสัมภาษณ์จำนวน 200 คน ยืนยันสิทธิ์จำนวน 150 คน

5. เพื่อต้องการทราบความรู้สึกของนักศึกษาว่าพอใจหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (๔ ปี) จึงหยั่งเสียงจากนักศึกษาชาย 100 คน มี 82 คนพอใจ และหยั่งเสียงจากนักศึกษาหญิง 100 คน มี 90 คนพอใจ จึงสรุปได้ว่านักศึกษาหญิงพอใจมากกว่านักศึกษาชายอยู่ 10% คุณเห็นด้วยหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.04

6. สมมติมีการจัดการเรียนรู้ต่างกัน 2 วิธี คือแบบ Oline และ Onside ตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ถูกกำหนดให้เรียนคนละแบบ เกรดคะแนนสอบครั้งสุดท้ายถูกนำมาเพื่อเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้ ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

| การจัดการเรียนรู้ | เกรด | | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D | F | |
| Online | 8 | 12 | 20 | 5 | 5 | 50 |
| Onside | 9 | 25 | 10 | 4 | 2 | 50 |
| รวม | 17 | 37 | 30 | 9 | 7 | 100 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าสัดส่วนของเกรดต่าง ๆ ไม่ขึ้นกับการจัดการเรียนรู้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

7. พิจารณาข้อมูล $x$ และ $y$ ดังนี้

| $x$ | $-3$ | $-1$ | $0$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $0$ | $k$ | $k+3$ | $k+4$ | $k+6$ |

เมื่อ $k$ เป็นค่าคงที่ ถ้าสัมประสิทธิ์การถดถอยของ $\hat{y} = a + bx$ เท่ากับ $b = 2.5$ จงหา $a$

8. ปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2554 | 2555 | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (แสนตัน) | 2.71 | 3.51 | 3.67 | 3.69 | 3.58 | 4.03 | $k$ |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

ถ้าใช้สมการถดถอยจะได้ผลคาดการณ์ว่าปี 2564 ปริมาณส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทยประมาณ 5.61 แสนตัน จงหาปริมาณส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทยในปี 2560 หรือค่า $k$ ในหน่วยแสนตัน

คณิตศาสตร์

# เฉลย Assignment 13
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าความแปรปรวน ค่าสัดส่วน และการถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียว **สัปดาห์ที่** 14 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ของวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสถิติเบื้องต้น โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ 5E ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยเลือกสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (cluster random sampling) จำนวน 12 คน ตั้งสมมติฐานว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีผลคะแนนทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน (คะแนนเต็ม 20) ดังนี้

| นักศึกษาคนที่ | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน | นักศึกษาคนที่ | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 12 | 7 | 13 | 15 |
| 2 | 9 | 13 | 8 | 5 | 18 |
| 3 | 13 | 15 | 9 | 10 | 19 |
| 4 | 12 | 16 | 10 | 11 | 18 |
| 5 | 11 | 10 | 11 | 17 | 20 |
| 6 | 13 | 15 | 12 | 11 | 11 |

จงทดสอบสมมติฐานของการวิจัยดังกล่าวว่าเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สมมติประชากรมีการแจกแจงปกติ

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 \;:\; \mu_D = 0$$
$$H_1 \;:\; \mu_D > 0$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 12$ (ข้อมูลแบบคู่) จากประชากรปกติ

| นักศึกษาคนที่ | คะแนนก่อนเรียน | คะแนนหลังเรียน | $d_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 12 | 2 |
| 2 | 9 | 13 | 4 |
| 3 | 13 | 15 | 2 |
| 4 | 12 | 16 | 4 |
| 5 | 11 | 10 | -1 |
| 6 | 13 | 15 | 2 |
| 7 | 13 | 15 | 2 |
| 8 | 5 | 18 | 13 |
| 9 | 10 | 19 | 9 |
| 10 | 11 | 18 | 7 |
| 11 | 17 | 20 | 3 |
| 12 | 11 | 11 | 0 |

จะได้ว่า $\bar{D} = 3.92$ และ $S_d = 3.96$ โดยที่ $\nu = 12 - 1 = 11$ จะได้ว่า

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{\bar{D} - d_0}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{3.92 - 0}{\frac{3.96}{\sqrt{12}}} = 3.43$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(t > 3.43) = 0.0028 < 0.05 = \alpha$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

2. ชาวสวนทุเรียนกล่าวอ้างว่าน้ำหนักทุเรียนในสวนมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 กิโลกรัม พ่อค้าที่จะเหมาทุเรียนในสวนดังกล่าวจึงต้องทดสอบคำกล่าวอ้างของชาวสวนจึงสุ่มตัวอย่างทุเรียน 12 ลูกมีน้ำหนัก (กิโลกรัม) ดังนี้

5.5 4.5 5.8 6.0 6.5 5.0 4.0 3.5 6.0 4.7 5.4 7.0

จงทดสอบว่าความแปรปรวนประชากรจะมากกว่า 2.25 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & \sigma^2 = 2.25 \\ H_1 & : & \sigma^2 > 2.25 \end{array}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.10$
สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 12$ จะได้ว่า $S^2 = 1.06$ และ $\nu = 12 - 1 = 11$ นั่นคือ

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(12-1)1.06}{2.25} = 5.18$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $\chi^2_{\alpha,\nu} = \chi^2_{0.10,11} = 17.275$ บริเวณวิกฤตคือ $\chi^2 > 17.275$
จะเห็นว่า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 5.18 < 17.275$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(\chi^2 > 5.18) = 0.9221 > 0.10 = \alpha$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักทุเรียนในสวนเท่ากับ 1.5 กิโลกรัม ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 #

3. สุ่มคะแนนสอบย่อยของวิชาแคลคูลัส ๒ ของนักศึกษาจำนวน 8 คน ได้คะแนนดังนี้ 2, 3, 5, 5, 5, 6, 7, 8
สุ่มคะแนนสอบย่อยของวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ ของนักศึกษาจำนวน 10 คน ได้คะแนนดังนี้ 1, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 7
สมมติประชากรทั้งสองมีการแจกแจงปกติ จงทดสอบว่าความแปรปรวนของคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ ไม่แตกต่างจากวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 & : & \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
สุ่มตัวอย่างขนาด (วิชาแคลคูลัส ๒) $n_1 = 8$ จะได้ว่า $S_1^2 = 3.84$ และ $\nu_1 = 8 - 1 = 7$
สุ่มตัวอย่างขนาด (วิชาความน่าจะเป็นและสถิติ) $n_2 = 10$ จะได้ว่า $S_2^2 = 7.78$ และ $\nu_2 = 10 - 1 = 9$
นั่นคือ

$$F_{\text{คำนวณ}} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{3.84}{7.78} = 0.49$$

**วิธีที่ 1** เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.025,(7,9)} = 4.20$ และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.975,(7,9)} = \frac{1}{f_{0.025,(9,7)}} = \frac{1}{4.82} = 0.207$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.207$ หรือ $f > 4.20$

จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 0.49$ และ $0.207 < F_{\text{คำนวณ}} < 4.20$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$

**วิธีที่ 2** จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(f > 0.49) = 0.8203 > 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าความแปรปรวนของคะแนนวิชาแคลคูลัส ๒ ไม่แตกต่างจากวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

4. ในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งประมาณว่า 80% ของจำนวนนักเรียนผ่านการสอบสัมภาษณ์รอบ TCAS 1 จะยืนยันสิทธิ์เพื่อเข้าศึกษาต่อ ค่าประมาณนี้ถูกต้องหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.06 ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนที่ผ่านการสอบสัมภาษณ์จำนวน 200 คน ยืนยันสิทธิ์จำนวน 150 คน

   **แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: p = 0.8 \\ H_1 &: p \neq 0.8 \end{aligned}$$

   ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.06$

   สุ่มตัวอย่างขนาด $n = 200$ และ $X = 150$ จะได้ว่า $\hat{P} = \dfrac{150}{200} = 0.75$ นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0.75 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(0.2)}{200}}} = -1.77$$

   จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(Z > 1.77) = 1 - P(Z < 1.77) = 1 - 0.9616 = 0.0384 > 0.03 = \frac{\alpha}{2}$$

   ดังนั้นยอมรับ $H_0$

   สรุปได้ว่าจำนวนนักเรียนผ่านการสอบสัมภาษณ์รอบ TCAS 1 จะยืนยันสิทธิ์เพื่อเข้าศึกษาต่อ 80% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.06 #

5. เพื่อต้องการทราบความรู้สึกของนักศึกษาว่าพอใจหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (๔ ปี) จึงหยั่งเสียงจากนักศึกษาชาย 100 คน มี 82 คนพอใจ และหยั่งเสียงจากนักศึกษาหญิง 100 คน มี 90 คนพอใจ จึงสรุปได้ว่านักศึกษาหญิงพอใจมากกว่านักศึกษาชายอยู่ 10% คุณเห็นด้วยหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.03

   **แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: p_1 - p_2 = 0.1 \\ H_1 &: p_1 - p_2 \neq 0.1 \end{aligned}$$

   ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.03$
   สุ่มตัวอย่างขนาด (หญิง) $n_1 = 100$ และ $X_1 = 90$ จะได้ว่า $\hat{P}_1 = \frac{90}{100} = 0.90$
   สุ่มตัวอย่างขนาด (ชาย) $n_2 = 100$ และ $X_2 = 82$ จะได้ว่า $\hat{P}_2 = \frac{82}{100} = 0.82$
   นั่นคือ

$$Z_{\text{คำนวณ}} = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}} = \frac{(0.90 - 0.82) - 0.1}{\sqrt{\frac{0.9(0.1)}{100} + \frac{0.82(0.18)}{100}}} = -0.41$$

   จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(Z > 0.41) = 1 - P(Z < 0.41) = 1 - 0.3409 = 0.6591 > 0.015 = \frac{\alpha}{2}$$

   ดังนั้นยอมรับ $H_0$

   สรุปได้ว่านักศึกษาหญิงพอใจมากกว่านักศึกษาชายอยู่ 10% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.03 #

6. สมมติมีการจัดการเรียนรู้ต่างกัน 2 วิธี คือแบบ Oline และ Onside ตัวอย่างสุ่มของนักนักศึกษากลุ่มละ 50 คน ถูกกำหนดให้เรียนคนละแบบ เกรดคะแนนสอบครั้งสุดท้ายถูกนำมาเพื่อเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้ ได้นำมาลงตารางการณ์จรดังต่อไปนี้

| การจัดการเรียนรู้ | เกรด A | B | C | D | F | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Online | 8 | 12 | 20 | 5 | 5 | 50 |
| Onside | 9 | 25 | 10 | 4 | 2 | 50 |
| รวม | 17 | 37 | 30 | 9 | 7 | 100 |

จงทดสอบสมมติฐานว่าสัดส่วนของเกรดต่าง ๆ ไม่ขึ้นกับการจัดการเรียนรู้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** กำหนดสมมติฐาน

$H_0$ : การจัดการเรียนรู้ไม่มีผลต่อเกรด (อิสระต่อกัน)
$H_1$ : การจัดการเรียนรู้มีผลต่อเกรด (ไม่อิสระต่อกัน)

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
คำนวณค่าสถิติจากตัวอย่าง

| การจัดการเรียนรู้ | เกรด A | B | C | D | F | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Online | $o_{11} = 8$ | $o_{12} = 12$ | $o_{13} = 20$ | $o_{14} = 5$ | $o_{15} = 5$ | $R_1 = 50$ |
| Onside | $o_{21} = 9$ | $o_{22} = 25$ | $o_{23} = 10$ | $o_{24} = 4$ | $o_{25} = 2$ | $R_2 = 50$ |
| รวม | $C_1 = 17$ | $C_2 = 37$ | $C_3 = 30$ | $C_4 = 9$ | $C_5 = 7$ | $N = 100$ |

จะได้ว่า

| | A | B | C | D | F |
|---|---|---|---|---|---|
| Online | $e_{11} = \frac{R_1C_1}{N} = 8.5$ | $e_{12} = \frac{R_1C_2}{N} = 18.5$ | $e_{13} = \frac{R_1C_3}{N} = 15$ | $e_{14} = \frac{R_1C_4}{N} = 4.5$ | $e_{15} = \frac{R_1C_5}{N} = 3.5$ |
| Onside | $e_{21} = \frac{R_2C_1}{N} = 8.5$ | $e_{12} = \frac{R_2C_2}{N} = 18.5$ | $e_{13} = \frac{R_2C_3}{N} = 15$ | $e_{14} = \frac{R_2C_4}{N} = 4.5$ | $e_{15} = \frac{R_2C_5}{N} = 3.5$ |

โดยมี $r = 2$ และ $c = 5$ จะเห็นว่า $\nu = (2-1)(5-1) = 4$ และ

$$\begin{aligned}
\chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{5}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \\
&= \frac{(8-8.5)^2}{8.5} + \frac{(9-8.5)^2}{8.5} + \frac{(12-18.5)^2}{18.5} + \frac{(25-18.5)^2}{18.5} + \frac{(20-15)^2}{15} + \frac{(10-15)^2}{15} + \\
&\quad \frac{(5-4.5)^2}{4.5} + \frac{(4-4.5)^2}{4.5} + \frac{(5-3.5)^2}{3.5} + \frac{(2-3.5)^2}{3.5} \\
&= 9.36
\end{aligned}$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(\chi^2 > 9.36) = 0.0527 > 0.05 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$
สรุปได้ว่าสัดส่วนของเกรดต่าง ๆ ไม่ขึ้นกับการจัดการเรียนรู้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

7. พิจารณาข้อมูล $x$ และ $y$ ดังนี้

| $x$ | $-3$ | $-1$ | $0$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $0$ | $k$ | $k+3$ | $k+4$ | $k+6$ |

เมื่อ $k$ เป็นค่าคงที่ ถ้าสัมประสิทธิ์การถดถอยของ $\hat{y} = a + bx$ เท่ากับ $b = 2.5$ จงหา $a$

**แนวคำตอบ** จะเห็นสัมประสิทธิ์การถดถอย $b = 2.5$ พิจารณาตารางต่อไปนี้

| | $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | $-3$ | $0$ | $0$ | $9$ |
| | $-1$ | $k$ | $-k$ | $1$ |
| | $0$ | $k+3$ | $0$ | $0$ |
| | $2$ | $k+4$ | $2k+8$ | $4$ |
| | $3$ | $k+6$ | $3k+18$ | $9$ |
| รวม | $1$ | $4k+13$ | $4k+26$ | $23$ |

จะเห็นว่า $n = 5$ และ

$$2.5 = b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2} = \frac{1(4k+13) - 5(4k+26)}{1^2 - 5(23)} = \frac{16k+117}{114}$$

$$\begin{aligned}
2.5(114) &= 16k + 117 \\
285 &= 16k + 117 \\
168 &= 16k \\
10.5 &= k
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{(4k+13) - 2.5(1)}{5} = \frac{4(10.5) + 13 - 2.5}{5} = 10.5 \quad \#$$

8. ปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2554 | 2555 | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (แสนตัน) | 2.71 | 3.51 | 3.67 | 3.69 | 3.58 | 4.03 | $k$ |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

ถ้าใช้สมการถดถอยจะได้ผลคาดการณ์ว่าปี 2564 ปริมาณส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทยประมาณ 5.61 แสนตัน จงหาปริมาณส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทยในปี 2560 หรือค่า $k$ ในหน่วยแสนตัน

**แนวคำตอบ** ให้ $x = -3, -2, -1, \ldots$ แทนปี พ.ศ. 2554, 2555, 2556, ... ตามลำดับ
และ $y$ แทนปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย หน่วยเป็นแสนตัน แสดงตารางได้ดังนี้

| | $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | $-3$ | $2.71$ | $-8.13$ | $9$ |
| | $-2$ | $3.51$ | $-7.02$ | $4$ |
| | $-1$ | $3.67$ | $-3.67$ | $1$ |
| | $0$ | $3.69$ | $0$ | $0$ |
| | $1$ | $3.58$ | $3.58$ | $1$ |
| | $2$ | $4.03$ | $8.06$ | $4$ |
| | $3$ | $k$ | $3k$ | $9$ |
| รวม | $0$ | $21.19+k$ | $-7.18+3k$ | $28$ |

สมการถดถอยของความสัมพันธ์ดังกล่าวคือ $\hat{y} = a + bx$ เนื่องจากปี 2564 คือ $x = 7$ และ $\hat{y} = 5.61$ นั่นคือ

$$a + 7b = 5.61$$

จาก จะเห็นว่า $n = 7$ และ

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2} = \frac{0(21.19+k) - 7(-7.18+3k)}{0^2 - 7(28)} = \frac{-7.18+3k}{28}$$

และ

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - b\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{(21.19+k) - b(0)}{7} = \frac{21.19+k}{7}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\left(\frac{21.19+k}{7}\right) + 7\left(\frac{-7.18+3k}{28}\right) &= 5.61 \\
4(21.19+k) + 7(-7.18+3k) &= 5.61(28) \\
84.76 + 4k - 50.26 + 21k &= 157.08 \\
25k &= 122.58 \\
k &= 4.90
\end{aligned}$$

ดังนั้นปริมาณส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทยในปี 2560 เท่ากับ 4.90 แสนตัน #

# Assignment 14
# MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

**หัวข้อ** ช่วงความเชื่อมั่นการทดสอบสมมติฐานของสัมประสิทธิ์การถดถอย และสหสัมพันธ์ **สัปดาห์ที่** 15 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. กำหนดข้อมูลของตัวอย่างดังตาราง

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10 | 9 | 7 | 5 | 6 | 5 | 3 | 2 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ $\beta$

2. ปริมาณการส่งออกข้าวหอมมะลิของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2558 | 2559 | 2560 | 2561 | 2562 |
|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (ล้านตัน) | 1.39 | 1 .54 | 1.61 | 1.25 | 1.11 |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

จงคาดการณ์ว่าปี 2565 ปริมาณส่งออกประมาณเท่าใด โดยใช้การถดถอยเชิงเส้น และจงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0$ หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 | 2561 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| GDP(พันล้าน USD) | 420.3 | 407.3 | 401.3 | 412.4 | 455.3 | 505 |

* ข้อมูลจากธนาคารแห่งประเทศไทย

จงคาดการณ์ว่าปี 2563 ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศประมาณเท่าใด โดยใช้การถดถอยเชิงเส้น และจงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta$ เท่ากับ $16$ หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4. ข้อมูลระหว่างเวลากับราคาปิดของหุ้น AAPL ของบริษัทแอปเปิล (Apple Inc.) มีความสัมพันธ์ดังข้อมูล

| Time | Aug 2020 | Sep 2020 | Oct 2020 | Nov 2020 | Dec 2020 | Jan 2021 | Feb 2021 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Closed Price (Dollar) | 129.04 | 115.81 | 108.86 | 119.05 | 132.69 | 131.96 | 121.26 |

จงหาทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0.5$ แย้งกับ $H_1 : \rho < 0.5$ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

5. ความสัมพันธ์ระหว่างรายรับและรายจ่ายของครอบครัวหนึ่งในจังหวัดแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

| รายรับ (หน่วยหมื่นบาท) | $1.5$ | $1.8$ | $2.0$ | $2.5$ | $5.0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| รายจ่าย (หน่วยหมื่นบาท) | $1.0$ | $1.1$ | $2.2$ | $2.4$ | $4.0$ |

จงทดสอบว่ารายรับและรายจ่ายมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่ โดยใช้สถิติ Z และ t ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

6. ปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2554 | 2555 | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (แสนตัน) | 2.71 | 3.51 | 3.67 | 3.69 | 3.58 | 4.03 | 4.90 |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

7. จากการสุ่มนักศึกษาเพื่อสอบถามคะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 (x) และ ครั้งที่ 2 (y) จำนวน 5 คน แสดงดังตาราง

| คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 | 7 | 6 | 8 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 2 | 5 | 4 | 9 | 5 | 7 |

จงสร้างตาราง ANOVA และทดสอบว่า คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่ (ใช้สถิติเอฟ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

8. ข้อมูลระหว่างเวลากับราคาปิดของหุ้น OR ของบริษัท ปตท. น้ำมันและการค้าปลีก จำกัด (มหาชน) โดยเสนอขายหุ้นใหม่ (IPO) ให้ประชาชนทั่วไปในราคาหุ้นละ 18 บาท เริ่มซื้อขายวันแรก 11 กุมภาพันธ์ 2564 ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยมีราคาปิดต่อหุ้นกับวันที่ซื้อขายดังข้อมูล

| วันที่ซื้อขายในตลาด | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ราคาปิด (บาท) | 29.25 | 34.00 | 32.75 | 29.50 | 30.25 | 31.50 | 31.75 | 31.00 | 30.75 | 29.50 |

ตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 จงสร้างตาราง ANOVA

8.2 หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

8.3 จงทดสอบว่าวันที่ซื้อขายในตลาดและราคาปิดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

# เฉลย Assingment 14 : ความน่าเป็นและสถิติ MAC1304

**หัวข้อ** ช่วงความเชื่อมั่นการทดสอบสมมติฐานของสัมประสิทธิ์การถดถอย และสหสัมพันธ์ **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
**เวลา** สัปดาห์ที่ 15 ปีการศึกษา 2/2564
**ผู้สอน** ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. กำหนดข้อมูลของตัวอย่างดังตาราง

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10 | 9 | 7 | 5 | 6 | 5 | 3 | 2 |

จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ $\beta$

**แนวคำตอบ** โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่า $b = -1.08$ และ

$$\sum_{i=1}^{8} x_i = 36 \qquad \sum_{i=1}^{8} x_i^2 = 204 \qquad \sum_{i=1}^{8} y_i = 47 \qquad \sum_{i=1}^{8} y_i^2 = 329 \qquad \sum_{i=1}^{8} x_i y_i = 166$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{8} x_i^2 - \frac{1}{8}\left(\sum_{i=1}^{8} x_i\right)^2 = 204 - \frac{1}{8}(36)^2 = 42$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{8} y_i^2 - \frac{1}{8}\left(\sum_{i=1}^{8} y_i\right)^2 = 329 - \frac{1}{8}(47)^2 = 52.875$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{8} x_i y_i - \frac{1}{8}\left(\sum_{i=1}^{8} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{8} y_i\right) = 166 - \frac{1}{8}(36)(47) = -45.5$$

$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 52.875 - (-1.08)(-45.5) = 3.58$$

$$S^2 = \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{3.58}{6} = 0.597 \qquad \therefore S = 0.77$$

ช่วงความเชื่อมั่น 95% นั่นคือ $\alpha = 0.05$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ และ $t_{0.025,6} = 2.45$ (ใช้ตาราง)
จะได้ว่า

$$b \pm t_{0.025} \cdot \frac{S}{\sqrt{S_{xx}}} = -1.08 \pm 2.45 \cdot \frac{0.77}{\sqrt{42}} = -1.08 \pm 0.29$$

ดังนั้นช่วงความเชื่อมั่นของ $\beta$ คือ

$$-1.08 - 0.29 \quad < \quad \beta \quad < \quad -1.08 + 0.29$$

$$-1.37 \quad < \quad \beta \quad < \quad -0.79 \quad \#$$

2. ปริมาณการส่งออกข้าวหอมมะลิของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2558 | 2559 | 2560 | 2561 | 2562 |
|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (ล้านตัน) | 1.39 | 1 .54 | 1.61 | 1.25 | 1.11 |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

จงคาดการณ์ว่าปี 2565 ปริมาณส่งออกประมาณเท่าใด โดยใช้การถดถอยเชิงเส้น และจงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0$ หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x = 1, 2, 3, \ldots$ แทนปี พ.ศ. 2558, 2559, 2560, ... ตามลำดับ
และ $y$ แทนปริมาณการส่งออกข้าวหอมมะลิของประเทศไทย หน่วยเป็นล้านตัน แสดงตารางได้ดังนี้

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1.39 | 1.54 | 1.61 | 1.25 | 1.11 |

โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่า $a = 1.635$ และ $b = -0.085$ ดังนั้น

$$\hat{y} = 1.635 - 0.085x$$

เนื่องจากปี 2565 คือ $x = 8$ นั่นคือ $\hat{y} = 1.635 - 0.085(8) = 0.955$
ดังนั้นปริมาณการส่งออกข้าวหอมมะลิของประเทศไทยในปี พ.ศ. 2565 ประมาณ 0.955 ล้านตัน #

กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 \;:\; \beta = 0$$
$$H_1 \;:\; \beta < 0$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 15 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 55 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i = 6.9 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 9.6904 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_iy_i = 19.85$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)^2 = 55 - \frac{1}{5}(15)^2 = 10$$
$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{5} y_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right)^2 = 9.6904 - \frac{1}{5}(6.9)^2 = 0.1684$$
$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{5} x_iy_i - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right) = 19.85 - \frac{1}{5}(15)(6.9) = -0.85$$
$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 0.1684 - (-0.085)(-0.85) = 0.09615$$
$$S^2 = \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{0.09615}{3} = 0.03205 \qquad \therefore S = 0.18$$

เนื่องจาก $n = 5$ ดังนั้น $\nu = 5 - 2 = 3$ และ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{b - \beta_0}{\frac{S}{\sqrt{S_{xx}}}} = \frac{-0.085 - 0}{\frac{0.18}{\sqrt{10}}} = -1.49$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(t > 1.49) = 0.1165 > 0.005 = \alpha$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta = 0$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

3. ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 | 2561 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| GDP (พันล้าน USD) | 420.3 | 407.3 | 401.3 | 412.4 | 455.3 | 505 |

* ข้อมูลจากธนาคารแห่งประเทศไทย

จงคาดการณ์ว่าปี 2563 ผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศประมาณเท่าใด โดยใช้การถดถอยเชิงเส้น และจงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta$ เท่ากับ 16 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x = 1, 2, 3, \ldots$ แทนปี พ.ศ. 2556, 2557, 2558, ... ตามลำดับ
และ $y$ แทนผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทย หน่วยเป็นพันล้าน USD แสดงตารางได้ดังนี้

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 420.3 | 407.3 | 401.3 | 412.4 | 455.3 | 505 |

โดยเครื่องคำนวณจะได้ว่า $a = 375.74$ และ $b = 16.53$ ดังนั้น

$$\hat{y} = 375.74 + 16.53x$$

เนื่องจากปี 2563 คือ $x = 8$ นั่นคือ $\hat{y} = 375.74 + 16.53(8) = 507.98$
ดังนั้นผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (GDP) ของประเทศไทยในปี พ.ศ. 2563 ประมาณ 507.98 พันล้าน USD $\#$

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta = 16 \\ H_1 &: \beta \neq 16 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 21 \qquad \sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 91 \qquad \sum_{i=1}^{6} y_i = 2601.6 \qquad \sum_{i=1}^{6} y_i^2 = 1135983.92 \qquad \sum_{i=1}^{6} x_i y_i = 9394.9$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \sum_{i=1}^{6} x_i^2 - \frac{1}{6}\left(\sum_{i=1}^{6} x_i\right)^2 = 91 - \frac{1}{6}(21)^2 = 17.5 \\ S_{yy} &= \sum_{i=1}^{6} y_i^2 - \frac{1}{6}\left(\sum_{i=1}^{6} y_i\right)^2 = 1135983.92 - \frac{1}{6}(2601.6)^2 = 7930.16 \\ S_{xy} &= \sum_{i=1}^{6} x_i y_i - \frac{1}{6}\left(\sum_{i=1}^{6} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{6} y_i\right) = 9394.9 - \frac{1}{6}(21)(2601.6) = 289.3 \\ \text{SSE} &= S_{yy} - bS_{xy} = 7930.16 - (16.53)(289.3) = 3148.031 \\ S^2 &= \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{3148.031}{4} = 787.01 \qquad \therefore S = 28.05 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $n = 6$ ดังนั้น $\nu = 6 - 2 = 4$ และ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{b - \beta_0}{\frac{S}{\sqrt{S_{xx}}}} = \frac{16.53 - 16}{\frac{28.05}{\sqrt{17.5}}} = 0.08$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value} = P(t > 0.08) = 0.4694 > 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta = 16$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 $\#$

4. ข้อมูลระหว่างเวลากับราคาปิดของหุ้น AAPL ของบริษัทแอปเปิล (Apple Inc.) มีความสัมพันธ์ดังข้อมูล

| Time | Aug 2020 | Sep 2020 | Oct 2020 | Nov 2020 | Dec 2020 | Jan 2021 | Feb 2021 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Closed Price (Dollar) | 129.04 | 115.81 | 108.86 | 119.05 | 132.69 | 131.96 | 121.26 |

จงหาทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0.5$ แย้งกับ $H_1 : \rho < 0.5$ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x = 1, 2, 3, \ldots$ แทนปีเวลา Aug 2020, Sep 2020, Oct 2020, ... ตามลำดับ และ $y$ แทนราคาปิด (Closed Price) หน่วยเป็น ดอลลาร์ (Dollar) แสดงตารางได้ดังนี้

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 129.04 | 115.81 | 108.86 | 119.05 | 132.69 | 131.96 | 121.26 |

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho = 0.5 \\ H_1 &: \rho < 0.5 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

จากตารางจะได้ว่า $n = 7$ และ $r = 0.2828$ และ

$$z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\sqrt{7-3}}{2} \cdot \ell\text{n}\left[\left(\frac{1+0.2828}{1-0.2828}\right)\left(\frac{1-0.5}{1+0.5}\right)\right] = -0.52$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(z > 0.52) = 0.3015 > 0.05 = \alpha$$

ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.5 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

5. ความสัมพันธ์ระหว่างรายรับและรายจ่ายของครอบครัวหนึ่งในจังหวัดแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| รายรับ (หน่วยหมื่นบาท) | $1.5$ | $1.8$ | $2.0$ | $2.5$ | $5.0$ |
| รายจ่าย (หน่วยหมื่นบาท) | $1.0$ | $1.1$ | $2.2$ | $2.4$ | $4.0$ |

จงทดสอบว่ารายรับและรายจ่ายมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่ โดยใช้สถิติ Z และ t ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x$ แทนรายรับ หน่วยเป็นหมื่นบาท และ $y$ แทนรายจ่าย หน่วยเป็นหมื่นบาท

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{array}{lll} H_0 & : & \rho = 0 \\ H_1 & : & \rho \neq 0 \end{array}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า $n = 5$ และ $r = 0.9451$
**โดยใช้สถิติ Z**

$$z_{\text{คำนวณ}} = \frac{\sqrt{5-3}}{2} \cdot \ell\text{n}\left[\left(\frac{1+0.9451}{1-0.9451}\right)\left(\frac{1-0}{1+0}\right)\right] = 2.52$$

จะเห็นว่า

$$\text{P-value } = P(z > 2.52) = 0.0059 < 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

**โดยใช้สถิติ t**

$$t_{\text{คำนวณ}} = 0.9451\sqrt{\frac{5-2}{1-0.9451^2}} = 5.01$$

จะเห็นว่า $\nu = 5 - 2 = 3$ และ

$$\text{P-value } = P(t > 5.01) = 0.0076 < 0.025 = \frac{\alpha}{2}$$

ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไม่เท่ากับ 0 หรือ รายรับและรายจ่ายมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 $\#$

6. ปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย แสดงดังตาราง

| ปี พ.ศ. | 2554 | 2555 | 2556 | 2557 | 2558 | 2559 | 2560 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ปริมาณส่งออก (แสนตัน) | 2.71 | 3.51 | 3.67 | 3.69 | 3.58 | 4.03 | 4.90 |

* กรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพานิชย์

จงทดสอบว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x = -3, -2, -1, ..., 3$ แทนปี พ.ศ. 2554, 2555, 2556, ...,2560 ตามลำดับ
และ $y$ แทนปริมาณการส่งออกทุเรียนสดของประเทศไทย หน่วยเป็นแสนตัน แสดงตารางได้ดังนี้

| | $x$ | $y$ | $xy$ | $x^2$ | $y^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | $-3$ | $2.71$ | $-8.13$ | $9$ | 7.3441 |
| | $-2$ | $3.51$ | $-7.02$ | $4$ | 12.3201 |
| | $-1$ | $3.67$ | $-3.67$ | $1$ | 13.4689 |
| | $0$ | $3.69$ | $0$ | $0$ | 13.6161 |
| | $1$ | $3.58$ | $3.58$ | $1$ | 12.8164 |
| | $2$ | $4.03$ | $8.06$ | $4$ | 16.2109 |
| | $3$ | $4.9$ | $14.7$ | $9$ | 24.01 |
| รวม | $0$ | $20.09$ | $7.52$ | $28$ | $99.8165$ |

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta = 0.5 \\ H_1 &: \beta < 0.5 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
จากตารางจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^{7} x_i^2 = 28 \qquad \sum_{i=1}^{7} y_i = 26.09 \qquad \sum_{i=1}^{7} y_i^2 = 99.8165 \qquad \sum_{i=1}^{7} x_i y_i = 7.52$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \sum_{i=1}^{7} x_i^2 - \frac{1}{7}\left(\sum_{i=1}^{7} x_i\right)^2 = 140 - 0 = 140 \\ S_{yy} &= \sum_{i=1}^{7} y_i^2 - \frac{1}{7}\left(\sum_{i=1}^{7} y_i\right)^2 = 99.8165 - \frac{1}{7}(26.09)^2 = 2.57 \\ S_{xy} &= \sum_{i=1}^{7} x_i y_i - \frac{1}{7}\left(\sum_{i=1}^{7} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{7} y_i\right) = 7.52 - 0 = 7.25 \\ \text{SSE} &= S_{yy} - bS_{xy} = 2.57 - 0.27(7.25) = 0.61 \\ S^2 &= \frac{\text{SSE}}{n-2} = \frac{0.61}{5} = 0.122 \qquad \therefore S = 0.35 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $n = 7$ ดังนั้น $\nu = 7 - 2 = 5$ และ

$$t_{\text{คำนวณ}} = \frac{b - \beta_0}{\frac{S}{\sqrt{S_{xx}}}} = \frac{0.27 - 0.5}{\frac{0.35}{\sqrt{140}}} = -7.77$$

เนื่องจาก $t_{\alpha,\nu} = t_{0.05,5} = 2.015$ (อ่านค่าจากตารางที) บริเวณวิกฤตคือ $t < -2.015$
จะเห็นว่า $t_{\text{คำนวณ}} = -7.77 < -2.015$ อยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้นปฏิเสธ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์ถดถอย $\beta < 0.5$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 #

7. จากการสุ่มนักศึกษาเพื่อสอบถามคะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 (x) และ ครั้งที่ 2 (y) จำนวน 5 คน แสดงดังตาราง

| คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 | 7 | 6 | 8 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 2 | 5 | 4 | 9 | 5 | 7 |

จงสร้างตาราง ANOVA และทดสอบว่า คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่ (ใช้สถิติเอฟ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x$ แทนคะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 และ $y$ แทนคะแนนสอบย่อยครั้งที่ 2 แสดงได้ดังตาราง

| $x$ | 7 | 6 | 8 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 5 | 4 | 9 | 5 | 7 |

กำหนดสมมติฐาน

$$H_0 \ : \ \rho = 0$$
$$H_1 \ : \ \rho \neq 0$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

จากตารางจะได้ว่า $n = 5$ และ $b = 0.6757$ โดยที่

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 34 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 246 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i = 30 \qquad \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 196 \qquad \sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 214$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)^2 = 246 - \frac{1}{5}(34)^2 = 14.8$$
$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{5} y_i^2 - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right)^2 = 196 - \frac{1}{5}(30)^2 = 16$$
$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{5} x_i y_i - \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{5} y_i\right) = 214 - \frac{1}{5}(34)(30) = 10$$
$$\text{SSR} = bS_{xy} = 0.6757(10) = 6.757$$
$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 16 - 0.6757(10) = 9.243$$

และ $\nu_1 = 1, \nu_2 = 5 - 2 = 3$ แสดงตาราง ANOVA ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

| SOV | SS | DF | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| REGRESSION | 6.757 | 1 | 6.757 | 2.193 |
| ERROR | 9.243 | 3 | 3.081 | |
| TOTAL | 16 | 4 | | |

เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.025,(1,3)} = 17.44$ และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.975,(1,3)} = \frac{1}{f_{0.025,(3,1)}} = \frac{1}{864.16} = 0.0012$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.0012$ หรือ $f > 17.44$

จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 2.193$ และ $0.0012 < F_{\text{คำนวณ}} < 17.44$ อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$

สรุปได้ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0 หรือ คะแนนสอบย่อยครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 ไม่มีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

#

8. ข้อมูลระหว่างเวลากับราคาปิดของหุ้น OR ของบริษัท ปตท. น้ำมันและการค้าปลีก จำกัด (มหาชน) โดยเสนอขายหุ้นใหม่ (IPO) ให้ประชาชนทั่วไปในราคาหุ้นละ 18 บาท เริ่มซื้อขายวันแรก 11 กุมภาพันธ์ 2564 ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยมีราคาปิดต่อหุ้นกับวันที่ซื้อขายดังข้อมูล

| วันที่ซื้อขายในตลาด | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ราคาปิด (บาท) | 29.25 | 34.00 | 32.75 | 29.50 | 30.25 | 31.50 | 31.75 | 31.00 | 30.75 | 29.50 |

ตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 จงสร้างตาราง ANOVA

8.2 หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง จากตาราง ANOVA

8.3 จงทดสอบว่าวันที่ซื้อขายในตลาดและราคาปิดมีความสัมพันธ์กันเชิงเส้นตรงหรือไม่โดยใช้สถิติเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

**แนวคำตอบ** ให้ $x$ แทนวันที่ซื้อขายในตลาด และ $y$ แทนราคาปิดต่อหุ้น หน่วยเป็นบาท

จากตารางจะได้ว่า $n = 10$ และ $b = -0.13$ โดยที่

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = 55 \quad \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = 385 \quad \sum_{i=1}^{5} y_i = 310.25 \quad \sum_{i=1}^{5} y_i^2 = 9646.5625 \quad \sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 1695.75$$

จะได้ว่า

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2 = 385 - \frac{1}{10}(55)^2 = 82.5$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right)^2 = 9646.5625 - \frac{1}{10}(310.25)^2 = 21.05625$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10}\left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{10} y_i\right) = 1695.75 - \frac{1}{10}(55)(310.25) = -10.625$$

$$\text{SSR} = bS_{xy} = -0.13(-10.625) = 1.38$$

$$\text{SSE} = S_{yy} - bS_{xy} = 21.05625 - (-0.13)(-10.625) = 19.675$$

และ $\nu_1 = 1, \nu_2 = 10 - 2 = 8$ แสดงตาราง ANOVA ได้ดังนี้

ANOVA TABLE

| SOV | SS | DF | MS | F |
|---|---|---|---|---|
| REGRESSION | 1.38 | 1 | 1.38 | 0.56 |
| ERROR | 19.675 | 8 | 2.46 | |
| TOTAL | 21.055 | 9 | | |

จากตาราง SSE $= 19.675$ และ SST $= 21.055$ จะได้ว่า

$$r^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} = 1 - \frac{19.675}{21.055} = 0.0655$$

นั่นคือ $r = \pm 0.2559$ ดังนั้นสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่างเท่ากับ $\pm 0.2559$ $\quad\#$

กำหนดสมมติฐาน

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho = 0 \\ H_1 &: \rho \neq 0 \end{aligned}$$

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

เนื่องจาก $f_{\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.025,(1,8)} = 7.57$ และ

$$f_{1-\frac{\alpha}{2},(\nu_1,\nu_2)} = f_{0.975,(1,8)} = \frac{1}{f_{0.025,(8,1)}} = \frac{1}{956.66} = 0.001045$$

บริเวณวิกฤตคือ $f < 0.001045$ หรือ $f > 7.57$
จากตาราง ANOVA จะเห็นว่า $F_{\text{คำนวณ}} = 0.56$ และ

$$0.001045 < F_{\text{คำนวณ}} < 7.57$$

อยู่ในบริเวณยอมรับ ดังนั้นยอมรับ $H_0$