



Assignment 4
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ กรุปการเรียงสับเปลี่ยน และกรุปย่อย สัปดาห์ที่ 4 คะแนนเต็ม 10 คะแนน
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. ให้ $\alpha = (1\ 3\ 7\ 2)(2\ 3\ 5\ 4)$ และ $\beta = (1\ 6\ 3)(1\ 3\ 5\ 7)$ เป็นสมาชิกใน S_8 จงหา $(\alpha\beta)^{2021}$

2. กำหนดให้ $\alpha = (1\ 3\ 4\ 7\ 2\ 8)$ และ β เป็นสมาชิกใน S_{20}

2.1 จงหาอันดับ (order) ของ $\alpha(2\ 4\ 5\ 9\ 8)$

2.2 ถ้า α และ β เป็นวัฏจักรต่างสมาชิกกันซึ่ง $o(\alpha\beta) = 12$
จงหาอันดับที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ β

3. ใน S_7 ถ้า $(1\ a\ 4\ 5)^{999} = (5\ 4\ a\ 1)$ จงหา a ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

4. ให้ H เป็นเซตย่อยของกรุป G โดยที่ $H \neq \emptyset$ จงพิสูจน์ว่า

$$H \leq G \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad ab^{-1} \in H \quad \text{สำหรับทุก } a, b \in H$$

5. จงตรวจสอบ $H \subseteq \mathbb{R}^*$ ต่อไปนี้ ว่าเป็นกรุปย่อยของ \mathbb{R}^*

5.1 $H = \{2^m : m \in \mathbb{Z}\}$

5.2 $H = \{m^2 : m \in \mathbb{Z}^*\}$

6. จงตรวจสอบว่า H เป็นกรุปย่อยของ $GL_2(\mathbb{R})$ หรือไม่

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix} : a \neq 0 \text{ และ } c \neq 0 \right\}$$

7. จงตรวจสอบว่า H เป็นกรุปย่อยของ $GL_2(\mathbb{R})$ หรือไม่

$$H = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} : ab > 0 \right\}$$

8. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $GL_2(\mathbb{R})$ จงเขียน $\langle A \rangle$ ในรูปแบบมีเงื่อนไข