



Assignment 2  
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ การดำเนินการทวิภาค และนิยามกรุป สัปดาห์ที่ 2 คะแนนเต็ม 10 คะแนน  
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. ให้  $G = \{-1, 0, 1\}$  (ตรวจสอบการบวกและการคูณแยกกัน)

1.1 การบวก และการคูณ เป็นการดำเนินการทวิภาคบน  $G$  หรือไม่

1.2  $G$  มีสมบัติปิดภายใต้ การบวก และการคูณ หรือไม่

2. ให้  $a, b, c$  เป็นค่าคงที่ กำหนดให้  $*$  เป็นการดำเนินการทวิภาคบน  $\mathbb{R}$  นิยามโดย

$$x * y = ax + by + cxy \quad \text{เมื่อ } x, y \in \mathbb{R}$$

ถ้า  $1 * 2 = 1$ ,  $2 * 3 = 6$  และมีจำนวนจริง  $d \neq 0$  โดยที่  $x * d = x$  ทุก ๆ จำนวนจริง  $x$

2.1 จงหา  $a, b, c, d$  ที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าว

2.2 ค่า  $d$  ที่ได้จาก 2.1 เป็นเอกลักษณ์ของ  $*$  หรือไม่เพราะเหตุใด

3. จงตรวจสอบว่า  $(\mathbb{R}, \odot)$  เป็น กรังกรุป โมนอยด์ หรือกรุป เมื่อกำหนดให้

$$a \odot b = a + b + ab \quad \text{เมื่อ } a, b \in \mathbb{R}$$

4. จงพิสูจน์ว่า  $(\mathbb{Z}, *)$  เป็นกรุปอาบีเลียน เมื่อกำหนดให้

$$a * b = a + b - 5 \quad \text{เมื่อ } a, b \in \mathbb{Z}$$

5. จงพิสูจน์ว่า  $(\mathbb{Q}^+, *)$  เป็นกรุปอาบีเลียน เมื่อกำหนดให้

$$a * b = \frac{ab}{5} \quad \text{เมื่อ } a, b \in \mathbb{Q}^+$$

6. จงพิสูจน์ว่า  $(\mathbb{Z}_7^*, *)$  เป็นกรุปอาบีเลียน เมื่อกำหนดให้

$$\bar{a} * \bar{b} = \overline{5ab} \quad \text{เมื่อ } \bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{Z}_7^*$$

7. กำหนดให้  $G = (-1, 1)$  และ

$$a * b = \frac{a + b}{ab + 1} \quad \text{เมื่อ } a, b \in G$$

จงตรวจสอบว่า  $(G, *)$  เป็นกรุปหรือไม่

8. จงหาตัวผกผันการคูณของ

8.1  $\overline{17}$  ใน  $\mathbb{Z}_{97}^*$

8.2  $\overline{71}$  ใน  $\mathbb{Z}_{100}^\times$