



คณิตศาสตร์

เฉลย Quiz 3: ทฤษฎีจำนวน MAI1305

หัวข้อ สมภาค และทฤษฎีบทเศษเหลือของจีน **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
เวลา สัปดาห์ที่ 12 ปีการศึกษา 2/2566
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
ชื่อ-สกุล..... รหัสนักศึกษา..... หมู่เรียน.....

1. (5 คะแนน) จงใช้สมภาค (Congruent) ในการหาหลักหน่วยของจำนวน 2567^{2024}

แนวคำตอบ

$$\begin{aligned}2567 &\equiv 7 \pmod{10} \\2567^2 &\equiv 7^2 \equiv -1 \pmod{10} \\(2567^2)^{1012} &\equiv (-1)^{1012} \pmod{10} \\2567^{2024} &\equiv 1 \pmod{10}\end{aligned}$$

ดังนั้น หลักหน่วยของจำนวน 2567^{2024} คือ 1 #

2. (5 คะแนน) จงหาใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือของจีน (CRT) หาคำตอบของสมการ

$$66x \equiv 1 \pmod{91}$$

แนวคำตอบ เนื่องจาก $91 = 7 \cdot 13$ และ $\gcd(7, 13) = 1$ คำตอบของ x สอดคล้องระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}66x &\equiv 1 \pmod{7} \\66x &\equiv 1 \pmod{13}\end{aligned}$$

พิจารณา $66x \equiv 1 \pmod{7}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}3x &\equiv 1 \pmod{7} \\15x &\equiv 5 \pmod{7} \\x &\equiv 5 \pmod{7}\end{aligned}$$

พิจารณา $66x \equiv 1 \pmod{13}$ จะได้ว่า

$$x \equiv 1 \pmod{13}$$

ดังนั้นหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้ โดยใช้ CRT

$$\begin{aligned}x &\equiv 5 \pmod{7} \\x &\equiv 1 \pmod{13}\end{aligned}$$

พิจารณา

$$\begin{aligned}13x &\equiv 1 \pmod{7} \longrightarrow x_1 = -1 \\7x &\equiv 1 \pmod{13} \longrightarrow x_2 = 2\end{aligned}$$

จะได้ว่า $x_0 = 5(13)(-1) + 1(7)(2) = -51$ ดังนั้นคำตอบของสมการ $66x \equiv 1 \pmod{91}$ คือ

$$\begin{aligned}x &\equiv -51 \pmod{91} \\x &\equiv 40 \pmod{91}\end{aligned}$$