เฉลย Assignment 3
MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

หัวข้อ การนับจุดตัวอย่างและความน่าจะเป็น **สัปดาห์ที่** 3 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5, ..., 15\}$ จงหาจำนวนสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยที่ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5

   แนวคำตอบ จะเห็นว่าจำนวนสมาชิกของ A มีทั้งหมด 8 ตัว และ

   $$1 + 3 + 5 + \cdots + 15 = 64$$

   สร้างสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยการคัดสมาชิกออกจาก A ที่ละ 2 ตัว โดยมีเงื่อนไขทำให้ ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5 ดังตาราง

ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6	2 ตัวที่คัดออก	สับเซต	จำนวนสับเซต
$60 = 64 - 4$	$(1, 3)$	$\{5, 7, 9, 11, 13, 15\}$	1
$55 = 64 - 9$	ไม่มี	ไม่มี	0
$50 = 64 - 14$	$(1, 13)$	$\{3, 5, 7, 9, 11, 15\}$	3
	$(3, 11)$	$\{1, 5, 7, 9, 13, 15\}$	
	$(5, 9)$	$\{1, 3, 7, 11, 13, 15\}$	
$45 = 64 - 19$	ไม่มี	ไม่มี	0
$40 = 64 - 24$	$(9, 15)$	$\{1, 3, 5, 7, 11, 13\}$	2
	$(11, 13)$	$\{1, 3, 5, 7, 9, 15\}$	
$35 = 64 - 29$	ไม่มี	ไม่มี	0

   ดังนั้นจำนวนสับเซตของ ทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก 6 ตัว โดยที่ผลรวมของสมาชิกทั้ง 6 ตัวเป็นพหุคูณของ 5 เท่ากับ $1+3+2 = 6$ $\#$

2. มีข้อสอบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 50 คะแนน โดยกำหนดข้อ 1 – 10 ข้อละ 4 คะแนน และข้อ 11 – 20 ข้อละ 1 คะแนน ถ้าหากนักเรียนตอบข้อใดถูกต้องจะได้คะแนนเต็มของข้อนั้น แต่ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบจะได้คะแนนเป็น 0 คะแนน จะมีกี่วิธีที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน

   แนวคำตอบ ทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน (ไม่สนใจลำดับ) แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

   - **กรณีที่ 1** ทำถูก 10 ข้อ (40 คะแนน) ในตอนที่ 1 และทำถูก 5 (5 คะแนน) ข้อในตอนที่ 2

     $$\text{จำนวนวิธีที่ทำได้เท่ากับ } \binom{10}{10}\binom{10}{5} = 252$$

   - **กรณีที่ 2** ทำถูก 9 ข้อ (36 คะแนน) ในตอนที่ 1 และทำถูก 9 ข้อ (9 คะแนน) ในตอนที่ 2

     $$\text{จำนวนวิธีที่ทำได้เท่ากับ } \binom{10}{9}\binom{10}{9} = 100$$

   ดังนั้นจำนวนวิธีที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำข้อสอบได้คะแนนรวม 45 คะแนน เท่ากับ $252 + 100 = 352$ $\#$

3. ให้ n และ r และเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จงพิสูจน์ว่า

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

บทพิสูจน์. ให้ n และ r และเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \leq r \leq n$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} &= \frac{n!}{(n-r)!r!} + \frac{n!}{(n-r-1)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(r+1)}{(n-r)!r!(r+1)} + \frac{n!(n-r)}{(n-r)(n-r-1)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(r+1)}{(n-r)!(r+1)!} + \frac{n!(n-r)}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{n![(r+1)+(n-r)]}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{n!(n+1)}{(n-r)!(r+1)!} \\
&= \frac{(n+1)!}{[(n+1)-(r+1)]!(r+1)!} \\
&= \binom{n+1}{r+1}
\end{aligned}$$

□

4. ขวัญและเรียมกับเพื่อน ๆ รวม 7 คนไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกันในการค้างแรมที่มีบ้านพัก 3 หลัง หลังแรกพักได้ 3 คน ส่วนหลังที่สองและสามพักได้หลังละ 2 คน ซึ่งแต่ละหลังมีความแตกต่างกัน พวกเขาจึงตกลง ที่จะจับสลากว่าใครจะได้พักบ้านหลังใด ความน่าจะเป็นที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สามเท่ากับเท่าใด

แนวคำตอบ ในการจัด 7 คนเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 3 คน หลังที่สอง 2 คน และหลังที่สาม 2 คน ทำได้ทั้งหมด

$$n(S) = \binom{7}{3,2,2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot 2 = 210$$

พิจารณาเหตุการณ์ที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สาม แบ่งได้ 2 กรณีคือ

- **กรณีที่ 1** ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังหนึ่ง
  อีก 5 คน จะจัดเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 1 คน หลังที่สอง 2 คน และหลังที่สาม 2 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1,2,2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{5!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot 2 = 30$$

- **กรณีที่ 2** ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังสาม
  อีก 5 คน จะจัดเข้าพักในบ้านหลังที่หนึ่ง 3 คน และหลังที่สอง 2 คน ได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{3,2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

นั่นคือ $n(E) = 30 + 10 = 40$ แล้ว

$$P(E) = \frac{40}{210} = \frac{4}{21}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ขวัญและเรียมจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สามเท่ากับ $\frac{4}{21}$ #

5. ถุงใบหนึ่งมีลูกกวาดขนาดเดียวกันสีแดง 24 เม็ด ที่เหลือเป็นสีขาวและสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ 5/6 ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ 3/4 แล้วจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับเท่าใด

   แนวคำตอบ ให้สีขาวมีจำนวน x เม็ด และสีเขียวมีจำนวน y เม็ด
   ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีขาวหรือสีเขียวเท่ากับ 5/6 นั่นคือ

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{24+x+y} &= \frac{5}{6}\\ 6(x+y) &= 5(24+x+y)\\ x+y &= 120\end{aligned}$$

   ถ้าสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 1 เม็ด ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกกวาดสีเขียวหรือสีแดงเท่ากับ 3/4 นั่นคือ

$$\begin{aligned}\frac{y+24}{24+x+y} &= \frac{3}{4}\\ 4(y+24) &= 3(24+x+y)\\ y &= 3x-24\end{aligned}$$

   จะได้ว่า $x+(3x-24)=120$ นั่นคือ $x=36$ และ $y=120-36=84$
   ดังนั้นจำนวนลูกกวาดสีเขียวเท่ากับ 84 เม็ด $\#$

6. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ในการสุ่มหยิบเลข n จำนวนพร้อม ๆ กันจากเซต $\{1,2,,...,2n\}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ทั้งหมดเท่ากับ $\frac{1}{20}$ ความน่าเป็นที่จะได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน เท่ากับเท่าใด

   แนวคำตอบ ในการสุ่มหยิบเลข n จำนวนพร้อม ๆ กันจากเซต $\{1,2,,...,2n\}$ จะได้ว่า

$$n(S)=\binom{2n}{n}$$

   ในเซต $\{1,2,,...,2n\}$ มีจำนวนคู่ทั้งหมด n จำนวน นั่นหยิบเลขคู่ n จำนวนพร้อม ๆ ได้เป็น

$$n(E)=\binom{n}{n}=1$$

   นั่นคือ

$$\frac{1}{20}=P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{1}{n(S)}$$

   ดังนั้น $n(S)=20$ พิจารณา $\binom{2n}{n}=20$ โดยการแทนค่าจะได้ว่า $n=3$
   หาความน่าจะเป็นที่ได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน จากการสุ่มหยิบเลข 3 จำนวนพร้อมกันจากเซต $\{1,2,3,4,5,6\}$ ทำได้โดยเลือกคู่มา 1 จำนวน และเลือกเลขคี่มา 2 จำนวน (ไม่สนใจลำดับ) ดังนั้นความน่าจะเป็นคือ

$$\frac{\binom{3}{1}\binom{3}{2}}{\binom{6}{3}}=\frac{3\cdot 3}{20}=\frac{9}{20} \quad \#$$

7. สติกเกอร์ 8 ใบมีหมายเลข

   1 1 2 2 3 3 4 4

เลือกมา 4 ใบเพื่อ**สร้างจำนวนเต็มสี่หลัก**ได้กี่จำนวน

แนวคำตอบ ทำได้ 2 ขั้นตอน โดย**ขั้นแรก** เลือกมา 4 จำนวน และ **ขั้นสอง** เรียงจำนวนทั้ง 4
แบ่งได้ 3 กรณีดังนี้
กรณีทุกหลักไม่ซ้ำ ได้ 1, 2, 3, 4 จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{4} \cdot 4! = 24$$

กรณีซ้ำ 1 คู่ มี 4 คู่ เลือกมา 1 คู่ (xx) และอีก 2 จำนวนที่ต่างกันและต่างจากคู่แรก นั่นคือ 3 จำนวนต่างกันเลือกมา 2 จำนวน (yz) แล้วนำมาเรียงแบบของซ้ำ xxyz จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} \cdot \frac{4!}{2!} = 144$$

กรณีซ้ำ 2 คู่ มี 4 คู่ เลือกมา 2 คู่ แล้วนำมาเรียงแบบของซ้ำ xxyy จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{4}{2} \cdot \frac{4!}{2!2!} = 36$$

ดังนั้นสร้างจำนวนเต็มสี่หลักได้ทั้งหมด $24 + 144 + 36 = 204$ จำนวน $\quad \#$

8. สุ่มจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 4 จำนวน จงหา**ความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว**

แนวคำตอบ แบ่งกลุ่มจำนวนเต็มแต่ 1 ถึง 15 ด้วยเศษเหลือที่เกิดจากการหารด้วย 3 ได้ 3 กลุ่มคือ 0, 1, 2

เศษเหลือ 0	3	6	9	12	15
เศษเหลือ 1	1	4	7	10	13
เศษเหลือ 2	2	5	5	11	14

เลือกมา 4 จำนวน เศษเหลือรวมกัน 3 หารลงตัว แบ่งได้ 4 กรณีคือ
กรณี เศษเหลือ 0000 เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 4 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{4} = 5$$

กรณี เศษเหลือ 0012 เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 2 จำนวน เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 1 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{2}\binom{5}{1}\binom{5}{1} = 250$$

กรณี เศษเหลือ 0111 เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 3 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1}\binom{5}{3} = 50$$

กรณี เศษเหลือ 0222 เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 0 มา 1 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 3 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{1}\binom{5}{3} = 50$$

กรณี เศษเหลือ 1122 เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 1 มา 2 จำนวน และ เลือกจำนวนจากเศษเหลือ 2 มา 2 จำนวน จะได้จำนวนวิธีเท่ากับ

$$\binom{5}{2}\binom{5}{2} = 100$$

จำนวนวิธีที่ผลบวกของจำนวนทั้ง 4 หารด้วย 3 ลงตัวเท่ากับ $5 + 250 + 50 + 50 + 100 = 455$
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ 3 หารผลบวกของจำนวนทั้ง 4 ลงตัว เท่ากับ

$$\frac{455}{\binom{15}{4}} = \frac{1}{3} \quad \#$$

9. ความน่าจะเป็นของนักศึกษาที่จะสอบผ่านวิชาแคลคูลัส 2 เท่ากับ 0.35 ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ เท่ากับ 0.52 และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชาเท่ากับ 0.83

   9.1 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านสองวิชา

   9.2 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาสอบวิชาเดียว

   แนวคำตอบ ให้ A แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาจะสอบผ่านวิชาแคลคูลัส 2
   B แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาจะสอบผ่านวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ
   จะได้ว่า $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.52$ และ $P(A \cup B) = 0.83$

   9.1 จะเห็นว่า $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.35 + 0.52 - 0.83 = 0.04$
   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านสองวิชาเท่ากับ 0.04

   9.2 เนื่องจาก $(A \cup B) \cap (A \cap B) = A \cap B$ จะเห็นว่า

$$\begin{aligned} P((A \cup B) - (A \cap B)) &= P(A \cup B) - P((A \cup B) \cap (A \cap B)) \\ &= P(A \cup B) - P(A \cap B) \\ &= 0.83 - 0.04 = 0.79 \end{aligned}$$

   ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เขาสอบผ่านวิชาเดียวเท่ากับ 0.79

10. น้องมิกต้องการขอเงินจากพี่แมก เพื่อไปซื้อขนมที่มีราคา 5 บาท แต่พี่แมกเสนอให้น้องมิกเล่นเกมเสี่ยงทาย โดยการโยนเหรียญ 1 เหรียญพร้อมกับลูกเต๋า 2 ลูก ถ้าขึ้นหัวจะได้เงินเท่ากับผลบวกของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง ถ้าขึ้นก้อยจะได้เงินเท่ากับผลต่างของแต้มจากลูกเต๋าทั้งสอง จงหาโอกาสที่น้องมิกจะได้รับเงินในการเกมนี้

    แนวคำตอบ ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง ซึ่ง $n(S) = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$ และ A เป็นเหตุการณ์ที่น้องมิกจะได้รับเงินในการเกมนี้ จะได้ว่า A^c เป็นเหตุการณ์ที่น้องมิกจะไม่ได้รับเงินในการเกมนี้ นั่นคือ

$$A^c = \{(T,1,1),(T,2,2),(T,3,3),(T,4,4),(T,5,5),(T,6,6)\}$$

    ดังนั้น

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$