



Assignment 1
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ อนุพัณยเชิงคณิตศาสตร์ ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สัปดาห์ที่ 1 คะแนนเต็ม 10 คะแนน
ผู้สอน ผศ.ดร.ธันยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้โดยใช้หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

$$\frac{1}{2^2 - 2^1} + \frac{1}{2^3 - 2^2} + \frac{1}{2^4 - 2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{n+1} - 2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad \text{ทุก } n \text{ จำนวนนับ } n$$

2. จงหาจำนวนเต็ม d, x, y ที่ทำให้

$$d = 71x + 50y \quad \text{เมื่อ } d = \gcd(71, 50)$$

3. ให้ $a, b, c \in \mathbb{Z}$ จงพิสูจน์ว่า

$$\text{ถ้า } a \mid c \text{ และ } b \mid c \text{ โดยที่ } \gcd(a, b) = 1 \text{ แล้ว } (ab) \mid c$$

4. จงเขียนรูปแบบบัญญัติและหาจำนวนตัวหารที่เป็นบวกทั้งหมดของ $20!$

5. จงหาค่าของ $\phi[(6^{2564} + 4^{2564})^2 - (6^{2564} - 4^{2564})^2]$ (ตอบในรูปเลขยกกำลัง)

6. ให้ $a, b \in \mathbb{Z}$ และ

$$a R b \text{ ก็ต่อเมื่อ } 2 \mid (a + b)$$

จงแสดงว่า R เป็นความสัมพันธ์สมมูล และหาชั้นสมมูล

7. ให้ f, g, h เป็นฟังก์ชันใน A เมื่อ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ โดยที่

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

จงตรวจสอบว่า $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

คุณคิดว่าโดยทั่วคอมโพสิทมีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มหรือไม่ จงให้เหตุผลประกอบ

8. ให้ σ เป็นฟังก์ชันใน A เมื่อ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ โดยที่

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

นิยาม $\sigma^n = \sigma \circ \sigma \circ \cdots \circ \sigma$ (n ตัว) จงหา $n \in \mathbb{N}$ ทั้งหมดที่ทำให้ $\sigma^n = \sigma$