



## เฉลย Quiz 4: ทฤษฎีจำนวน MAI1305

หัวข้อ ทฤษฎีบทของวิลสัน ฟังก์ชันเทาและฟังก์ชันซิกมา คะแนนเต็ม 10 คะแนน  
เวลา สัปดาห์ที่ 14 ปีการศึกษา 2/2566  
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. (5 คะแนน) จงหาเศษเหลือที่เกิดจากหาร

$$66! + 2 \cdot 65! + 2 \cdot 64! \text{ ด้วย } 67$$

**แนวคำตอบ** เนื่องจาก 67 เป็นจำนวนเฉพาะ โดยทฤษฎีของวิลสัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(67 - 1)! &\equiv -1 \pmod{67} \\ 66! &\equiv -1 \pmod{67} \\ 66 \cdot 65! &\equiv -1 \pmod{67} \\ -1 \cdot 65! &\equiv -1 \pmod{67} \\ 65! &\equiv 1 \pmod{67} \\ 65 \cdot 64! &\equiv 1 \pmod{67} \\ -2 \cdot 64! &\equiv 1 \pmod{67} \\ -66 \cdot 64! &\equiv 33 \pmod{67} \\ 64! &\equiv 33 \pmod{67}\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}66! + 2 \cdot 65! + 2 \cdot 64! &\equiv -1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 33 \pmod{67} \\ &\equiv 67 \pmod{67} \\ &\equiv 0 \pmod{67}\end{aligned}$$

สรุปได้ว่าเศษเหลือที่เกิดจากหาร  $66! + 2 \cdot 65! + 2 \cdot 64!$  ด้วย 67 เท่ากับ 0 #

2. (5 คะแนน) กำหนดให้

$$X = \sum_{d|66} \tau(d^2)$$

จงหาค่าของ  $\sigma(X)$

**แนวคำตอบ** เนื่องจากตัวหารของ 66 คือ 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66 ดังนั้น

$$\begin{aligned}X &= \sum_{d|66} \tau(d^2) = \tau(1^2) + \tau(2^2) + \tau(3^2) + \tau(6^2) + \tau(11^2) + \tau(22^2) + \tau(33^2) + \tau(66^2) \\ &= 1 + 3 + 3 + \tau(2^2 \cdot 3^2) + 3 + \tau(2^2 \cdot 11^2) + \tau(3^2 \cdot 11^2) + \tau(2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2) \\ &= 1 + 3 + 3 + (2 + 1)(2 + 1) + 3 + (2 + 1)(2 + 1) + (2 + 1)(2 + 1) + (2 + 1)(2 + 1)(2 + 1) \\ &= 1 + 3 + 3 + 9 + 3 + 9 + 9 + 27 \\ &= 64\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sigma(X) = \sigma(64) = \sigma(2^6) = \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = \frac{128 - 1}{1} = 127 \quad \#$$