



คณิตศาสตร์

เฉลย Quiz 4 : MAC1303 แคลคูลัส ๒

หัวข้อ กฏลูกโซ่และปริพันธ์สองชั้นบนโดเมนสี่เหลี่ยมผืนผ้า คะแนนเต็ม 10 คะแนน
 เวลา ศุกร์ที่ 6 ตุลาคม 2566 เวลา 13:00-13:30 (สัปดาห์ที่ 13) ปีการศึกษา 1/2566
 ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (5 คะแนน) กำหนดให้

$$z = \frac{x+y}{x-y}, \quad x = \cos(r\theta) \quad \text{และ} \quad y = \sin(r\theta)$$

จงหา $\frac{\partial z}{\partial r}$ ตอบในรูป r, θ

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial r} &= \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial r} \\ &= \frac{(x-y) \frac{\partial}{\partial x}(x+y) - (x+y) \frac{\partial}{\partial x}(x-y)}{(x-y)^2} \cdot (-\theta \sin(r\theta)) + \frac{(x-y) \frac{\partial}{\partial y}(x+y) - (x+y) \frac{\partial}{\partial y}(x-y)}{(x-y)^2} \cdot (\theta \cos(r\theta)) \\ &= \frac{(x-y) \cdot 1 - (x+y) \cdot 1}{(x-y)^2} \cdot (-\theta \sin(r\theta)) + \frac{(x-y) \cdot 1 - (x+y)(-1)}{(x-y)^2} \cdot (\theta \cos(r\theta)) \\ &= \frac{2y\theta \sin(r\theta)}{(x-y)^2} + \frac{2x\theta \cos(r\theta)}{(x-y)^2} = \frac{2y\theta \sin(r\theta) + 2x\theta \cos(r\theta)}{(x-y)^2} \\ &= \frac{2 \sin(r\theta) \cdot \theta \sin(r\theta) + 2 \cos(r\theta) \cdot \theta \cos(r\theta)}{(\cos(r\theta) - \sin(r\theta))^2} = \frac{2\theta[\sin^2(r\theta) + \cos^2(r\theta)]}{(\cos(r\theta) - \sin(r\theta))^2} \\ &= \frac{2\theta}{(\cos(r\theta) - \sin(r\theta))^2} \quad \# \end{aligned}$$

2. (5 คะแนน) จงหาค่าปริพันธ์สองชั้นต่อไปนี้

$$\int_0^1 \int_0^1 (x+y)^2(x-y) \, dx \, dy$$

แนวคำตอบ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 (x+y)^2(x-y) \, dx \, dy &= \int_0^1 \left[\int_0^1 (x^2 + 2xy + y^2)(x-y) \, dx \right] dy \\ &= \int_0^1 \left[\int_0^1 (x^3 + x^2y - xy^2 - y^3) \, dx \right] dy \\ &= \int_0^1 \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3y}{3} - \frac{x^2y^2}{2} - xy^3 \right]_{x=0}^{x=1} dy \\ &= \int_0^1 \left[\frac{1}{4} + \frac{y}{3} - \frac{y^2}{2} - y^3 \right] dy \\ &= \left[\frac{1}{4}y + \frac{y^2}{6} - \frac{y^3}{6} - \frac{y^4}{4} \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = 0 \quad \# \end{aligned}$$