เฉลย Assignment 9
MAC1304 ความน่าเป็นและสถิติ

หัวข้อ การแจกแจงของค่าเฉลี่ยเลขคณิตและอัตราส่วน ของตัวอย่าง **สัปดาห์ที่** 10 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน

ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ในการสอบ ONET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ปีการศึกษาหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 คะแนน ถ้าสุ่มตัวอย่างนักเรียนมา 36 คน จงหาโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนน

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n = 36$ และ $\sigma = 12$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(|\bar{X} - \mu| > 3) &= P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{3}{\frac{12}{\sqrt{36}}}\right) = P(|Z| > 1.5) \\ &= 1 - P(|Z| < 1.5) = 1 - P(-1.5 < Z < 1.5) \\ &= 1 - P(Z < 1.5) + P(Z < -1.5) \\ &= 1 - 0.9332 + 0.0668 \\ &= 0.1336 \end{aligned}$$

ดังนั้นโอกาสที่คะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างจะต่างจากคะเฉลี่ยเฉลี่ยประชากรมากกว่า 3 คะแนนเท่ากับ 0.1336 #

2. สุ่มตัวอย่างขนาด 30 จากประชากรปกติ จงหาความน่าจะเป็นที่ $|\bar{X} - \mu| > \dfrac{\sigma}{5}$

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n = 30$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P\left(|\bar{X} - \mu| > \frac{\sigma}{5}\right) &= P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > \frac{\sigma/5}{\frac{\sigma}{\sqrt{30}}}\right) = P\left(|Z| > \frac{\sqrt{30}}{5}\right) \\ &= P(|Z| > 1.09) \\ &= 1 - P(|Z| < 1.09) = 1 - P(-1.09 < Z < 1.09) \\ &= 1 - P(Z < 1.09) + P(Z < -1.09) \\ &= 1 - 0.8621 + 0.1379 \\ &= 0.2758 \quad \# \end{aligned}$$

3. หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 1 ที่มีอายุเฉลี่ย 1400 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 ชั่วโมง หลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานที่ 2 ที่มีอายุเฉลี่ย 1200 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟแต่ละโรงงานมา 125 หลอด และทดลองใช้ จงหาความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 จะมากกว่าโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชั่วโมง

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงปกติที่มี $n_1 = n_2 = 125$, $\mu_1 = 1400$, $\mu_2 = 1200$ และ $\sigma_1 = 200$ $\sigma_2 = 100$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \geq 160) &= P\left(\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq \frac{160 - (1400 - 1200)}{\sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}}}\right) \\ &= P(Z \geq -2) \\ &= 1 - P(Z \geq -2) \\ &= 1 - 0.0228 = 0.9772 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่อายุการใช้งานเฉลี่ยของหลอดไฟที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 จะมากกว่าโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชั่วโมง เท่ากับ 0.9772 #

4. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อรายในการตรวจโควิด-19 ของโรงพยาบาลรัฐเท่ากับ 3,500 บาท และโรงพยาบาลเอกชนเท่ากับ 5,000 บาท สมมติค่าใช้จ่ายทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 500 บาท และ 1,000 บาทตามลำดับ ถ้าสุ่มตัวอย่างที่เข้าตรวจในโรงพยาบาลทั้งสองกลุ่ม ๆ ละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยของโรงพยาบาลเอกชนจะสูงกว่าโรงพยาบาลรัฐ อย่างน้อย 1,300 บาท

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงปกติที่มี (โรงพยาบาลรัฐ) $n_1 = 100$, $\mu_1 = 3500$, และ $\sigma_1 = 500$
(โรงพยาบาลเอกชน) $n_2 = 100$, $\mu_2 = 5000$, และ $\sigma_2 = 1000$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 \geq 1300) = P\left(\frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_2) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq \frac{1300 - (5000 - 3500)}{\sqrt{\dfrac{500^2}{100} + \dfrac{1000^2}{100}}}\right) \\
&= P(Z \geq -1.79) \\
&= 1 - P(Z \geq -1.79) \\
&= 1 - 0.0367 \qquad \text{ค่าจากตาราง Z} \\
&= 0.9633
\end{aligned}
$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยของโรงพยาบาลเอกชนจะสูงกว่าโรงพยาบาลรัฐ อย่างน้อย 1300 บาท เท่ากับ 0.9633 #

5. จากการตรวจสอบนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขได้คือ 2% เมื่อสุ่มนักเรียนประถมศึกษา 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.02$, $q = 0.98$ และ $n = 100$

5.1 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขมากกว่า 3%

$$
\begin{aligned}
P(\hat{p} > 0.03) &\approx P\left(\hat{p} > 0.03 + \frac{0.5}{100}\right) = P(\hat{p} > 0.035) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}} > \frac{0.035 - 0.02}{\sqrt{\dfrac{0.02(0.98)}{100}}}\right) \\
&= P(Z > 1.07) \\
&= 1 - P(Z < 1.07) \\
&= 1 - 0.8577 \\
&= 0.1423
\end{aligned}
$$

ดังนั้นนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขมากกว่า 3% เท่ากับ 0.1423 #

5.2 นักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขน้อยกว่า 1%

$$
\begin{aligned}
P(\hat{p} < 0.01) &\approx P\left(\hat{p} < 0.01 - \frac{0.5}{100}\right) = P(\hat{p} < 0.005) \\
&= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}} < \frac{0.005 - 0.02}{\sqrt{\dfrac{0.02(0.98)}{100}}}\right) \\
&= P(Z < -1.07) \\
&= 0.1423
\end{aligned}
$$

ดังนั้นนักเรียนประถมศึกษาที่ไม่สามารถนับเลขน้อยกว่า 1% เท่ากับ 0.1423 #

6. จากผลการเลือกตั้งคณะกรรมการนักเรียน พัชรพลเป็นผู้รับสมัครได้คะแนน 65% สุ่มตัวอย่างจากนักเรียนที่ไปเลือกตั้ง

6.1 จากตัวอย่างขนาด 40 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนเกินครึ่ง
แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.65, q = 0.35$ และ $n = 40$

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0.5) \approx P\left(\hat{p} > 0.5 + \frac{0.5}{40}\right) &= P(\hat{p} > 0.5125) \\ &= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} > \frac{0.5125 - 0.65}{\sqrt{\frac{0.65(0.35)}{40}}}\right) \\ &= P(Z > -1.82) \\ &= 1 - P(Z < -1.82) \\ &= 1 - 0.0344 \\ &= 0.9656 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนเกินครึ่ง เท่ากับ 0.9656 #

6.2 จากตัวอย่างขนาด 80 คน จงหาความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนไม่ถึงครึ่ง
แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงทวินามที่มี $p = 0.65, q = 0.35$ และ $n = 80$

$$\begin{aligned} P(\hat{p} < 0.5) \approx P\left(\hat{p} < 0.5 - \frac{0.5}{80}\right) &= P(\hat{p} < 0.49375) \\ &= P\left(\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < \frac{0.49375 - 0.65}{\sqrt{\frac{0.65(0.35)}{80}}}\right) \\ &= P(Z < -2.93) \\ &= 0.0017 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่พัชรพลได้รับคะแนนไม่ถึงครึ่ง เท่ากับ 0.0017 #

7. สัดส่วนของผู้ชายที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.35 และสัดส่วนของผู้หญิงที่เห็นด้วยกับการทำแท้งเท่ากับ 0.25 ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ชายและผู้หญิงมากลุ่มละ 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สัดส่วนตัวอย่างที่เห็นด้วยกับการทำแท้งของผู้ชายสูงกว่าผู้หญิงมากกว่า 0.20

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยที่ $p_1 = 0.35, p_2 = 0.25$ และ $n_1 = n_2 = 100$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0.20) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} > \frac{0.20 - (0.35 - 0.25)}{\sqrt{\frac{0.35(0.65)}{100} + \frac{0.25(0.75)}{100}}}\right) \\ &= P(Z > 1.55) \\ &= 1 - P(Z < 1.55) \\ &= 1 - 0.9394 \\ &= 0.0606 \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สัดส่วนตัวอย่างที่เห็นด้วยกับการทำแท้งของผู้ชายสูงกว่าผู้หญิงมากกว่า 0.20 เท่ากับ 0.0606 #

8. จากนโยบายคนละครึ่งของรัฐบาล ผู้ประกอบการรายย่อยชื่นชอบนโยบายดังกล่าว 75% ส่วนประชนชนทั่วไปชื่นชอบ 67% ถ้าสุ่มตัวอย่างผู้ประกอบการรายย่อยจำนวน 150 ราย และประชาชนทั่วไปจำนวน 200 คน โดยอิสระต่อกัน จงหาโอกาสที่ผู้ประกอบการรายย่อยจะชื่นชอบนโยบายดังกล่าวมากกว่าประชาชนทั่วไปไม่เกิน 10%

แนวคำตอบ เป็นการแจกแจงทวินามทั้งสองชุด โดยที่ผู้ประกอบการรายย่อยมี $n_1 = 150, p_1 = 0.75$
และประชนชนทั่วไปมี $n_2 = 200, p_2 = 0.67$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \le 0.10) &= P\left(\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}}} \le \frac{0.10 - (0.75 - 0.67)}{\sqrt{\dfrac{0.75(0.25)}{150} + \dfrac{0.67(0.33)}{200}}} \right) \\ &= P(Z \le 0.41) \\ &= 0.6591 \end{aligned}$$

ค่าจากตาราง Z

ดังนั้นโอกาสที่ผู้ประกอบการรายย่อยจะชื่นชอบนโยบายดังกล่าวมากกว่าประชาชนทั่วไปไม่เกิน 10% เท่ากับ 0.6591 หรือ 65.91% $\#$