



เฉลย Quiz 1 : MAC1303 แคลคูลัส ๒

หัวข้อ ลิมิตและอนุกรมของจำนวนจริง คะแนนเต็ม 10 คะแนน
เวลา วันพุธที่ 26 กรกฎาคม 2566 เวลา 17:00-17:30 (สัปดาห์ที่ 3) ปีการศึกษา 1/2566
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (5 คะแนน) จงหาลิมิตของลำดับ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2}{(2n+1)^2 + 1}$

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2}{(2n+1)^2 + 1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2n + 1) + (n^2 - 2n + 1)}{(4n^2 + 4n + 1) + 1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 2}{4n^2 + 4n + 2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(2 + \frac{2}{n^2})}{n^2(4 + \frac{4}{n} + \frac{2}{n^2})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{2}{n^2}}{4 + \frac{4}{n} + \frac{2}{n^2}} \\ &= \frac{2 + 0}{4 + 0 + 0} = \frac{1}{2} \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงหาผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{3}{3^n} \right]$

แนวคำตอบ พิจารณาอนุกรมเทเลสโคป

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right] \\ &= \frac{1}{2} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2} \\ &= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

และอนุกรมเรขาคณิต $r = \frac{1}{3}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{3^n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

ดังนั้น

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n(n+1)} + \frac{3}{3^n} \right] = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \quad \#$$