คณิตศาสตร์

Assignment 7
MAC3310 พีชคณิตนามธรรม

หัวข้อ กรุปย่อยปกติ และกรุปผลหาร **สัปดาห์ที่** 7 **คะแนนเต็ม** 10 คะแนน
ผู้สอน ผศ.ดร.ธนัชยศ จำปาหวาย สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

---

1. ให้ N เป็นกรุปย่อยของ G จงแสดงว่า (ใช้บทนิยาม)

$$\text{ถ้า } (Ng)(Nh) = N(gh) \quad \text{ทุก ๆ } g, h \in G \qquad \text{แล้ว} \qquad N \trianglelefteq G$$

2. ให้ N เป็นกรุปย่อยของ G จงแสดงว่า (ใช้บทนิยาม)

$$\text{ถ้า } N \trianglelefteq G \qquad \text{แล้ว} \qquad (Ng)(Nh) = N(gh) \quad \text{ทุก ๆ } g, h \in G$$

3. ให้ N เป็นกรุปย่อยของ G จงแสดงว่า (ใช้บทนิยาม)

$$N \trianglelefteq G \qquad \text{ก็ต่อเมื่อ} \qquad gNg^{-1} \subseteq N \quad \text{ทุก ๆ } g \in G$$

4. ให้ ให้ H และ K เป็นกรุปย่อยของ G จงแสดงว่า (ใช้บทนิยาม และ/หรือ ทฤษฎีบท)

$$\text{ถ้า} \quad K \trianglelefteq G \qquad \text{แล้ว} \qquad K \trianglelefteq HK$$

5. ให้ N และ M เป็นกรุปย่อยปกติของกรุป G จงแสดงว่า $N \cap M$ เป็นกรุปย่อยปกติของ G

6. ให้ $H = \langle A \rangle$ และ $K = \langle B \rangle$ เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
   จงหา KH และ HK ใน $GL_2(\mathbb{R})$

7. จงแจกแจงสมาชิก และหาตัวก่อกำเนิด (generator) ทั้งหมดของ $\mathbb{Z}_{27}^{\times} / \left\langle \overline{10} \right\rangle$

8. จงแจกแจงสมาชิก และหาตัวก่อกำเนิด (generator) ทั้งหมดของ $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_9 / \langle (\bar{2}, \bar{3}) \rangle$