



คณะวิทยาศาสตร์

เฉลย Quiz 3 : MAC1303 แคลคูลัส ๒

หัวข้อ พิกัดเชิงขั้วและอนุพันธ์ย่อย คะแนนเต็ม 10 คะแนน
 เวลา พุธที่ 20 สิงหาคม 2566 เวลา 17:00-17:30 (สัปดาห์ที่ 11) ปีการศึกษา 1/2566
 ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
 ชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา.....หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงแปลงสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, θ) ต่อไปนี้ ให้เป็นระบบพิกัดฉาก (x, y)

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = r \sec \theta$$

แนวคำตอบ ให้ $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ และ $x^2 + y^2 = r^2$ จะได้ว่า
วิธีที่ 1

$$\begin{aligned} r^2(\sin \theta + \cos \theta)^2 &= r^2 \cdot r \sec \theta \\ [r(\sin \theta + \cos \theta)]^2 &= r^3 \cdot \frac{1}{\cos \theta} \\ [r \sin \theta + r \cos \theta]^2 &= r^3 \cdot \frac{r}{r \cos \theta} \\ (y + x)^2 &= r^4 \cdot \frac{1}{x} \\ x(y + x)^2 &= (r^2)^2 \\ x(y + x)^2 &= (x^2 + y^2)^2 \quad \# \end{aligned}$$

วิธีที่ 2

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta &= r \cdot \frac{1}{\cos \theta} \\ 1 + 2 \sin \theta \cos \theta &= r \cdot \frac{r}{r \cos \theta} \\ r^2(1 + 2 \sin \theta \cos \theta) &= r^2 \cdot \frac{r^2}{x} \\ r^2 + 2(r \sin \theta)(r \cos \theta) &= (r^2)^2 \cdot \frac{1}{x} \\ (x^2 + y^2) + 2yx &= (x^2 + y^2)^2 \cdot \frac{1}{x} \\ x[(x^2 + y^2) + 2yx] &= (x^2 + y^2)^2 \\ x[(x + y)^2] &= (x^2 + y^2)^2 \\ x(x + y)^2 &= (x^2 + y^2)^2 \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงใช้บทนิยามหาอนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชัน

$$f(x, y) = 3xy + y^2$$

แนวคำตอบ พิจารณา

$$\begin{aligned} f_x(x, y) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)y + y^2] - [3xy + y^2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3xy + 3hy + y^2 - 3xy - y^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3hy}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3y = 3y \quad \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_y(x, y) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3x(y+h) + (y+h)^2] - [3xy + y^2]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3xy + 3xh + y^2 + 2yh + h^2 - 3xy - y^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3xh + 2yh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x + 2y + h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x + 2y + h) = 3x + 2y \quad \# \end{aligned}$$