เฉลย Assignment 4
MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

หัวข้อ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่อง **สัปดาห์ที่** 4 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน

ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. จากข้อมูลของนักเรียนชั้น ม. 6 ที่สมัคร TCAS รอบ 1 เพื่อเข้าศึกษาต่อในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏดังนี้

นักเรียน	ภาคกลาง	ภาคใต้	ภาคเหนือ	ภาคตะวันออก	ภาคอีสาน	รวม
ชาย	10	100	y	30	x	200
หญิง	30	x	20	20	80	$150+x$
รวม	40	$100+x$	$y+20$	50	$x+80$	

ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนมา 1 คน พบว่าเป็นผู้หญิงความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากภาคใต้เท่ากับ 0.25

แนวคำตอบ พิจารณา

นักเรียน	ภาคกลาง	ภาคใต้	ภาคเหนือ	ภาคตะวันออก	ภาคอีสาน	รวม
ชาย	10	100	y	30	x	$200=140+y+x$
หญิง	30	x	20	20	80	$150+x$
รวม	40	$100+x$	$y+20$	50	$x+80$	$350+x$

1.1 จงหา x และ y

สุ่มเลือกนักเรียนมา 1 คน พบว่าเป็นผู้หญิงความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากภาคใต้เท่ากับ 0.25 หมายถึง

$$\begin{aligned} P(\text{นักเรียนมาจากภาคใต้} \mid \text{นักเรียนเป็นผู้หญิง}) &= \frac{P(\text{นักเรียนมาจากภาคใต้และเป็นผู้หญิง})}{P(\text{นักเรียนเป็นผู้หญิง})} \\ \frac{1}{4} &= \frac{x/(350+x)}{(150+x)/(350+x)} = \frac{x}{150+x} \\ 150+x &= 4x \end{aligned}$$

ดังนั้น $x=50$ เนื่องจาก $y+x=60$ ดังนั้น $y=10$ #

1.2 พบว่าเป็นผู้ชาย จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมาจากเหนือ

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\text{นักเรียนมาจากภาคเหนือ} \mid \text{นักเรียนเป็นผู้ชาย}) &= \frac{P(\text{นักเรียนมาจากภาคเหนือและเป็นผู้ชาย})}{P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชาย})} \\ &= \frac{y/(350+x)}{200/(350+x)} = \frac{10}{200} \\ &= \frac{1}{20} \quad \# \end{aligned}$$

1.3 พบว่ามาจากภาคอีสาน จงหาความน่าจะเป็นที่เป็นนักเรียนชาย

แนวคำตอบ จะได้ว่า

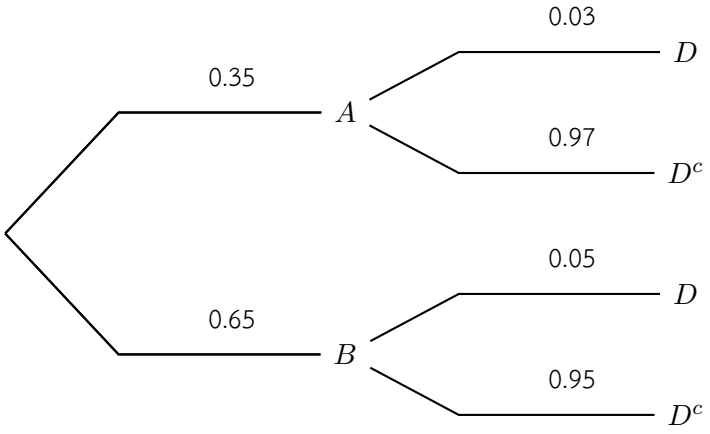
$$\begin{aligned} P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชาย} \mid \text{นักเรียนมาจากภาคอีสาน}) &= \frac{P(\text{นักเรียนเป็นผู้ชายและมาจากภาคอีสาน})}{P(\text{นักเรียนมาจากภาคอีสาน})} \\ &= \frac{x/(350+x)}{(x+80)/(350+x)} = \frac{50}{130} \\ &= \frac{5}{13} \quad \# \end{aligned}$$

2. ผลการเรียนวิชาคแคลคูลัส 1 ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ 3% ของนักศึกษาชาย และ 5% ของนักศึกษาหญิง สอบไม่ผ่าน 65% ของมหาวิทยาลัยแห่งนี้เป็นผู้หญิง ถ้าสุ่มนักศึกษามาหนึ่งคน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนี้สอบไม่ผ่านวิชาวิชาคแคลคูลัส 1

แนวคำตอบ กำหนดให้

- A คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาชาย
- B คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาหญิง
- D คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาวิชาคณิตศาสตร์สอบไม่ผ่านวิชาคแคลคูลัส 1

จะได้แผนภาพดังนี้



นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D \cap A) + P(D \cap B) \\ &= P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) \\ &= 0.35(0.03) + 0.65(0.05) \\ &= 0.043 \end{aligned}$$

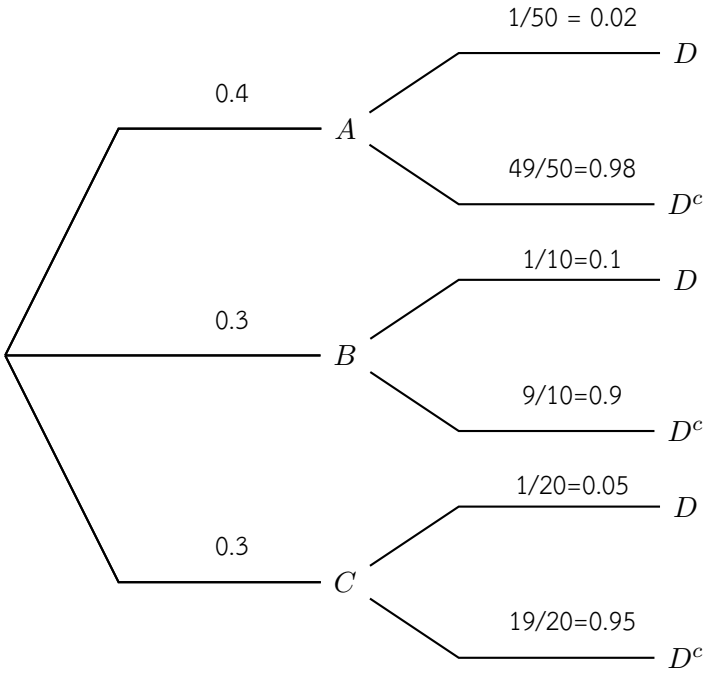
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนนี้สอบไม่ผ่านวิชาวิชาคแคลคูลัส 1 เท่ากับ 0.043 $\#$

3. ในเทศกาลปีใหม่ร้านค้าแห่งหนึ่งจัดผู้ห่อของขวัญไว้ 3 คน คือ สิงหา กันยา และตุลา สิงหาห่อของขวัญ 40% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 50 ครั้ง กันยาห่อของขวัญ 30% ของของขวัญทั้งหมด และลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 10 ครั้ง ตุลาห่อของขวัญที่เหลือและลืมเอาป้ายราคาออกก่อนห่อของ 1 ใน 20 ครั้ง สมมติมีลูกค้าคนหนึ่งมาต่อว่าร้านไม่เอาป้ายติดราคาออกก่อนห่อของขวัญ จงหาความน่าจะเป็นที่ของขวัญชิ้นนั้นจะถูกห่อโดยสิงหา

แนวคำตอบ กำหนดให้

- A คือเหตุการณ์ที่สิงหาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- B คือเหตุการณ์ที่กันยาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- C คือเหตุการณ์ที่ตุลาเป็นผู้ห่อของขวัญ
- D คือเหตุการณ์ที่ห่อของขวัญโดยไม่เอาป้ายราคาออก

จะได้แผนภาพดังนี้



นั่นคือ

$$\begin{aligned} P(A \mid D) &= \frac{P(A \cap D)}{P(D)} \\ &= \frac{P(A)P(D \mid A)}{P(A)P(D \mid A) + P(B)P(D \mid B) + P(C)P(D \mid C)} \\ &= \frac{0.4(0.02)}{0.4(0.02) + 0.3(0.1) + 0.3(0.05)} \\ &= \frac{8}{53} = 0.1509 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ของขวัญชิ้นนั้นจะถูกห่อโดยสิงหาโดยไม่เอาป้ายราคาออกเท่ากับ 0.1509 #

4. กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีน้ำเงิน 5 ลูก และสีเขียว 2 ลูก หยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป ให้ X คือจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง จงสร้างตารางแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X

แนวคำตอบ ให้ X แทนจำนวนครั้งที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง เมื่อหยิบลูกบอลครั้งละ 1 ลูกอย่างสุ่ม 3 ครั้ง โดยหยิบแล้วใส่กล่องกลับคืนก่อนจะหยิบครั้งต่อไป นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3$
ให้ R แทนสีแดง (3 ลูก) และ O แทนสีที่ไม่ใช่สีแดง (7 ลูก)

- กรณี $X = 0$ หมายถึงไม่ได้สีแดง คือ OOO จะได้ว่า

$$P(X = 0) = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{343}{1000}$$

- กรณี $X = 1$ หมายถึงสีแดง 1 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ ROO ORO และ OOR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 7 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{441}{1000}$$

- กรณี $X = 2$ หมายถึงสีแดง 2 ลูก ได้ทั้งหมด 3 แบบ คือ RRO ORR และ ROR จะได้ว่า

$$P(X = 1) = \frac{3(3 \cdot 3 \cdot 7)}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{189}{1000}$$

- กรณี $X = 3$ หมายถึงได้สีแดง 3 ลูก คือ RRR จะได้ว่า

$$P(X = 3) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{27}{1000}$$

ดังนั้นการแจกแจงความจะเป็นดังตารางต่อไปนี้

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{343}{1000}$	$\frac{441}{1000}$	$\frac{189}{1000}$	$\frac{27}{1000}$

5. โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 4 ครั้ง ให้ X แทนจำนวนหัวที่เกิดขึ้น จงหาการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม X

แนวคำตอบ ให้ X แทนจำนวนหัวที่เกิดขึ้นในการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 4 ครั้ง
นั่นคือ $X = 0, 1, 2, 3, 4$ การแจกแจงความจะเป็นและความน่าจะเป็นสะสมดังตารางต่อไปนี้

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$
$F(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{15}{16}$	1

ดังนั้นการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x \geq 4 \\ \frac{15}{16} & \text{เมื่อ } 3 \leq x < 4 \\ \frac{11}{16} & \text{เมื่อ } 2 \leq x < 3 \\ \frac{5}{16} & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{16} & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

6. ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องที่มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ f เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็น แสดงได้ดังตาราง

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	a	$2a$	$3a$	$3a$	$2a$	a

6.1 จงหาค่า a

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum f(x) &= 1 \\ a + 2a + 3a + 3a + 2a + a &= 1 \\ 12a &= 1 \\ a &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

6.2 จงหา $F(x)$

แนวคำตอบ จะได้ว่า

x	1	2	3	4	5	6
$F(x)$	a	$3a$	$6a$	$9a$	$11a$	$12a$
$F(x)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{11}{12}$	1

6.3 $P(2 < X \leq 5)$

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(2 < X \leq 5) &= P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ &= f(3) + f(4) + f(5) \\ &= 3a + 3a + 2a \\ &= 8a = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \# \end{aligned}$$

6.4 จงหาค่า k ที่ทำให้ $P(X \leq k) = \frac{1}{2}$

แนวคำตอบ จะเห็นว่า $F(k) = P(X \leq k) = \frac{1}{2}$ จากตาราง ในข้อ 6.2 จะได้ว่า $k = 3$

7. กำหนดให้เหตุการณ์ B เป็นอิสระจากเหตุการณ์ A โดยที่ $P(A) = 0.5$ และ $P(B) = 0.3$ จงหา $P(A \mid A \cup B)$

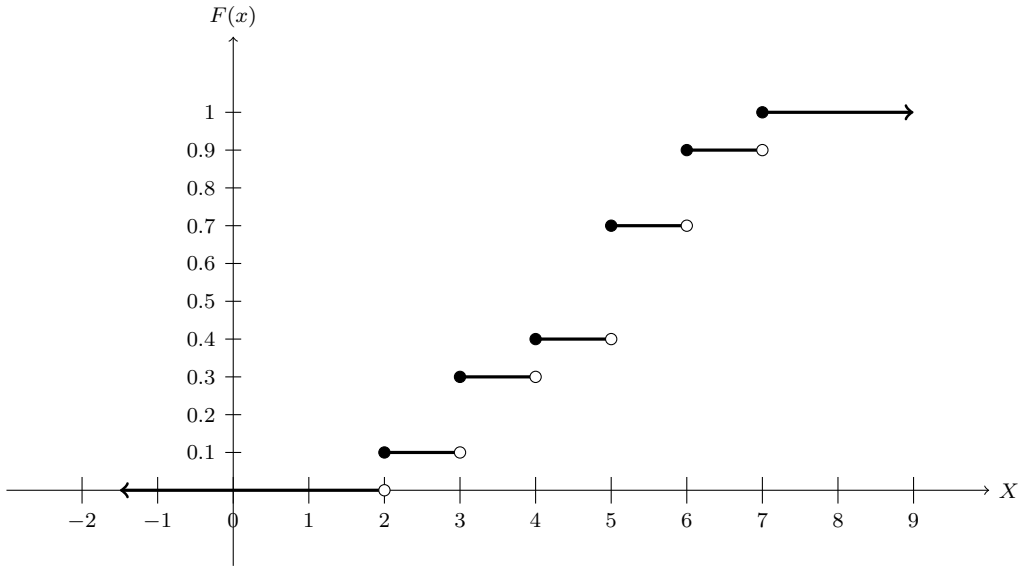
แนวคำตอบ เนื่องจาก A และ B เป็นอิสระต่อกัน จะได้ว่า

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.5(0.3) = 0.15$$

และเห็นว่า $A \cap (A \cup B) = A$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} P(A \mid A \cup B) &= \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} \\ &= \frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} \\ &= \frac{0.5}{0.5 + 0.3 - 0.15} \\ &= \frac{10}{13} = 0.7692 \quad \# \end{aligned}$$

8. กำหนดให้ F เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมของ p.m.f. f แสดงดังกราฟ



จงหาค่าต่อไปนี้

8.1 $P(X < 6)$

แนวคำตอบ

$$P(X < 6) = P(X \leq 5) = F(5) = 0.7 \quad \#$$

8.2 $P(3 \leq X < 5)$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned} P(3 \leq X < 5) &= P(X \leq 4) - P(X \leq 2) \\ &= F(4) - F(2) \\ &= 0.4 - 0.1 = 0.3 \quad \# \end{aligned}$$

8.3 $P(|X - 5| < 1)$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned} P(|X - 5| < 1) &= P(-1 < X - 5 < 1) = P(4 < X < 6) \\ &= P(5 \leq X \leq 5) \\ &= P(X \leq 5) - P(X \leq 4) \\ &= F(5) - F(4) \\ &= 0.7 - 0.4 = 0.3 \quad \# \end{aligned}$$

8.4 จงหาค่า k ที่ทำให้ $P(X \geq k) = 0.6$

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned} P(X \geq k) &= 1 - P(X < k) \\ 0.6 &= 1 - P(X \leq k - 1) \\ 0.6 &= 1 - F(k - 1) \\ F(k - 1) &= 0.4 \\ \therefore \quad k - 1 &= 4 \\ k &= 5 \quad \# \end{aligned}$$