



Assignment 6
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ เลขทวิซ โคเซต และทฤษฎีบทลากรานจ์ สัปดาห์ที่ 6 คะแนนเต็ม 10 คะแนน
ผู้สอน ผศ.ดร.ธัญยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

1. จงเขียนแลตทิซของ \mathbb{Z}_{48} และ \mathbb{Z}_{27}^\times
2. จงเขียนแลตทิซของ $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_9$
3. ให้ H เป็นกรุปย่อยของ G และ $a, b \in G$ จงแสดงว่า

$$ab^{-1} \in H \text{ ก็ต่อเมื่อ } Ha = Hb$$

4. ให้ H เป็นกรุปย่อยของ G และ $a, b \in G$ จงแสดงว่า

$$Ha = Hb \text{ ก็ต่อเมื่อ } a \in Hb$$

5. ให้ H เป็นกรุปย่อยของ G และ $a, b \in G$ จงแสดงว่า

$$a \in Hb \text{ ก็ต่อเมื่อ } ab^{-1} \in H$$

6. ให้ $H = \langle A \rangle$ เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ โดยที่ $H \leq GL_2(\mathbb{R})$ จงเขียนโคเซต

$$H \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} H$$

ในรูปเซตแบบมีเงื่อนไข

7. ให้ H เป็นกรุปย่อยของกรุป G และ $a, b \in G$ จงพิสูจน์ว่า

$$\text{มีฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแบบทั่วถึงจาก } aH \text{ ไป } Hb$$

8. จงหาตรรกษต่อไปนี้

(a) $[\mathbb{Z}_{100} : \langle \overline{20} \rangle]$

(b) $[\mathbb{Z}_{100}^\times : \langle \overline{7} \rangle]$

(c) $[\mathbb{Z}_{36} \times \mathbb{Z}_{25} : \langle (\overline{4}, \overline{5}) \rangle]$