



Assignment 5  
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ    กรุปวัฏจักร และกรุปวัฏจักร    สัปดาห์ที่ 5    คะแนนเต็ม 10 คะแนน  
ผู้สอน    ผศ.ดร.ธนชัยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. จงพิสูจน์ว่ากรุปวัฏจักรเป็นกรุปอาบีเลียน
2. จงหากรุปย่อยทั้งหมดของ  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_9$
3. จงหากรุปย่อยทั้งหมดของ  $\mathbb{Z}_{27}^\times$
4. จงหาตัวก่อกำเนิด (generator) ของ  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5$
5. จงหาตัวก่อกำเนิด (generator) ของ  $\mathbb{Z}_{26}^\times$
6. ให้  $x$  เป็นสมาชิกในกรุป  $G$  โดยที่  $\circ(x) = n$  เมื่อ  $n \in \mathbb{N}$  จงพิสูจน์ว่า สำหรับจำนวนเต็ม  $k$   
ถ้า  $\gcd(k, n) = 1$  แล้ว  $\circ(x^k) = n$
7. จงหาจำนวนกรุปย่อย ทั้งหมดของ  $\mathbb{Z}_{2564} \times \mathbb{Z}_{2021}$
8. ถ้า  $\langle a \rangle$  เป็นกรุปอนันต์ จงพิสูจน์ว่า

$$a^m = a^n \quad \text{ก็ต่อเมื่อ} \quad m = n$$